$$F \approx \left(\frac{dV\rho}{\mu}, \varepsilon/d \right) = 0$$

$$F \approx (R_E, e/d)$$

$$F \approx \phi(\pi_1, \pi_2)$$

$$F \approx \phi(R_E, E/d)$$

FUNDAMENTOS DEL FLUJO DE FLUIDOS

La hidrodinámica es el componente de la mecánica de los fluidos encargado del estudio de los fluidos en movimiento. El estudio del escurrimiento de los fluidos es complejo y debido a que su descripción no puede realizarse totalmente desde el punto de vista teórico basado en el análisis matemático, hay necesidad de recurrir a la experimentación con el fin de poder describir de manera más precisa su comportamiento.

El movimiento de un fluido puede ser descrito totalmente, cuando se conoce la velocidad en el espacio de cada una de sus partículas en todo momento. Teóricamente desde el punto de vista matemático se han ideado dos procedimientos para explicar el comportamiento de la velocidad de las partículas de un fluido en cada instante. Los métodos usados se conocen con los nombres de Lagrange y de Euler, éste último conocido también con el nombre del Teorema del Transporte. El método de Lagrange, intenta explicar el movimiento de una partícula de fluido, estudiando las variaciones en su trayectoria a lo largo de una línea de corriente. Por el contrario el método de Euler, pretende conocer el comportamiento de una región del flujo de un fluido describiendo el comportamiento de una parte de éste a través del tiempo, cuando atraviesa una zona predeterminada conocida como un volumen de control.

Ambos métodos permiten formular una serie de expresiones matemáticas, que explican el comportamiento de un fluido y las cuales para casos particulares pueden ser apoyadas experimentalmente con factores de corrección, a tal punto que las aplicaciones de la mecánica de los fluidos en la hidráulica han llevado a esta última a ser conocida como la ciencia de los coeficientes.

Las ecuaciones deducidas a partir de los métodos expuestos son: la ecuación de la continuidad, la ecuación de la energía, la ecuación de la cantidad de movimiento lineal y la ecuación de la cantidad de movimiento angular.

La ecuación de continuidad determina que la masa dentro de un sistema permanece onstante a través del tiempo.

Problema

Cuál es la velocidad media en una tubería de 15 cm si el caudal de agua transportado es de 3800 m³/día?

$$Q = \frac{3800\ m^3}{dia} x \frac{1\ dia}{24\ h}; x \frac{1h}{3600\ s} = \frac{0.0440\ m^3}{s} = 44\ {}^{L}/_{s}$$

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \pi \frac{(0.15)^2}{4} = 0.0177\ m^2$$

$$Q = V.A. \qquad V = {}^{Q}/_{A}\ \frac{0.044\ m^3/_{s}}{0.0177\ m^2} = 2.49\ m/s$$

Problema

¿Qué diámetro debe de tener una tubería para transportar 2 m³/s a una velocidad media de 3 m/s?

$$Q = V \times A$$

$$A = \frac{Q}{V} = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$D = \sqrt{\frac{4Q}{\pi V}} = \sqrt{\frac{4x2}{\pi x3}}$$

$$D = 0.92\ m$$

Problema

Una tubería de 30 cm de diámetro que transporta 110 L/s, está conectada a una tubería de 15 cm. Determinar la altura de velocidad en la tubería de 15 cm.

$$A_{15} = \pi \frac{D^2}{4} = \frac{\pi}{4}(0.15)^2 = 00177\ m^2$$

$$V = \frac{Q}{4} = \frac{0.11\ m^3/_{s}}{0.0177\ m^2} = 6.22\ m/s$$

Cabeza de velocidad:

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{(6.22)^2}{2x9.81} = \frac{38.7}{2x9.81} = 1.97\ m$$

Problema

Una tubería de 15 cm. de diámetro transporta 80 L/s. La tubería se ramifica en otras dos, una de 5 cm y otra de 10 cm de diámetro. Si la velocidad en la tubería de 5 cm es de 12 m/s. ¿Cuál es la velocidad en tubería de 10 cm?

$$Q = V.A$$

$$Q_5 = \pi \frac{(0.05)^2}{4} x12\ m/s = 0.0236\ m/s = 23.6\ L/s$$

$$Q_{10} = QT - Q_5 = 80\ L/s - 23.6\ L/s = 56.4\ L/s$$

$$V_{10} = \frac{Q_{10}}{A_{10}} = \frac{56.4\ L/s}{\frac{\pi}{4}(10.1)^2} = 7.18\ m/s$$

Problema

Una tubería de 30 cm de diámetro transporta aceite, viniendo dada la distribución de velocidades por $V = 30(r_0^2 - r^2)$. Determinar la velocidad media y el valor del coeficiente de correcciones de la energía cinética.

$$V_{media} = \frac{Q}{A} = \frac{\int V d_A}{A} = \frac{\int 30(V_o^2 - V^2)(2\pi v dv)}{\pi V_o^2}$$

$$V_{media} = \frac{60}{V_o^2} \int_0^{V_o} (V_o^2 - V^2) v dv \frac{60}{V_o^2} \int_0^{V_o} (V_o^2 V - V^3) dv$$

$$V_{media} = \frac{60 V_o^2}{4} = \frac{60(0.15)^2}{4} = 0.34\ {}^{m}/_{s}$$

$$\alpha = \frac{1}{A} \int_A = \left(\frac{V}{V_{media}}\right)^3 \delta A = \frac{1}{\pi V_o^2} \int_0^{V_o} \left(\frac{30(V_o^2 - V^2)}{\frac{60 V_o^2}{4}} \right) X\ 2\pi v dv$$

$$\alpha = 2.0$$

Problema

Demostrar que la ecuación de continuidad puede escribirse en la forma

$$I = \frac{1}{A}\int_A \left(\frac{v}{V}\right) dA$$

La energía cinética en función de la velocidad media en una sección transversal es:

$$\frac{1}{2}\left(v\frac{Q}{g}\right)V^2_{media} = \frac{1}{2}\left(\frac{VA}{g}\right)V^3_{media}$$

Aplicando un coeficiente de corrección $\alpha=1$ e igualando el resultado a la energía cinética real.

$$\frac{\gamma A}{2g}(V_{media})^3 = \frac{\gamma}{2g}\int_A (vdA)V^2$$

$$S = \frac{1}{A}\int_A \left(\frac{V}{V_{media}}\right) dA$$

Flujo Permanente y no Permanente

El flujo permanente tiene lugar cuando, en un punto cualquiera, la velocidad de las sucesivas partículas que ocupan un punto en el espacio, es la misma en los distintos instantes de tiempo. El flujo no permanente ocurre cuando la velocidad de las partículas varía en el tiempo.

Flujo compresible e incompresible

El flujo compresible se presenta cuando la densidad de un fluido es prácticamente constante a través del espacio, independientemente de las variaciones producidas por la temperatura y la presión. El flujo incompresible se presenta cuando no se cumplen las condiciones anteriores.

Problema

Determinar si las expresiones siguientes de las componentes de la velocidad satisfacen las condiciones de flujo permanente e incomprensible.

a). $u=3xy^2+2x+y^2$ b). $u = 2x^2+3y^2$

$v=x^2 - 2y - y^3$ $v=-3xy$

a).

$$u = 3xy^2 + 2x + y^2$$

$$v = x^2 - 2y - y^3$$

$$\frac{du}{dx} = 3y^2 + 2$$

$$\frac{dv}{dy} = -23 - 3y^2$$

$$\frac{du}{dx} + \frac{du}{dy} = 0$$

Flujo permanente e incomprensible

Reemplazando $3y^2 + 2 - 2 - 3y^2 = 0$

El flujo es permanente e incompresible.

b).

$$u = 3x^2 + 2y^2$$

$$v = -3xy$$

$$\frac{du}{dx} = 3x$$

$$\frac{dv}{dy} = -3x$$

$$\frac{du}{dx} + \frac{du}{dy} = 0$$

Reemplazando $4x - 3x = x \neq 0$

El flujo no satisface la condición de permanente e incomprensible.

Problema

Cuántos kg/s de anhídrido carbónico fluyen a través de una tubería de 15 cm de diámetro si la presión manométrica es de 1,75 kg/cm², la temperatura de 27°C y la velocidad media de 2.50 m/s?

$$Q = V.A$$

$$Q = 2.50\,{}^{m}\!/_{s}\; x \frac{(0.15)^2}{4} = 0.044\,{}^{m^3}\!/_{s}$$

$$\rho = \frac{P_{absoluta}}{RT} = \frac{\left(1030\,{}^{kg}\!/_{cm^2} + 1.75\,{}^{kg}\!/_{cm^2}\right) x\, 10^4\,{}^{cm^2}\!/_{m^2}}{19.2\, x\, (27+273)}$$

$$\rho = \frac{27800}{5760} \cong 4.83\,{}^{kg}\!/_{m^3}$$

Se suma la presión del aire por ser un manómetro.

$$Q = 0044\ {}^{m^3}\!/_{s}\ x\ 4.83\,{}^{kg}\!/_{m^3} = 0.213\,{}^{kg}\!/_{s}$$

Problema

Una tubería de 20 cm de diámetro transporta aire a 24 m/s, 1.51 kg/cm² de presión soluta y 27° C. Cuál es el caudal de aire en peso que fluye? La tubería de 20 cm. se duce a 10 cm de diámetro y la presión y temperatura en esta última son 1.33 kg/cm² bsoluta y 11°C, respectivamente). Determinar la velocidad en la tubería de 10 cm. y s caudales en m³/s en ambas tuberías.

$$Q = \overline{V}\ x\ A = 24(\pi)(r^2) = 24\ x\ \pi(0.1)^2 = 0.754\,{}^{m^3}\!/_{s}$$

$$\rho_{absolutaaire} = \frac{P_{absoluta}}{RT} = \frac{1.51 x 10^4\ {}^{kg}\!/_{m^2}}{29.3(27+273)} = 1.72\,{}^{kg}\!/_{m^3}$$

$$Q_{masico} = Q\, x\, \rho = 1.72\,{}^{kg}\!/_{m^3}\ x\ 0.754\,{}^{m^3}\!/_{s} = 1.30\,{}^{kg}\!/_{s}$$

$$\rho_{aire} = \frac{P_{absoluta}}{RT} = \frac{1.33 x 10^4}{29.3(11+273)} \approx 1.6\,{}^{kg}\!/_{m^3}$$

$$\rho_1\, V_1\, A_1 = \rho_2\, V_2\, A_2$$

$$V_2 = \frac{1.72\,{}^{kg}\!/_{m^3}}{1.6\,{}^{kg}\!/_{m^3}}\, x (2)^2\, x 24 \frac{m}{s} = 103.2 \frac{m}{s}$$

$$Q_2 = V_2 A_2 = 103.2\,{}^{m}\!/_{s}\ x\ \pi \frac{(0.1)^2}{4} = 0.81 \frac{m^3}{s}$$

Problema

A través de una tubería de 10 cm está fluyendo aire a una velocidad de 5.00 m/s. La presión manométrica medida es de 2.00 kg/cm² y la temperatura 15°C. En otro punto, aguas abajo, la presión manométrica es 1.40 kg/cm² y la temperatura 27°C. Para una lectura barométrica correspondiente a la presión atmosférica normal, calcular la velocidad en el punto aguas abajo y los caudales en volumen en ambas secciones.

$$\rho_1 = \frac{(2.00 + 1.030)\,{}^{kg}\!/_{cm^2} * 10^4\, cm^2}{29.3\,{}^{m}\!/_{°K} + (15+273)°\, K} = 36\,{}^{kg}\!/_{m^3}$$

$$\rho_2 = \frac{(140 + 1.030)\,{}^{kg}\!/_{cm^2} * 10^4\, cm^2}{29.3\,{}^{m}\!/_{°K} + (27+273)°\, K} = 2{,}76\,{}^{kg}\!/_{m^3}$$

Aplicando continuidad

$$A_1\ V_1\ \rho_1 = A_2\ V_2\ \rho_2$$

$$V_2 = \frac{V_1\ W_1}{W_2}$$

$$V_2 = \frac{5\,{}^{m}\!/_{s} * 3.6\,{}^{kg}\!/_{m^3}}{2.76\ kg/m^3} = 6.52\,{}^{m}\!/_{s}$$

$$Q = AV$$

$$Q_1 = A_1 V_1$$

$$Q_1 = \frac{\pi(0.1)^2}{4} * 5\,{}^{m}\!/_{s}$$

$$Q_1 = 0.0393\, m^3/s * \frac{1000L}{m^3} = 39.3\,{}^{L}\!/_{s}$$

$$Q_2 = A_{21} V_{21}$$

$$Q_2 = \frac{\pi(0.1)^2}{4} * 6.52\,{}^{m}\!/_{s}$$

$$Q_2 = 0.0513\ m^3/s * \frac{1000L}{m^3} = 51.3\,{}^{L}\!/_{s}$$

Problema

Anhídrido sulfuroso fluye a través de una tubería de 30 cm de diámetro, que se reduce a 10 cm de diámetro al desaguar en el interior de una chimenea. Las presiones en la tubería y en el chorro que desagua son, respectivamente: 1,40 kg/cm² (absoluta) y la presión atmosférica (1,033 kg/cm²). La velocidad en la tubería es de 15.0 m/s. y la temperatura 27°C. Determinar la velocidad en la corriente de desagüe si la temperatura del gas es allí de -5°C.

$$\rho_1 = \frac{P}{RT} = \frac{1.4\times10^4}{13(27+273)} = 3.59\,\mathrm{kg/m^3}$$

$$\rho_2 = \frac{P}{RT} = \frac{1.033\times10^4}{13(-5+268)} = 2.96\,\mathrm{kg/m^3}$$

$$\rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2$$

$$\rho_1 V_1 D_1^2 = \rho_2 V_2 D_2^2$$

$$V_2 = \frac{3.59x15x(0.3)^2}{2.96x(0.1)^2} = 163.7\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Problema

A través de una tubería de 15 cm de diámetro fluye agua a una presión de 4.20 kg/cm². Suponiendo que no hay pérdidas, cuál es el caudal si en una reducción de 7.5 cm de diámetro la presión es de 1.40/ kg/cm²?

$$\frac{P_1}{W} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 + \frac{P_2}{W} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2$$

$$\frac{P_1}{W} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{W} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\frac{P_1}{W} + \frac{\left(A_2/A_1\right)^2 V_2^2}{2g} = \frac{P_2}{W} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\frac{1}{2g}\left(\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 V_2^2 - V_2^2\right) = \frac{P_2 - P_1}{W}$$

$$V_2^2 = \frac{2g(P_2 - P_1)}{\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 - 1} \Rightarrow V_2^2 = \frac{2x9.81\,\frac{1.4\,\mathrm{kg/cm^2} - 4.2\,\mathrm{kg/cm^2}}{1000\,\mathrm{kg/cm^2}}\,x10^4\,cm^2/m^2}{\left(\frac{\pi D_2^2}{4} \Big/ \frac{\pi D_1^2}{4}\right)^2 - 1}$$

$$V_2^2 = \frac{19.62\,m/s^2\,\frac{(-2.8x10\ \mathrm{kg/cm^2}\ )}{1000\,\mathrm{kg/cm^3}}}{\left(\frac{0.075}{0.75}\right)^4 - 1}$$

$$V_2 = 24.21\,\mathrm{m/s}$$

$$Q = AV$$

$$Q = \frac{\pi}{4}(0.075)^2\ \mathrm{m^2}x24.21\,\mathrm{m/s}$$

$$Q = 107\,\mathrm{L/s}$$

Problema

Si en el problema anterior fluye un aceite de densidad relativa 0.752, calcular el caudal.

$$V_2^2 = \frac{2x9.81\,x\left(\frac{1.4-4.2}{752}\right)x10^4}{\left(\frac{0.075}{0.75}\right)^4 - 1} = 729.5\,\frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s^2}}$$

$$V_2 = 27\,\mathrm{m/s}$$

$$Q = V_2 A_2 = 119.3\,\mathrm{L/s}$$

Problema

Si lo que fluye en el problema 13) es tetracloruro de carbono (densidad relativa 1.594). Determinar Q.

$$=\frac{2x9.81\times\left(\frac{1.4-4.2}{594}\right)x10^4}{\left(\frac{0.0075}{0.75}\right)^4-1}=3.447\frac{m^2}{s^2}$$

$$=18.57\ m/s$$

$$=V_2A_2=82\ L/s$$

Ecuación de la energía

energía se define como la capacidad para realizar un trabajo. La ecuación de la a, se deduce de la primera ley de la termodinámica, que establece para un siste- ie los estados iniciales y finales de energía dependen del calor inicial agregado y ibajo desarrollado.

ausencia de efectos nucleares, eléctricos, magnéticos y de tensión superficial, la ía interna de una sustancia pura o de los fluidos en movimiento es la suma de las ías potencial, cinética e intrínseca ésta última debida a la intensidad molecular que ide de la presión, y de la densidad o la temperatura.

Teorema de Bernoulli

l teorema de Bernoulli es una aplicación directa de la ecuación de la energía y su ación se basa en tres supuestos. El primero que el movimiento se produce a lo de una línea de corriente, el segundo que el fluido no presenta fricción y el tercero el flujo es permanente.

Línea de corriente

Jna línea de corriente es una curva imaginaria dibujada a través de un flujo en imiento, de tal forma que en un instante de tiempo dado, las partículas que se ientren sobre ésta línea tengan vectores de velocidad tangentes a la misma, indi- do la dirección del flujo en los diversos puntos de un fluido.

Problema

Una tubería de 30 cm de diámetro transporta 110 L/s de un aceite de densidad itiva 0,812 y la presión manométrica en A es de 0.20 kg/cm². Si el punto A está iado 1.80m por encima del plano de referencia, calcular la energía en A en kgm/kg.

$$Q=V.A$$

$$V=\frac{Q}{A}$$

$$V=\frac{4\left(0.11\ m^3/s\right)}{\pi(0.30)^2\ m^2}=1.56\ m/s$$

γ sustancia = D.R. x γ agua

γ aceite = 0.812 x 1000 kg/m³

$$\gamma\ \text{aceite}=812\ kg/m^3$$

$$H=\frac{P}{\gamma}+\frac{V^2}{2g}+Z=\frac{200\ kg/m^2}{812\ kg/m^3}+\frac{\left(1.56\ m/s\right)^2}{2x9.81\ m/s^2}+1.80m$$

$H=4.34\ kgm/kg$ La energía en A

Problema

A través de una tubería vertical de 30 cm de diámetro fluyen hacia arriba 220 L/s de agua. En el punto A de la tubería la presión es 2.20 kg/cm². En el punto B 4.60 m por encima de A, el diámetro es de 60 cm y la pérdida de carga entre A y B es igual a 1.80 m. Determinar la presión en B en kg/cm².

$$Q=0,22\ m^3/s$$

$$Q=V_AA_A$$

$$Q=V_A\times\frac{\pi D_1^2}{4}$$

$$0.22\ m^3/s=VA\left\{\frac{\pi}{4}(0.30m)^2\right\}$$

$$0.22\ m^3/s=V_A\left(0.071m^2\right)$$

$$V_A=\frac{0.22\ m^3/s}{0,071\ m^2}$$

$$V_A=3.10\ m/s$$

$$Q=V_BA_B$$

$$Q=V_B\times\frac{\pi D_2^3}{4}$$

$$0.22\ m^3/s=V_B\left\{\frac{\pi}{4}(0.60m)^2\right\}$$

$$0.22\ m^3/s=V_B\left(0.283m^2\right)$$

$$V_B=\frac{0.22\ m^3/s}{0,283\ m^2}$$

$$V_B=0.78\ m/s$$

$$\frac{P_A}{\gamma} = 2.20\,{}^{Kg}\!/_{cm^2}\, x\, \frac{10^4\ cm^2}{1\,m^2} \Rightarrow \frac{P_A}{\gamma} = 22m$$

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + hf(A-B)$$

$$22\,\text{m} + \left((3.10)^{m}\!/_{s}\right)^2 = 4.60m + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{\left(0.78\,{}^{m}\!/_{s^2}\right)}{2\left(9.81\,{}^{m}\!/_{s^2}\right)} + 1.80m$$

$$22\,\text{m} + \frac{9.61\,{}^{m^2}\!/_{s^2}}{19.62\,{}^{m}\!/_{s^2}} = 4.60 + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{0.608\,{}^{m^2}\!/_{s^2}}{19.62\,{}^{m}\!/_{s^2}} + 1.80m$$

$$22\,\text{m} + 0.49\,\text{m} = 4.60\,\text{m} + \frac{P_B}{\gamma} + 0.03 + 1.80\,\text{m}$$

$$22.49\text{m} = 6.43\,\text{m} + \frac{P_B}{\gamma}$$

$$P_B = 1.61\,{}^{kg}\!/_{cm^2}$$

Problema

Una tubería de 30 cm de diámetro tiene un corto tramo en el que el diámetro se reduce gradualmente hasta 15 cm y de nuevo aumenta a 30 cm. La sección de 15 cm está 60 cm por debajo de la sección A, situada en la tubería de 30 cm donde la presión es de 5.25 kg/cm^2. Si entre las dos secciones anteriores se conecta un manómetro diferencial de mercurio, ¿cuál es la lectura del manómetro cuando circula hacia abajo un caudal de agua de 120 L/s? Supóngase que no existen pérdidas.

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = Z + \frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g}$$

$$Q = V_A A_A$$

$$V_A = \frac{Q}{A_A} = \frac{4x0.12}{\pi(0.3)^2} = 1.70\,{}^{m}\!/_{s}$$

$$V = \frac{4\,x\,0.12}{\pi(0.15)^2} = 6.79\,{}^{m}\!/_{s}$$

$$\frac{P_A}{\gamma} = -\frac{1.7^2}{2g} + 52.5 + \frac{6.79^2}{2g} = 54.7m$$

$$P_A = 54700\,{}^{kg}\!/_{m^2}$$

$$h = \frac{54.700 - 52.500}{(13.570 - 1000)} = 0.175m$$

Problema

Una tubería de 30 cm de diámetro transporta aceite de densidad relativa 0.811 a una velocidad de 24 m/s. En los puntos A y B las medidas de la presión y elevación fueron respectivamente, 3.70 kg/cm² y 2.96 kg/cm² y 30m y 33m Para un flujo permanente, determinar la pérdida de carga entre A y B.

$$P_A = 370\,{}^{kg}\!/_{cm}\ x\left(\frac{100\,cm}{1\,mt^2}\right)^2 = 3700\,{}^{kg}\!/_{m} \Rightarrow \frac{P_A}{\gamma_{Liq.}} = \frac{3700\,{}^{kg}\!/_{m^2}}{811\,{}^{kg}\!/_{m^3}} = 45.62m$$

$$P_B = 2.96\,{}^{kg}\!/_{cm^2}\,x\left(\frac{100\,cm}{1\,m^2}\right)^2 = 29600\,{}^{kg}\!/_{m^2} \Rightarrow \frac{P_A}{\gamma_{Liq}} = \frac{29600\,{}^{kg}\!/_{m^2}}{811\,{}^{kg}\!/_{m^3}} = 36.50m$$

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + h_f \Rightarrow \frac{V_A^2}{2g} = \frac{V_B^2}{2g} = \frac{(24m)^2}{2g}$$

$$30m + 45.62m + \frac{V_A^2}{2g} = 33m + 36.50\text{m} + \frac{V_A^2}{2g} + h_f$$

$$h_f = -33m - 36.50m + 30\,\text{m} + 45.62\text{m}$$

$$h_f = 75.62\text{m} - 69.50\text{m}$$

$$h_f = 6.12\text{m}$$

Problema

Un chorro de agua, de 7.5 cm de diámetro, descarga en la atmósfera a una velocidad de 24 m/s. Calcular la potencia del chorro, en caballos de vapor, utilizando como plano de referencia el horizontal que pasa por el eje del chorro.

$$P = f\left(\frac{V^2}{2g}\right)$$

$$A = \frac{\pi(0.075)^2}{4} = 4.42 \times 10^{-3}\ m^2$$

$$Q = 24\ \frac{m}{s} \times 4.42 \times 10^{-3}\ m^2 = 0.10608\ m^3/s$$

$$P = 1000\ kg/m^3 \times 0.10608\ m^3/seg \times \frac{576\ m^2/s^2}{19.62\ m/s^2} = 3114.3\ kg\ m/s$$

$$P = \frac{3114.3}{75} = 41.52\ C.V$$

Problema

Un recipiente suministra agua a través de una tubería horizontal de 15 cm de diámetro y 300 m de longitud. El flujo es a tubería llena y desagua en la atmósfera un caudal de 65 L/s. ¿Cuál es la presión en la mitad de la longitud de la tubería al suponer que la única pérdida de carga es de 6.20 m cada 100 m de tubería?

1). Presión en el punto 1, aplicando Bernoulli entre 1 y 3

$$Z_i + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_3 + \frac{P_3}{\gamma} + \frac{V_3^3}{2g} + h_f$$

$$\frac{P_1}{\gamma} = h_f \Rightarrow P_1 = h_f(total) x\gamma = 18.6\ m \times 1000\ kg/m^3 = 18.600\ kg/m^2$$

$$bernoulli\ \text{entre 1 y 2}: Z_i + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_f$$

$$\frac{P_1}{\gamma} = \frac{P_2}{\gamma} + h_f \qquad h_f \text{ para } 300 \rightarrow 18.6$$

$$150 \rightarrow X$$

$$X = 9.3\ m$$

$$\frac{18.600\ kg/m^2}{1000\ kg/m^2} = \frac{P_2}{\gamma} + 9.3\ m. \quad P_2 = (18.6m - 9.3m)1000\ kg/m^3$$

$$P_2 = 9.300\ kg/m^2 \times \frac{1m^2}{10^4\ cm^2} = 0.93\ kg/cm^2$$

Problema

Un aceite de densidad relativa 0,750 es bombeado desde un depósito por encima de una colina a través de una tubería de 60 cm de diámetro, manteniendo una presión en el punto más elevado de la línea de 1.80 kg/cm². La parte superior de la tubería está 75 m sobre la superficie libre del depósito y el caudal de aceite bombeado de 620 L/s. Si la pérdida de carga desde el depósito hasta la cima es de 4,70 m qué potencia debe suministrar la bomba al líquido?

$$\gamma_{Aceite} = D.R. \times \gamma_{H_2O}$$

$$\gamma_{aceite} = 0750 \times 1000\ kg/m^3 = 750\ kg/m^3$$

$$Q = 620\ L/s \times \frac{1m^3}{1000\ L} = 0.62\ m^3/s$$

$$Q = V \times A \Rightarrow V = Q/A$$

$$V_1 = \frac{4 \times 0.62\ m^3/s}{\pi(0.6m)^2} = 2{,}194\ m/s$$

$$P_1 = 1{,}80\ kg/cm^2 \times \left(\frac{100\ cm}{1m}\right)^2 = 18000\ kg/m^2$$

Carga dinámica total de la bomba

$$H = Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + h_f$$

$$H = 75m + \frac{18000\ kg/m^2}{750\ kg/m^2} + \frac{(2.194\ m/s)^2}{2(9.81\ m/s^2)} + 4.70m$$

$H = 75m + 24\text{ m} + 0.25\text{ m} + 4.70\text{ m}$

$H = 103.95\text{ m}$

$$\text{Potencia teórica} = \frac{\gamma_{aceite}\ x\, Q\, x\, h}{75}(c.v)$$

$$\textit{Potencia}\text{ teórica} = \frac{750\,{}^{kg}/_{m^3}\ x\, 0.62\,{}^{m^3}/_{s}\ x\, 10395m}{75}$$

$$\textit{Potencia}\text{ teórica} = \frac{48336.75}{75}$$

$$\textit{Potencia}\text{ teórica} = 644.5\text{ C.V.}$$

Problema

Una bomba aspira agua de un pozo mediante una tubería vertical de 15 cm. La bomba desagua a través de tubería horizontal de 10 cm de diámetro, situada 3.20 m sobre el nivel del agua del pozo. Cuando se bombea 35 L/s las lecturas de los manómetros colocados a la entrada y a la salida de la bomba son -0.32 kg/cm y 1.80 kg/cm², respectivamente. El manómetro de descarga está situado 1.0 m por encima del manómetro de succión. Calcular la potencia de salida de la bomba y la pérdida de carga en la tubería de succión de 15 cm.

$$Q = A_2 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{0.035}{\frac{\pi}{4}(0.1)^2}$$

$$V_2 = 4.46\,{}^{m}/_{s}$$

$$P/\gamma = 18\text{ m}$$

$$E_2 = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} \Rightarrow E_2 = 3.2\text{ m} + 18\text{m} + 1.01 = 22.21\text{ m}$$

$$P = \frac{1000\,{}^{kg}/_{m^3}\ x 0.035\,{}^{m^3}/_{s}\ 22.21\text{ m}}{75} = \frac{777.35}{75} = 10.36\text{ C.V.}$$

$$P \cong 10.4\text{ C.V}$$

Aplicando Bernoulli entre 1 y 3

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_3 + \frac{P_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g} + h_f$$

$$V_3 = \frac{q}{A_3} = \frac{0.035}{\frac{\pi}{4}(0.15)^2} = 1.98\,{}^{m}/_{s} \qquad ; \frac{V_3^2}{2g} = 0.2\text{ m}$$

$$0 = 2.2\text{m} - 3.2\text{m} + 0.2\text{m} + h_f \Rightarrow h_f = 0.80\text{ m}$$

Problema

Calcular la pérdida de carga en una tubería de 15 cm de diámetro si es necesario mantener una presión de kg/cm² en un punto aguas arriba y situado 1.80 m por debajo de la sección de la tubería por la que desagua la atmósfera 55 L/s de agua.

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_f$$

$$Z_1 = 0\text{ (N.R)}$$

$$\frac{P_1}{\gamma} = \frac{2.35\,{}^{kg}/_{cm^2}\ x\, 10^4\,\frac{cm^2}{m^2}}{1000\,{}^{kg}/_{m^2}} = 23.5\text{ m}$$

$$V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{V_1^2}{2g} = \frac{V_2^2}{2g}\text{ (sección constante)}$$

$$P_2 = P_{atmosférica} = 0$$

$$23.5 = 1.8 + h_f \Rightarrow h_f = 23.5 - 1.8 = 21.7\,m$$

Problema

Un depósito cerrado de grandes dimensiones está parcialmente lleno de agua y el espacio superior con aire y presión. Una manguera de 5 cm de diámetro conectada al depósito, desagua sobre la azotea de un edificio un caudal de 12 L/s.

Bernoulli entre (1) y (2)

$$B_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = b_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_f$$

$h_1 = 0$ (N.R.)

$V_1 = 0$ (condiciones iniciales)

$h_2 = 15.0m.$

$P_2 = o$ (*presión* atmosférica)

$h_f = 5.5m$

$$V_2 A_2 = Q \Rightarrow V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{4 \times Q}{\pi (D_2)^2} = \frac{4 \times 0.012}{\pi (0.05)^2} = 6.11 \, m/s$$

$$\frac{P_1}{\gamma} = Z_2 + \frac{V_1^2}{2g} + h_f$$

$$\frac{P_1}{\gamma} = 15m + \frac{(6+11)}{2g} + 5.5 = 22.4m$$

$$P_1 = 22.4 \times \gamma = 22.4 \, m \times 1000 \, kg/m^3 = 22400 \, kg/m^2$$

Problema

Mediante una bomba se bombea agua desde un recipiente A, a una elevación de 225 m hasta otro depósito a una elevación de 240m, a través de una tubería de 30 cm de diámetro. La presión en la tubería de 30 cm en el punto D, a una elevación de 195 m, es de 5.6 kg/cm². Las pérdidas de carga son: de A, a la entrada de la bomba B = 0.6 m.; de la salida de la bomba C hasta D = 38 $V^2/2g$ y desde D hasta E = 40 $V^2/2g$. Determinar el caudal Q y la potencia en CV suministrada por la bomba BC.

Bernoulli D-E

$$Z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{V_D^2}{2g} = Z_E + \frac{P_E}{\gamma} + \frac{V_E^2}{2g} + h_f(D-E) \text{ con NR en D}$$

$$56m + \frac{V^2}{2g} = 45m + 40 \, V^2/2g$$

$$11 = 39 \, V^2/2g$$

$$V^2 = \frac{11 \times 2g}{39}$$

$$V = \sqrt{\frac{11 X_2 x9.81}{39}} = 2.35 \, m/s$$

Bernoulli entre A - E y N.R en A

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + HB = Z_E + \frac{P_E}{\gamma} + \frac{V_E^2}{2g} + h_f(A-E)$$

$$H_B = 0.6 + 38\frac{V^2}{2g} + 40\frac{V^2}{2g} = 22.6m$$

$$Q = 2.35 \, x \frac{\pi(0.3)^2}{4} = 166 \, L/s$$

$$P = \frac{\gamma Q H_B}{75} = \frac{1000 \times 0.166 \times 22.6}{75} = 50CV$$

Problema

Un venturímetro horizontal tiene diámetros de 60 y 45 cm en la entrada y garganta, respectivamente. La lectura de un manómetro diferencial de agua es de 10 cm cuando está conectado entre la entrada y la garganta y fluye aire a través del aparato. Considerando constante e igual a 1.28 kg/m³, el peso específico del aire y despreciando la fricción, determinar el caudal en m³/s.

$$P_A = P_1$$

$$P_A^1 = P_2 \gamma_{H_2O} * h$$

$$P_1 - P_2 = \gamma_{H_2O} * h$$

$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma_{aire}} = \frac{\gamma_{H_2O} * h}{\gamma_{aire}}$$

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma}$$

$$V_1 D_1^2 = V_2 D_2^2$$

$$V_1 = V_2\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{V_2^2}{2g}\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4 = \frac{V_2^2}{2g}(0.32)$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = 0.32\frac{V_2^2}{2g}$$

$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma} = \frac{V_2^2}{2g} - 0.32\frac{V_2^2}{2g} = 0.684\frac{V_2^2}{2g}$$

$$\frac{0.1 \text{ x } 1000}{1.28} = 0.684\frac{V_2^2}{2g}$$

$$V_2 = 47.35\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Q = 47.35 \text{ x } \pi \text{x} \frac{0.45}{4} = 7.53 \text{ m}^3/\text{s}$$

Problema

Desde un depósito hay que transvasar un caudal de agua de 89 L/s mediante un sifón. El extremo por el que desagua el sifón ha de estar 4.20 m por debajo de la superficie libre del agua en el depósito. Los términos de medida de carga son: $1.50V^2/2g$ desde el depósito hasta la parte más elevada del sifón y $1.00V^2/2g$ desde este desagüe. La parte superior del sifón está 1.50 m por encima de la superficie del agua. Determinar el diámetro de la tubería necesaria y la presión en la parte superior del sifón.

$$\left(Z + \frac{P}{\gamma} + \frac{V_2}{2g}\right)_{nivel\ agua} = \left(Z + \frac{P}{\gamma} + \frac{V_2}{2g}\right)_{desague} + h_f$$

$$4.2 = \frac{V_2}{2g} + 2.5\frac{V_2}{2g}$$

$$V = 4.85 \, m/s$$

$$d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi V}} = \sqrt{\frac{4x0.098}{\pi x 4.85}} = 15cm$$

$$\left(Z + \frac{P}{\gamma} + \frac{V_2}{2g}\right)_{nivel\ agua} = \left(Z + \frac{P}{\gamma} + \frac{V_2}{2g}\right)_{alto\ sifón} + h_f$$

$$0 = 1.5 + \frac{P}{\gamma} + \frac{V_2}{2g} + 1.5\frac{V_2}{2g}$$

$$\frac{P}{\gamma} = -0.45 \, kg/cm^2$$

Problema

Una tubería horizontal de 60 cm de diámetro transporta 440 L/s de un aceite de densidad relativa 0.825. Las cuatro bombas instaladas a lo largo de la línea son iguales, es decir, las presiones a la entrada y a la salida son respectivamente – 0.56 kg/cm² y 24.50 kg/cm². Si la pérdida de carga, en las condiciones en que se desagua, es 6.00 m cada 1000 m de tubería, ¿Con qué separación deben colocarse las bombas?

$$\gamma_{aceite} = 825 \, \text{kg}/\text{m}^3$$

$$P_A = 24.50 \, \text{kg}/\text{m}^2 \Rightarrow P_A = 24.50 \, \text{kg}/\text{m}^2 \text{ x } \frac{1 \text{ cm}^2}{(0.01\text{m})^2} = 24.50 \, \text{kg}/\text{m}^2$$

$$P_B = -5600 \, \text{kg}/\text{m}^2$$

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + hf(A-B)$$

$$Z_A = Z_B = 0$$

$V_A = \text{V}_\text{B}$ por tanto se cancelan

$6\text{m} \rightarrow 1000 \text{ m}$ $\qquad$ $h_f = \dfrac{6 \text{ m}}{1000 \text{ m}}$

$hf \rightarrow \text{X}$

$$\frac{245000 \, \text{kg}/\text{m}^2}{825 \, \text{kg}/\text{m}^3} = -\frac{5600 \, \text{kg}/\text{m}^2}{825 \, \text{kg}/\text{m}^3} + \frac{6m}{1000}$$

$$296.9 \text{ m} + 6.7 \text{ m} = \frac{6\text{X}}{1000} = \frac{303.6 \, m \, x \, 1000}{6} = X$$

$$X = 50600m$$

Las bombas deben colocarse a 50600 m cada una.

Problema

Un depósito de grandes dimensiones está lleno de aire a una presión manométrica de 0.40 kg/cm² y una temperatura de 18°C. El aire se descarga en la atmósfera (1.030 kg/cm³) a través de un pequeño orificio abierto en uno de los lados del depósito. Despreciando las pérdidas por fricción, calcular la velocidad de salida del aire al poner a). Densidad constante del aire, b). Condiciones de flujo adiabático.

a). Aplicando Bernoulli entre el depósito y la atmósfera.

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^{\,2}}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^{\,2}}{2g} + Z_2$$

$$\gamma = \frac{P}{RT}$$

$$\gamma = \frac{(0.40+1030)\,{}^{\mathrm{kg}}\!/_{\mathrm{cm}^2}\ \mathrm{x}10^4\,cm^2}{29.3\,{}^{\mathrm{m}}\!/_{K}\ \mathrm{x}\ (18+273)^{\circ}\,K} = 1.68\,{}^{\mathrm{kg}}\!/_{\mathrm{m}^3}$$

$$\frac{P_1}{\gamma} = \frac{V_2^{\,2}}{2g}$$

$$V_2 = \sqrt{2g\left({}^{P_1}\!/_{\gamma}\right)}$$

$$V_2 = \sqrt{2(9.81)\left(\frac{0.40\,{}^{\mathrm{kg}}\!/_{\mathrm{m}^2}}{1.68\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}\right)}$$

$$V_2 = 2.161\,{}^{\mathrm{m}}\!/_{\mathrm{s}}$$

b). Para V_1=0 y Z_1= Z_2 para procesos adiabáticos

$$\frac{K}{(K-1)}\frac{\mathrm{P}_1}{\gamma}\left[1-\left(\frac{\mathrm{P}_2}{\mathrm{P}_1}\right)^{(K-1)/K}\right] = \frac{\mathrm{V}_2^2}{2\mathrm{g}}$$

K - Exponente adiabático

K - para el aire 1.40

$$\frac{1.40}{(1.40x1)}\ \frac{(0.4+1.03)x10^4}{1.68}\left[1-\left(\frac{1.030\ \mathrm{x}\ 10^4}{(0.4+1.03)x10^4}\right)^{(1.40-1)/1.40}\right] = \frac{\mathrm{V}_2^2}{2\mathrm{g}}$$

$$3.5\ \mathrm{x}\ 8511.9\left[1-(0.72)^{0.286}\right] = \frac{\mathrm{V}_2^2}{2\mathrm{g}}$$

$$2\,(9.81)(29.791.65)[1-0,91] = V_2^2$$

$$V_2 = \sqrt{(584512,17)[0.09]}$$

$$V_2 = \sqrt{52606,09}$$

$$V_2 = 229\,{}^{\mathrm{m}}\!/_{\mathrm{s}}$$

Problema

En el problema anterior cuando la presión sea de 0.70 kg/cm² (manométrica) ¿Cuáles serán las velocidades en los casos (a) y (b)?

Presión del depósito

$$P_1 = 07\,{}^{\mathrm{kg}}\!/_{\mathrm{cm}^2}$$

$$P_2 = 103\,{}^{\mathrm{kg}}\!/_{\mathrm{cm}^2}$$

$$t^{\circ} = 18^{\circ}\,C = 273+18 = 291^{\circ}\,K$$

$$hf = 0$$

a). Aplicando Bernoulli, entre el depósito y la atmósfera:

$$\frac{\mathrm{P}_1}{\gamma_1} = \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{\mathrm{P}_2}{\gamma_2} + Z_2 + h_f \qquad \text{R del aire} = 29.3\,{}^{\mathrm{m}}\!/_{{}^{\circ}K}$$

donde

$$\gamma = \frac{P}{RT} = \frac{(0.7+1.03)x10^4\ {}^{\mathrm{kg}}\!/_{\mathrm{m}^2}}{29.3\,{}^{\mathrm{m}}\!/_{{}^{\circ}K}\ \mathrm{x}\ 290\ {}^{\circ}K} = 2.03\,{}^{\mathrm{kg}}\!/_{\mathrm{m}^3} \qquad ;\frac{V_1^2}{2g} = 0$$

Reemplazando en la ecuación

$$\frac{0.7\ \mathrm{x}\ 10^4\ {}^{\mathrm{kg}}\!/_{\mathrm{m}^2}}{2{,}03\,{}^{\mathrm{kg}}\!/_{\mathrm{m}^3}} + 0 + 0 = 0 + \frac{\mathrm{V}_2^3}{2\mathrm{g}} + 0 + 0$$

$$\frac{\mathrm{V}_2^2}{2\mathrm{g}} = \mathrm{V}_2 = 260\,{}^{\mathrm{m}}\!/_{\mathrm{s}}$$

b). Para $V_1 = 0$ y $Z = Z_2$

$$\left(\frac{K}{K-1} * \frac{P_1}{\gamma}\right)\left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)\frac{K-1}{K}\right] = \frac{V_2^2}{2g} \text{ con K. aire} = 1.40$$

$$\left(\frac{1.4}{1.4-1}\right)\left(\frac{(0.7+1{,}03)x10^4}{2.03}\right)\left[1 - \left(\frac{1.03 \times 10^4}{(07+103)\times 10^4}\right)\frac{1.4-1}{1.4}\right] = \frac{V_2^2}{2g}$$

Por tanto $\frac{V_2^2}{2g} = 4107.48$ m

Por consiguiente, la velocidad del aire en condiciones adiabáticas es:
$V_2 = 284$ m/s.

Problema

Desde una tubería de 30 mm, donde la presión manométrica es de 4.20 kg/cm² y la temperatura de 4°C está fluyendo anhídrido carbónico al interior de una tubería de 15 mm un caudal en peso de 0.040 Kg/s. Despreciando el rozamiento y suponiendo el flujo isotérmico, determinar la presión en la tubería de 15 mm.

$$\gamma_1 = \frac{(4.2+1.03)\times 10^4}{19.2 \times (273+4)} = 9.84 \ \mathrm{kg/m^3}$$

$$V_1 = \frac{Q}{\gamma_1 A_1} = \frac{0.04 \times 4}{9.84 \times \pi(0.03)^2} = 5.75 \ \mathrm{m/s}$$

$$Q_{m2} = \frac{0.04 \ \mathrm{kg/s}}{0.169 \ \mathrm{m/s}} = 0.237 \ \mathrm{m^3/s}$$

$$V_2 = \frac{Qm_2}{A_2} = \frac{0.237 \times 4}{\pi(0.015)^2} = 1339 \ \mathrm{m/s}$$

$$P = \gamma RT = 0.169 \ \mathrm{kg/m^3} \ x19.2 \times (273+4) = 900 \ \mathrm{kg/m^2}$$

Problema

Un soplador de aire ha de proporcionar 1140 m³/min. Dos manómetros de tubo en U miden las presiones de succión y de descarga. La lectura del manómetro de succión es negativa de 5 cm de agua. El manómetro de la carga, colocado 1.0 m por encima del orificio manométrico de succión, da una lectura de +7,5 cm de agua. Los conductos de descarga y de succión son del mismo diámetro. ¿Qué potencia debe de tener el motor que mueve el soplador si el rendimiento global es del 68% (W = 1.20 kg/m³ para el aire)?

$$Q = 1140 \frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{min}} \times \frac{1 \ \mathrm{min}}{60 \ \mathrm{s}}$$

$$Q = 19 \ \mathrm{m^3/s}$$

$$P_A = \gamma h_A = 1000 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}} x(-0.05 \ \mathrm{m})$$

$$P_A = -50 \ \mathrm{kg/m^2}$$

$$P_B = \gamma h_B = 1000 \ \mathrm{kg/m} \ 2 \times 0.075 \ \mathrm{m}$$

$$P_B = 75 \ \mathrm{kg/m^2}$$

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + H_B = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g}$$

$$\frac{P_A}{\gamma} + H_B = 1 + \frac{P_B}{\gamma}$$

$$HB = 1 + \frac{(P_B - P_A)}{\gamma}$$

$$H_B = \frac{1 + (75+50) \ \mathrm{kg/m^2}}{1000 \ \mathrm{kg/m^3}}$$

$$H_B = 105.17m$$

$$P_o t = \frac{\gamma_{aire} \times Q \times H_B}{75 \times 68}$$

$$P_o t = \frac{1.2 \ \mathrm{kg/m^3} \ x19 \ m^3/\mathrm{s} \times 105.17 \ \mathrm{m}}{75 \ x \ 68}$$

$$P_o t = 48 \ \mathrm{C.V}$$

Problema

Se está ensayando una tubería de 30 cm para evaluar las pérdidas de carga. Cuando el caudal de agua es 180 L/s, la presión en el punto A de la tubería es de 2.80 kg/cm². Entre el punto A y el punto B, aguas abajo y 3.0 m más elevado que A, se conecta un manómetro diferencial. La lectura manométrica es de 1.0 m, siendo el líquido mercurio e indicando mayor presión en A ¿cuál es la pérdida de carga entre A y B?

$$P_1 = P_A + \gamma_{H_2O}\ \text{x h} = \text{P}_A + 1000x1 = \text{P}_A + 1000\ \text{kg}/_{\text{m}^2}$$

$$P_1^1 = P_B + \gamma_{Hg} + 1 = P_B + 13570\ \text{x}\ 1 = \text{P}_B + 13570\ \text{kg}/_{\text{m}^2}$$

$$P_A + \gamma_{H_2O}\ \text{x}\ 1 = \text{P}_B + \gamma_{Hg}\ \text{x}\ 1$$

$$28000\ \text{kg}/_{\text{m}^2} + 1000\ \text{kg}/_{\text{m}^2} - 13570\ \text{kg}/_{\text{m}^2} = P_B$$

$$P_B = 15430\ \text{kg}/_{\text{m}^2}$$

$$P_A = 2{,}8\ \text{kg}/_{\text{m}^2}\left(\frac{100\,cm}{1m}\right)^2$$

$$P_A = 28000\ \text{kg}/_{\text{m}^2}$$

$$Z_A\frac{V_A^2}{2g} + \frac{P_A}{\gamma} = \text{Z}_B + \frac{V_B^2}{2g} + \frac{P_B}{\gamma} + h_f$$

$$\frac{P_A}{\gamma} = \frac{P_B}{\gamma} + h_f$$

$$\frac{P_A}{\gamma} - \frac{P_B}{\gamma} = \text{h}_f$$

$$\frac{28000}{1000} - \frac{15430}{1000} = 12.57m$$

$h_f = 12.57$ m pérdida.

Problema

Prandtl ha sugerido que la distribución de velocidades, para flujo turbulento en conductos, viene representado muy aproximadamente por la expresión: $V = V_{max}\left(\frac{y}{r_o}\right)^{1/7}$, donde r_o es el radio de la tubería e y la distancia medida a partir de la pared.

Determinar la expresión de la velocidad media en función de la velocidad en el eje $V_{máxima}$.

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{\int \upsilon dA}{\pi r_o^2} = \int \upsilon_{max}\left(\frac{V}{r_o}\right)^{1/7} 2\pi r dr \therefore \text{r} = \text{r}_o - Y,\ \text{dr} = \text{dY}$$

$$\pi r_o^2 y = 2\pi r_{max} \int_0^{r_o} (\text{r}_o - y)\left(\frac{y}{r_o}\right)^{1/7} dy$$

$$\pi r_0^2 = 2\pi\ \text{U}_{max} \int_0^{r_o}\left(r_o^{6/7} y^{1/2}\frac{y^{8/7}}{r_o^{1/7}}\right)dy = 2\pi\ \text{V}_{max}\int_0^{r_o}\left(r_o^{6/7} y^{1/7}\right)dy$$

$$\pi r_0^2 = -\int_0^{r_o}\frac{Y^{8/7}}{r_o^{1/7}}dy = 2\pi\ \text{V}_{max}\left[r_o^{6/7}\int_0^{r_o} y^{1/7}dy - \frac{1}{r_o^{1/7}}\int_0^{r_o} y^{8/7}dy\right]$$

$$\pi r_0^2 = 2\pi U_{max}\left[\left(r_o^{6/7} y^{8/7}\cdot\frac{7}{8}\right)_o^{r_o} - \frac{1}{r_o^{1/7}}\frac{7}{15}Y^{15/7}\int_0^{r_o}\right]$$

$$\pi r_0^2 = 2\pi U_{max}\left[\frac{7}{8}\left(r_o^{6/7} r_o^{8/7}\right) - \left(\frac{7}{15}\frac{r_o^{15/7}}{r_o^{1/7}}\right)\right] = 2\pi U_{max}\left[\left(\frac{7}{8}r_o^2 - \frac{7}{15}r_o^2\right)\right] = 2\pi U_{max}\left[\frac{105-56}{120}r_o^2\right]$$

$$\pi r_o^2 r = 2\pi U\max\frac{49}{120}r_o^2$$

$$\bar{v} = \frac{49}{60}\text{U}_{max} \Rightarrow \bar{v} = 0.817U_{max}$$

$$\frac{\upsilon}{\bar{v}} = \frac{60}{49}\left(\frac{4}{r_o}\right)^{1/7}$$

Problema

Cuál es el coeficiente de corrección de la energía cinética para la distribución de velocidades del problema anterior?

$$\alpha = \frac{1}{A}\int_0^{r_o}\left(\frac{\upsilon}{\text{V}}\right)^3 dA$$

$$\alpha = \frac{1}{\pi r_o^2}\int_0^{r_o}\left(\frac{60}{49}\right)^3\left(\frac{Y}{r_o}\right)^{3/7} 2\pi r dr$$

Para los puntos B y C

$$1.5+\frac{P_B}{\gamma}+\frac{V_B^2}{2g}=1.5+0+\frac{V_c^2}{2g}$$

$$\frac{P_B}{\gamma}=\frac{V_C^2-V_B^2}{2g}=\frac{\left(\frac{1.5Q}{\pi}\right)^2-\left(\frac{3Q}{\pi}\right)^2}{2g}=\frac{1.5^2-3^2}{2\pi^2 g}Q^2$$

$$\frac{P_B}{\gamma}=\frac{2.25-9.x\,3.88^2}{2\pi^2\,x\,32.2}=-\;0.15\ x\ 0.30485\ {}^{m}\!/_{pie}=-0.046m$$

Problema

Demostrar que la velocidad media V en una tubería circular de radio r_o es igual a $2_{r_{máxima}}\left[\frac{1}{(K+1)(K+2)}\right]$ para una distribución de velocidades que venga expresada por $V=V_{max}\left(1-{}^{r}\!/_{r_o}\right)^k$.

$$V=\frac{Q}{A}=v=\int\frac{vdA}{A}=V_{max}\left(1-\frac{r}{r_o}\right)^k$$

$$Como\ r=r_o-y\rightarrow V=V_{max}\frac{r^o-(r^o-y)}{r_o}\left(\frac{y}{r_o}\right)^k$$

$$V=V_{max}\,(r_o-y)\left(\frac{y}{r^o}\right)^k$$

$$V=\int\frac{V_{max}\,(r_o-y)(y/r_o)^k\,2\pi rdr}{\pi r_o^2}simplifica\ ndo$$

$$V=2\pi V_{max}\ \int_0^{r_o}(r_o-y)\left(\frac{y}{r_o}\right)^k dy\ \text{int}\ egrando$$

$$\int_0^{r_o} r_o\ \frac{y^k}{r_o^k}-\frac{ry^k}{r_o^k}dy\Rightarrow\int_0^{r_o}\frac{r_o\,Y^k}{r_o^{\,k}}dy-\int_0^{r_o}\frac{Y^{k+1}}{r_o^{\,k}}dy$$

$$\int_0^{r_o} r_o r_o^{\,-k}y^k-\frac{1}{r_o^k}\frac{y_{k+2}}{k+2}\ \Big]_0^{r_o}\Rightarrow\int_0^{r_o} r_o^{\,k+1}y^k-\frac{1}{r_0^k}\frac{r_o^{\,k+2}}{k+2}$$

$$\Rightarrow r_o^{\,(-k+1)}\int_0^{r_o}y^r\,dy\Rightarrow\frac{r_o^{\,-(k-1)}r_o^{\,(k+1)}}{k+1}\Rightarrow\frac{1}{k+1}$$

$$\left(\frac{1}{k+1}-\frac{r_o^2}{k+2}\right)\text{remplazando}$$

$$V=\frac{2V_{max}}{}\left(\frac{1}{k+1}-\frac{1}{k+2}\right)\Rightarrow V=2V_{max}\left(\frac{(k+2)-(k+1)}{(k+1)(k+2)}\right)$$

$$V=2V_{max}\left(\frac{1}{(k+1)(k+2)}\right)$$

Problema

Encontrar el coeficiente de corrección de la energía cinética α para el problema anterior.

$$\alpha=\frac{1}{A}\int\left(\frac{L}{V}\right)^3 dA=\frac{1}{\pi r_o^2}\int_0^{r_o}((k+1)(k+2))^3\left(1-{}^{r}\!/_{r_o}\right)^{3k}2\pi rdr$$

$$\alpha=\frac{2\pi(k+1)^3(k+2)^3}{\pi r_o^2}\int_0^{r_o}\left((r_o-y)\left({}^{y}\!/_{r_o}\right)^k\right)^3dy=\frac{2\pi(k+1)^3(k+2)^3}{r_o^2}\int_0^{r_o}r_o^{\,3}\frac{y^{3k}}{r_o^{3k}}-\int_0^{r_o}y^3\frac{y^{3k}}{r_o^{\,3k}}dy$$

$$\alpha=\frac{2(k+1)^3(k+2)^3}{r_o^2}\int_0^{r_o}r_o^{\,3}\,r_o^{-3k}-y^{3k}dy-\int_0^{r_o}\frac{y^{3k+3}}{r_o^{\,3k}}dy$$

$$\alpha=\frac{2(k+1)^3(k+2)^3}{r_o^2}r_o^{\,(3k+3)}\frac{r_o^{\,3k+1}}{3k+1}-\frac{1}{r_o^{3k}}-\frac{r_o^{3k+4}}{3k+4}$$

$$\alpha=\frac{2(k+1)^3(k+2)^3}{r_o^2}\left(r_o^2\frac{1}{(3k+1)}-\frac{1}{(3k+4)}\right)$$

$$\alpha=2(k+1)^3(k+2)^3\left(\frac{1}{(3k+1)}-\frac{1}{(3k+4)}\right)$$

$$\alpha=\frac{6(k+1)^3(k+2)^3}{(3k+1)^3(5k+4)}$$

FLUJO DE FLUIDOS EN TUBERÍAS

En el caso de flujos reales existen dos tipos de flujos permanentes, éstos reciben los nombres de flujo laminar y flujo turbulento.

FLUJO LAMINAR

En flujo laminar las partículas fluidas se mueven según trayectorias paralelas, simulando láminas que se desplazan unas junto a otras. El flujo laminar se rige por la ley que relaciona el esfuerzo cortante con la velocidad de deformación angular o rapidez de deformación.

FLUJO TURBULENTO

El flujo turbulento se caracteriza por un movimiento desordenado en todas las direcciones de las partículas que componen el fluido. En este caso es imposible conocer la trayectoria de una partícula individualmente.

NÚMERO DE REYNOLDS

El número de Reynolds (Re) es un grupo adimensional de variables, que relaciona las fuerzas de inercia y las fuerzas de viscosidad. Este número permite determinar la característica laminar o turbulenta del flujo de un fluido.

PÉRDIDAS DE ENERGÍA

Existen muchas expresiones de carácter experimental que permiten calcular la pérdida de energía de un fluido, bien sea que tenga un comportamiento laminar o turbulento. Entre las aplicadas a flujo laminar una de las más utilizadas es la de Hagen – Pouseille y para flujo turbulento, las de Darcy - Weisbach y la Hazen – Williams.

En un conjunto de tuberías existen otras series de pérdidas de energía llamadas menores, que se producen básicamente debido a los accesorios necesarios para conformar una red de flujo. La evaluación de este tipo de pérdidas también se realiza experimentalmente, aunque comúnmente se expresan en función de la carga de velocidad del conducto, afectando este resultado por un coeficiente experimental que se obtiene de tablas.

Problema

Si la tensión constante en la pared de una tubería de 30 cm es de 5.0 kg/m² y f = 0.040. ¿Cuál es la velocidad media (a) si fluye agua a 21°C, (b). si fluye un líquido de densidad relativa 0.70?

$$\mathrm{hL} = \frac{2\tau_o L}{W * ro} = \frac{4\tau_o L}{Wxd}; \text{por Darcy}: h_f = f \times \frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

a)

Igualando las ecuaciones:

$$\frac{4\tau_o L}{Wxd} = f\, x \frac{L}{d}\frac{V^2}{g}$$

$$\tau_0 = f * \rho * \frac{V^2}{8}\left(kg/m^2\right)$$

$$\tau_0 = fx\frac{w}{g}x\frac{V^2}{\cdot 8} \Rightarrow V^2 = \frac{\tau_o x8xg}{fxW}$$

$$V^2 = \frac{5\ {}^{kg}/_{m^2}x8x9.81\ {}^{m}/_{g^2}}{0.040 \times 1000\ {}^{kg}/_{m^3}} = 9.8\ {}^{m^2}/_{s^2}$$

$$\mathrm{V} = 3.13\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}$$

b)

Densidad relativa = 0.70

$$V^2 = \frac{r_o x8xg}{fxW} = \frac{5,\ {}^{g}/_{m^2}x8x9.81\ {}^{m}/_{s^2}}{(0.040 \times 700\ {}^{kg}/_{m^3} = 3.13} = 14.01\ {}^{m^2}/_{s^2}$$

$$V = 3.744\ {}^{m}/_{s}$$

Problema

¿Cuáles son las velocidades de corte en el problema precedente?

$$\textit{Velocidad de corte:}\ \rho = \frac{W}{g} \Rightarrow \rho = \frac{1000\ {}^{kg}/_{m^3}}{9.81\ m/s^2}$$

$$\rho = 10194\,\frac{kg.s^2}{m^4}$$

$$Vc = \sqrt{\tau_o/g} = \sqrt{\frac{5\,kg/m^2}{101.94\ kg.\ \frac{s^2}{m^4}}} = 0.221\frac{m}{s}$$

Velocidad de corte para un líquido con densidad relativa 0.70:

$$Vc = \sqrt{r_o/\rho} = \sqrt{\frac{5\ kg/m^2}{0.70}} = 2.67\frac{m}{s}$$

Problema

A través de una tubería de 15 cm y 60 m de longitud está fluyendo agua y la tensión cortante en las paredes es 4.60 kg/m². Determinar la pérdida de carga.

$$\tau = \left(\frac{Wh_1}{22}\right)r$$

$$h_l = \frac{\tau_2 L}{Wr}$$

$$h_L = \frac{4.60\ {}^{kg}/_{m^2}\ x\ 2\ x\ 60\ m}{1000\ {}^{kg}/_{m^3}\ x\ 0.075\ \ m} = 7.36\ \text{m}.$$

Problema

Qué radio ha de tener una tubería para que la tensión cortante en la pared sea de 3.12 kg/m², cuando al filtrar agua a lo largo de 100 m de tubería produce una pérdida de carga de 6m?

$$\tau_o = \frac{\gamma\, h_L\, r}{2L}$$

$$r = \frac{\tau_o\, 2L}{\gamma\, h_l} = \frac{3.12kg/m^2 \text{ x } 2 \text{ x } 100\text{ m}}{1000kg/m^3 x6m} = 0.104m = 10.40 \text{ cm}$$

Problema

Calcular la velocidad critica (inferior) para una tubería de 10 cm que transporta agua a 27°C.

Para que el flujo sea laminar, el máximo número de Reynolds es (2000) de la tabla 2 del apéndice de viscosidad cinemática a 27°C

$T\,°C$	V.	
25	0.897	Por interpolación
27	X	
30	0.804	

$$X = V = 0.89598 \text{ x } 10^{-6} \text{ m/s}$$

$$R_e = V\, D/\upsilon$$

$$V = \frac{R_e \text{ x } \upsilon}{D} = \frac{2000 \text{ x } 0.8598 \text{ x } 10^{-6}\, \text{m}^2/\text{s}}{0.1\text{m}} = 0.0172\ \text{m/s} = 1.72 \text{ x } 10^{-2}\ m/s$$

Problema

Calcular la velocidad crítica (inferior) para una tubería de 10 cm que transporta un fuel-oil pesado a 43 °C.

$$V = \frac{\upsilon R_e}{D} = \frac{44.6 \text{ x } 10^{-6}\, \frac{\text{m}^2}{\text{s}} x2000}{0.1\text{ m}} = 0.892\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Problema

¿Cuál será la caida de la altura de presión en 100 m de una tubería nueva de fundición, horizontal, de 10 cm de diámetro que transporta un fuel-oil medio a 10°C, si la velocidad es de 7.5 cm/s?

Aplicando Bernoulli

$$\frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^{\,2}}{2g} + Z_A - h_f = \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^{\,2}}{2g} + Z_B$$

$$\frac{P_A - P_B}{\gamma} = h_f$$

$$h_f = f.\frac{L}{D}.\frac{V^2}{2g} = f.\frac{100m}{0.1m}.\frac{\left(0.075\,\text{m}/\text{s}^2\right)}{2(9.81)m/s^2}$$

$$R_e = \frac{D.V}{\upsilon} = \frac{0.10m\,.\,0.075\,\text{m/s}}{5.16x10^{-6}\,m\,\text{m}^2/\text{s}} = 1.453.49 \Rightarrow \text{flujo laminar}$$

$$\text{f para flujo laminar} = f = \frac{64}{\text{Rc}} = \frac{64}{145349} = 0.044$$

$$h_f = 0.044 * .\frac{100\text{m}}{0.1\text{m}} * \frac{56 \text{ x } 10^{-3}\, \text{m}^2/\text{s}}{1.9 \text{ x } 62\ \text{m}/\text{s}^2} = 0.012 \text{ m}$$

$$\text{Reemplazando en el valor del } h_f = \frac{P_A - P_B}{\gamma} = 0.0126m \text{ o } \frac{\text{Pa - P}_B}{\gamma} = 1.26 \text{ x } 10^{-2}\, m$$

Problema

- Cuál será la caida de la altura de presión en el problema anterior si la velocidad del fuel-oil es de 1.20 m/s.

$$R_e = \frac{D.V}{V} = \frac{0.1m \text{ x } 1.20\,\text{m/s}}{5.16x10^{-6}\,\text{m}^2/\text{s}} = 2.3 \text{ x } 10^4 \approx 2 \text{ x } 10^4$$

$$\frac{E}{D} = \frac{0.024\text{ cm}}{10cm} = 0.024\text{ cm.} \qquad \text{E = Tuberia nueva de fundición = 0.024 cm}$$

Usando el diagrama de Moody

$f = 0.031$

$$h_f = 0.031 \times \frac{100\text{m}}{0.1\text{m}} x \frac{(1.2)^2\, m^2/s^2}{19.62\, \frac{m}{s^2}} = 2.28m$$

Por Bernoulli

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} - 2.28 = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g}$$

$$\frac{P_A - P_B}{\gamma} = 2.28 \text{ m.}$$

Problema

Considerando únicamente las pérdidas en la tubería, ¿qué altura de carga se necesita para transportar 220 L/s de un fuel-oil pesado a 38°C, a través de 1000 m de una tubería nueva de fundición de 30 cm de diámetro interior?

$$Q = 220\, \text{L}/_\text{s} \Rightarrow Q = 220\, \text{L}/_\text{s}\, x \frac{1m^3}{100L} = Q = 0.22\, \text{m}^3/_\text{s}$$

$$Q = V.A. \Rightarrow \text{V} = \text{Q}/_\text{A}$$

$$A = \pi d^2/_4$$

$$V = \frac{0.22\ \text{m}^3/_s}{\frac{\pi((0.3m)^2}{4}}$$

$$V = \frac{4x0.22\ \text{m}^3/_\text{s}}{\pi(0.3m)^2} = \frac{0.88\ \text{m}^3/_\text{s}}{0.2827\ \text{m}^2} = 3.11\, m/_s$$

$\upsilon = 58.84 \text{ x } 10^{-6}\ \text{m}^2/_\text{s}$ $\qquad$ $\text{T} = 38°C$

$$\frac{\text{E}}{\text{D}} = \frac{0.024\ cm}{30\ cm} - 0.0008$$

$$\text{Re} = \frac{VD}{\upsilon} = \frac{3.11\ \text{m}/_\text{s}\ x0.3\ \text{m}}{58.84\ x10^{-6}\ \text{m}^2/_s} = 1.58\ x10^4$$

$f = 0.029$ En el diagrama de Moody

$$\text{h}_f = \text{f}\frac{\text{L}}{\text{D}}\frac{V^2}{2g} \Rightarrow H_f = 0.029\ x\frac{1000\ \text{m.}}{0.3m}\ x\frac{(3.11\ m/_{s^2})}{2x9.81\ m/_{s^2}}$$

$h_f = 47.65\ m$

Problema

En el problema anterior, qué valor mínimo de la viscosidad cinemática del fuel-oil producirá un flujo laminar?

$\text{Re} < 2000 \Rightarrow$ Flujo Laminar

$$\text{Re} = \frac{VD}{\upsilon} \Rightarrow \upsilon = \frac{\text{VD}}{\text{Re}}$$

$$V = \frac{3.11\, \text{m}/_\text{s}\ x0.3m}{2000} \Rightarrow V = 4.67x10^{-4}\ \text{m}^2/_\text{s}$$

Problema

Al considerar las pérdidas en la tubería únicamente, qué diferencia en la elevación de dos depósitos, que dista 250m, dará un caudal de 30 L/s de un aceite lubricante medio a 10°C, a través de una tubería de 15 cm de diámetro?

T = 10°C —→ aceite medio —→ densidad = 0.861—→ viscosidad cinemática m^2/s

E= Acero comercial soldado

$$V = \frac{0.03 \text{ x } 4}{\pi(0.15)^2} = 1.69 \text{ m/s}$$

$$\text{Re} = \frac{\text{Vd}}{\upsilon} = \frac{1.69x0.15}{5.16x10^{-6}} = 49128$$

De acuerdo con el diagrama A -1 entonces f = 0.068

Aplicando Bernoulli

$$0+2+0-100\left(\frac{1.69}{2g}\right)-0.068\frac{250}{0.15}\frac{(1.69)}{2g}=0+\frac{V^2}{2g}+0$$

Tubería corriente de la tabla A-5

$$1000\frac{V^2}{2g}(m) \text{ pérdida de carga en m.}$$

$$Z=100\frac{(1.69^2)}{2g}+0.068\left(\frac{256}{015}\right)\left(\frac{169}{2g}\right)^2=0.15+16.49=16.63\text{ m}$$

Problema

Un aceite de densidad relativa 0.802 y viscosidad cinemática 1.86×10^{-4} m²/s fluye desde el depósito B a través de 300 m de tubería nueva, siendo el caudal de 88 L/s. La altura disponible es de 16 cm, qué tamaño de tubería deberá utilizarse?

$$Q=V.A \Rightarrow V=\frac{Q}{A}=\frac{0.088\ m^3/s}{\frac{\pi}{4}(D^2)}=\frac{0.112}{D^2}$$

Aplicando Bernoulli

$$\frac{P_A}{\gamma}+\frac{V_A^2}{2g}+Z_A-f\frac{L}{d}\frac{V^2}{2g}=\frac{P_B}{\gamma}+\frac{V_B^2}{2g}+Z_B$$

$$(Z_A-Z_B)=f\frac{L}{d}\frac{V^2}{1g}$$

$$0.16m=f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

Suponiendo un flujo laminar : $\text{Re}=\frac{V.d}{\upsilon}=\frac{\frac{0.112\,xd}{d^2}}{1.86\times10^{-4}}$

$$\text{Re}=\frac{602.15}{d}$$

$$f=\frac{64}{R}=\frac{64d}{602.15}=0.106d$$

$$0{,}16=0{,}106dx\frac{300}{d}x\frac{\left(0.112/d\right)^2}{19{,}62}$$

$$0.16=\frac{31.8}{d^4}\Rightarrow d=0.597m$$

Problema

Mediante una bomba se transporta fuel-oil pesado, a 15ºC, a través de 1000 m de tubería de 5 cm de diámetro hasta un depósito 10 m más elevado que el depósito de alimentación. Despreciando las pérdidas menores, determinar la potencia de la bomba en CV si su rendimiento es del 80% para un caudal de 3.5 L/s.

$$\upsilon(15^\circ C)=201x10^{-6}\ m^2/s$$

$$\gamma=912\ kg/m^3$$

$$H_B=h_e+h_f=10+h_f$$

$$R_e=\frac{VD}{\upsilon}$$

$$V=\frac{4Q}{\pi D^2}=\frac{4x0.0035}{\pi(0.005)^2}=1.78\ m/s$$

$$\text{Re}=\frac{1.78x0.05}{201x10^{-6}}=443.4$$

$$h_f=\frac{32DLV}{gd^2}=\frac{32x201x10^{-6}x1000x1.78}{9.81x(0.05)^2}=466.8m$$

$$H_B=10+466.8=476.8m$$

$$P=\frac{\gamma\ QH}{75x0.8}=\frac{912x0.0035x476.8}{75x0.8}=25.36CV$$

Problema

Agua a 38°C está fluyendo entre A y B a través de 250 m de tubería de fundición (e = 0.06 cm) de 30 cm de diámetro interior. El punto B está 10 cm por encima de A y la presión en B debe mantenerse a 1.4 kg/cm². Si por la tubería circulan 220 L/s ¿qué presión ha de existir en A?

$$Q = V.A$$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{(0.220)(4)}{(030)^2(\pi)} = 3.11\,{}^{\mathrm{m}}\!/_{\mathrm{s}}$$

$$\frac{E}{D} = \frac{0.06}{30} = 0.003$$

$$R_E = \frac{(3.11)(0.3)}{0.687x10^6} = 1.4x10^{-6}$$

Por interpolación V = 0.687 x 10^{-6} m/s

Considerando el diagrama de Moody ? f = 0.024

$$h_f = 0.024x\frac{250}{0.3}x\frac{(3.11)^2}{19.62} = 9.86m$$

Bernoulli entre A y B

$$Z_A + \frac{V_A^{\ 2}}{2g} + \frac{P_A}{\gamma} + h_f = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g}$$

$$D.R. = 0.991$$

$$\frac{P_A}{\gamma} = 10 + \frac{14000}{991} + 9.86$$

$$P_A = 3.38\,{}^{\mathrm{kg}}\!/_{\mathrm{cm}^2}$$

Problema

Una tubería comercial usada de 100 cm de diámetro interior y 2500 m de longitud, situada horizontalmente, transporta 1.20 m³/s de fuel-oil pesado, de densidad relativa 0.912, con una pérdida de carga de 22 m. ¿Qué presión debe mantenerse en la sección de entrada A para que la presión en B sea de 1.4 kg/cm²? Utilizar e = 1.37 cm.

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^{\ 2}}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^{\ 2}}{2g} + h_f$$

$$P_A = P_B + \gamma\ \ h_f$$

$$P_A = 1.4\,{}^{\mathrm{kg}}\!/_{\mathrm{cm}^2} + 912\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}x22m$$

$$P_A = 1.4\,{}^{kg}\!/_{cm^2} + 912\,{}^{kg}\!/_{m^2}\,x\frac{1m^2}{10^4\,cm}x22 = 1.4\,{}^{kg}\!/_{cm^2} + 2.0064\,{}^{\mathrm{kg}}\!/_{\mathrm{cm}^2}$$

$$P_A = 34064\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{cm}^2} \approx 3.41\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{cm}^2}$$

Problema

Una tubería vieja de 60 cm de diámetro interior y 1200 m de longitud, transporta un fuel-oil medio a 27°C desde A hasta B. Las presiones en A y B son, respectivamente, 4.0 kg/cm² y 1.4 kg/cm², y el punto B está situado 20 m por encima de A. Calcular el caudal en m³/s utilizando e = 0.048 cm.

$$P_A = 40\,\mathrm{X}\,{}^{\mathrm{kg}}\!/_{\mathrm{cm}^2} = 4000\,{}^{\mathrm{kg}}\!/_{\mathrm{m}}$$

$$P_B = 14\,{}^{\mathrm{kg}}\!/_{\mathrm{cm}^2} = 1400\,{}^{kg}\!/_{cm^2}$$

$$\gamma \text{ del aceite a } 27°\,C = 850\,{}^{\mathrm{kg}}\!/_{\mathrm{m}^3}$$

$$\textit{Viscocidad} \text{ cinemática aceite} = 3.31x10^6\,{}^{\mathrm{m}^2}\!/_{s}$$

$$\frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^{\ 2}}{2g} + Z_A = \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_{B^2}}{2g} + Z_B + h_f$$

$$h_f = \frac{P_A - P_B}{\gamma} - 20 = \frac{40000 - 14000}{850} - 20 = 10.59m$$

$$h_f = f\frac{L}{D} * \frac{V^2}{2g} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{h_f xDx2g}{fxL}} = \sqrt{\frac{10.59x0.6x2(9.81)}{0.05x1200}}$$

Asumiendo

$f = 0.05 \qquad V = 1.44\,\mathrm{m/s}$

$$\mathrm{Re} = \frac{DV}{\upsilon} = \frac{06m\,x1.44\,\mathrm{m/s}}{3.31x10^{-6}\,\frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s}}} = 2.61x10^5$$

$$\frac{E}{D} = \frac{0.048}{60} = 0.0008$$

$$\left.\begin{array}{l} \mathrm{Re} = 2.61\,x\,10^5 \\ \\ \frac{E}{D} = 0.0008 \end{array}\right\} Diagrama\ A-1 \rightarrow f = 0.02 \qquad V = \sqrt{\frac{1059\,x\,0.6\,x\,19.62}{0.02x1.200}} = V = 2.28\,\mathrm{m/s}$$

$$Q = VxA = \frac{2.28\,x\,\pi\,x\,(0.6)^2}{4} = 0.65\,\mathrm{m^3/s}$$

Problema

Desde un depósito A, cuya superficie libre está a una cota de 25 m, fluye agua hacia otro depósito B, cuya superficie está a una cota de 18 m. Los depósitos están conectados por una tubería de 30 cm de diámetro y 30 m de longitud (f = 0.020) seguida por otros 30 m de tubería de 15 cm (f = 0.015). Existen dos codos de 90° en cada tubería (K = 0.50 para cada uno de ellos), K para la contracción es igual a 0,75 y la tubería de 30 cm es entrante en el depósito A. Si la cota de la contracción brusca es de 16 m, determinar la altura de presión en la tubería de 30 y 15 cm en el cambio de sección.

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A{}^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_A{}^2}{2g} + f\frac{L}{D}\frac{V_{30}^2}{2g} + f\frac{L}{D}\frac{V_{15}^2}{2g} + \frac{V_{30}^2}{2g} + \frac{V_{30}^2}{2g} + \frac{V_{15}^2}{2g} + 0.75\left(\frac{V_{15}^2 - V_{30}^2}{2g}\right)$$

$$V_{30}\,d_{30}^2 = V_{15}\,\mathrm{d}_{15}^2$$

$$V_{15} = V_{30}\left(\frac{d_{30}}{d_{15}}\right)^2$$

$$V_{15} = 4\,\mathrm{V}_{30}$$

$$\frac{V_{15}^2}{2g} = 16\frac{V_{30}{}^2}{2g}$$

$$7.0 = f\frac{L}{D_{30}}\frac{V_{30}^2}{2g} + f\frac{L}{D_{15}}x\frac{16V_{30}^2}{2g} + \frac{V_{30}^2}{2g} + \frac{V_{30}^2}{2g} + 0.75\frac{V_{15}^2}{2g} - \frac{16V_{30}^2}{2g} + 0.75\,x\,\frac{V_{15}^2}{2g} - 0.75\frac{V_{30}^2}{2g}$$

$$7.0 = \left(f\frac{L}{D_{30}} + f\frac{L}{D_{15}}x16 + 1 + 1 + 16 + 0.75x16. - 0.75\right)\frac{V_{30}^2}{2g}$$

$$V_{30} = 1.32\,\mathrm{m/s}$$

$$Z_A = \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A{}^2}{2g} = Z_{30} + \frac{P_{30}}{\gamma} + \frac{V_{30}^2}{2g} + f\frac{L}{D_{30}}\frac{V_{30}^2}{2g} + \frac{V_{30}^2}{2g} + \frac{V_{30}^2}{2g}$$

$$9 = \frac{P_{30}}{\gamma} + \frac{V_{30}^2}{2g}\left(1 + f\frac{L}{D_{30}} + 1 + 1\right)$$

$$9 = \frac{P_{30}}{\gamma} + \frac{V_{30}^2}{2g}(1 + 2 + 1 + 1) = \frac{P_{30}}{\gamma} + 5\frac{V_{30}^2}{2g}$$

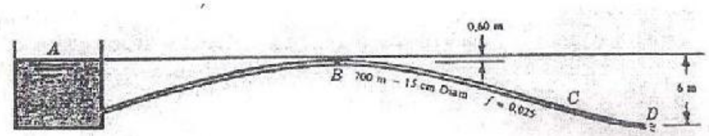
$$\frac{P_{30}}{\gamma} = 9 - 5x\frac{(1.32)^2}{2g} = 8.56m$$

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A{}^2}{2g} = Z_{15} + \frac{P_{15}}{\gamma} + \frac{V_{15}^2}{2g} + hf_{30} + \frac{V_{30}^2}{2g} + 2x0.5\frac{V_{30}^2}{2g} + 0.75\frac{\left(V_{15}^2 - V_{30}^2\right)}{2g}$$

$$\frac{P_{15}}{\gamma} = 7 - 31.25\frac{V_{30}^2}{2g} = 4.22m$$

Problema

En la figura el punto B dista 180 m del recipiente. Si circulan 15 L/s de agua, calcular (a) la pérdida de carga debido a la obstrucción parcial C y (b) la presión absoluta en B.



a) Bernoulli entre A-D

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{V_D^2}{2g} + h_{fe} + f\frac{L}{D}x\frac{V_D^2}{2g}$$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0.015 \ x\ 4}{\pi(0.15)^2} = 0.849 \ \mathrm{m}/\mathrm{s}$$

$$Z_A = \frac{V_D^2}{2g} + f\frac{L}{D}\frac{V_D^2}{2g} + h_f$$

$$h_f = 6m - \frac{(0.849)^2}{19.62} - \left[0.025\ x\ \frac{700\ m}{0.15\ m}\ x\ \frac{(0.849)^2}{19.62}\right]$$

$$h_f = 1.68\mathrm{m}$$

b) Bernoulli entre A-B

Presión absoluta A-B

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + h_f$$

$$\frac{P_A}{\gamma} = P.Atmosf\acute{e}ric\ a = 10.34\ \mathrm{m}$$

$$Z_A = 0.6m$$

$$V_B = 0.849\ \mathrm{m}/\mathrm{s}$$

$$\frac{P_B}{\gamma} = Z_A + \frac{P_A}{\gamma} - f\frac{L}{D}\mathrm{x}\frac{V_B^2}{2g} - \frac{V_B^2}{2g}$$

$$\frac{P_B}{\gamma} = 0.6m + 30.34m - 0.025x\frac{18.0m}{0.15m}x\frac{(0.849)^2\ \mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2}{19.62\ \mathrm{m}/\mathrm{s}^2} - \frac{(0.849)^2\ m^2/s^2}{19.62\ m/s^2}$$

$$\frac{P_B}{\gamma} = 9.8m, P_B = 9.8m * 1000\ \mathrm{kg}/m^3 = 9.800\ \mathrm{kg}/\mathrm{m}^2 = 0.98\ kg/cm^2$$

Problema

Un disolvente comercial a 21°C fluye desde un depósito A a otro B a través de 150 m de una tubería nueva de fundición asfaltada de 15 cm de diámetro. La diferencia de elevación entre las superficies libres es de 7 m. La tubería es entrante en el depósito A

y dos codos en la línea producen una pérdida de carga igual a dos veces la altura de velocidad. ¿Cuál es el caudal que tiene lugar? Utilizar c = 0.0135 cm.

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + f\frac{L}{D}\frac{V_2}{2g} - 2V^2/2g$$

$$Z_A - Z_B = V^2/2g + f\frac{L}{D}V^2/2g$$

$$7.0 = V^2/2g\left(f\frac{L}{D} - 1\right)$$

$$\mathrm{V} = \sqrt{\frac{7x2x9.81}{\left(0.026x\frac{159}{0.15} - 1\right)}} = 2.34\ \mathrm{m}/\mathrm{s}$$

$$E/D = \frac{0.0135}{1.5} = 9x10^{-4}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{VD}{\upsilon} = \left.\frac{2.34x0.15}{1.1714x10^{-6}} = 2.49x10^5\right\}$$

υ = Viscosidad cinemática del disolvente comercial a 21°C = $1.17 \times 10^{-6}\ m^2/s$

$\mathrm{Re} = 3x10^5$

Observando en el diagrama de Moody, se encuentra que el valor de f está bien supuesto, entonces con V = 2.34 m/s.

$$Q = V.A = V * \frac{\pi(\mathrm{D})^2}{4} = \frac{(2.34)(\pi)(0.15)^2}{4} = 0.04135\ \mathrm{m}^3/\mathrm{s} = 41.4\ \mathrm{L}/\mathrm{s}$$

Problema

Un conducto de acero de sección rectangular de 5 cm x 10 cm transporta 18 L/s de agua a una temperatura media de 15°C y a presión constante al hacer que la línea de alturas piezométricas sea paralela al eje del conducto. ¿Qué altura ha de descender el conducto en 100 m al suponer la rugosidad absoluta de la superficie del conducto igual a 0.025 cm? Utilizar ν = 1.132 x 10⁻⁶ m²/s.

$$V = \frac{0{,}018\ \mathrm{m^3/s}}{0.05m \times 0.1\ \mathrm{m}} = 0.018\ \mathrm{m^3/s}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{VD}{\upsilon} =$$

$$R = \frac{A}{P} = \frac{0.05 \times 0.10}{2(0.05)+0.10} = 0.025\ \mathrm{m.}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{4V_R}{\upsilon} = \frac{4 \times 3.6\ \mathrm{m/s} \times 0.025\ m}{1.132 \times 10^{-6}\ \mathrm{m^2/s}} = 318021.20 = 3.18x10^5$$

$$\frac{E}{D} = \frac{0{,}025cm}{4(7.5)m} = 0.025$$

En el gráfico f = 0.042

$$h_f = f\frac{L}{d}\frac{V^2}{2g} = f\frac{L}{4R}\frac{V}{2g}$$

$$h_f = 0.042x\frac{100m}{0.1m}x\frac{(3.6m/s)^2}{19.62\ \mathrm{m/s^2}} = 27.74m = 27.80m$$

Problema

Cuando circulan 40 L/s de un fuel-oil medio a 15°C entre A y B a través de 1000 m de una tubería nueva de fundición de 15 cm de diámetro, la pérdida de carga es de 40 cm Las secciones A y B tienen cotas de 0,0 m y 18,0 m, respectivamente, siendo la presión en B de 3.50 kg/cm². ¿Qué presión debe mantenerse en A para que tenga lugar el caudal establecido?

De tablas se obtiene la densidad relativa del Fuel-oil medio a 15°C.

Es de 0.857, luego γ =857 kg/m³

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + h_f(A-B)$$

$Z_A = 0$ se encuentra en el nivel de referencia (N.R.).

$V_A = V_B$ permanecer constantes el caudal y el diámetro de la tubería

Luego

$$\frac{P_A}{\gamma} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + h_f(A-B)$$

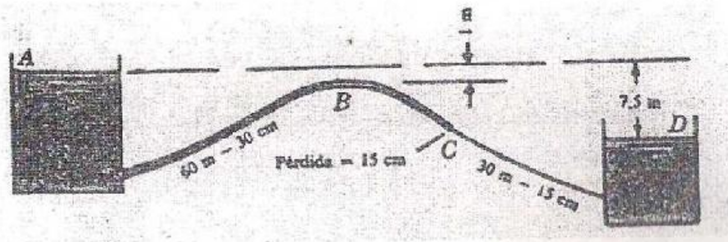
$$P_A = \gamma\left(Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + h_f(A-B)\right)$$

$$P_A = (857\ \mathrm{kg/m^3}) * (98.84m) = 84706\ \mathrm{kg/m^2} = 8.47\ \mathrm{kg/cm^2}$$

Problema

a). Determinar el caudal de agua que circula a través de las tuberías nuevas de fundición mostradas en la figura

b). Cuál es la presión en B si está a 30 m. del depósito A? (Utilizar tabla 3).



a). Altura de presión = pérdidas totales

$$7.5 = pérdidas\ \mathrm{de}\left({}_{D\text{-}T}\right) + \mathrm{pérdidas}\left({}_{T\text{-}D}\right) + h_{f30} + h_{f15} + 0.15$$

$$7.5 = \frac{KV_1^2}{2g} + \frac{KV_2^2}{2g} + \frac{f_1L_1}{D_1}x\frac{V_1^2}{2g} + \frac{f_2L_2}{D_2}\frac{V_2^2}{2g} + 0.15$$

Por continuidad:

$$A_1V_1 = A_2V_2 \Rightarrow \frac{\pi D_1^2}{4} * V_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} * V_2 \Rightarrow V_1D^2 = V_1D^2$$

$$V_1 = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 V_1 \Rightarrow V_1 = V_2\left(\frac{0.15}{0.30}\right)^2 \Rightarrow V_1 = 0.25V_2 \text{ o } V_2 = 4V_1$$

$$\left.\begin{matrix} K = 0.5 \\ K_2 = 1 \end{matrix}\right\} \textit{Según } \text{Tabla 3}$$

$$7.5 = \frac{0.5V_1^2}{19.62} + \frac{V_2^2}{19.62} + \frac{fx60}{0.30} x \frac{V_1^2}{19.62} + \frac{fx30xV^2{}_2}{0.15x19.62} + 0.15m$$

$$7.5 = 0.025V_1^2 + 0.825V_1^2 + fx16.2V_1^2 + fx163.1V_1^2 + 0.15$$

$$7.5 = 0.84V_1^2 + 174.3fV_1^2 + 0.15$$

Utilizando la Tabla 3 e interpolando o utilizando una calculadora programable

$V_1 = 1.3\ \mathrm{m/s}$ $\qquad$ f = 203.33 x 10^{-4}

$X = 7.56m$

Para $V_1 = 1.3\ \mathrm{m/s}$

$$Q = AV = \frac{\pi(0.30)^2}{4} m^2 * 1.3\frac{m}{s} = 0.092\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}} = 92\ \mathrm{L/s}$$

$$\frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A{}^2}{2g} + Z_A = \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V^2{}_B}{2g} + Z_B + H$$

$$H = h_{f_{30}} + \text{pérdidas de }(_{\mathrm{D.T}}) = \mathrm{f}\frac{\mathrm{L}_1}{\mathrm{D}_1}\frac{V_1^2}{2g} + K_1\frac{V_1^2}{2g}$$

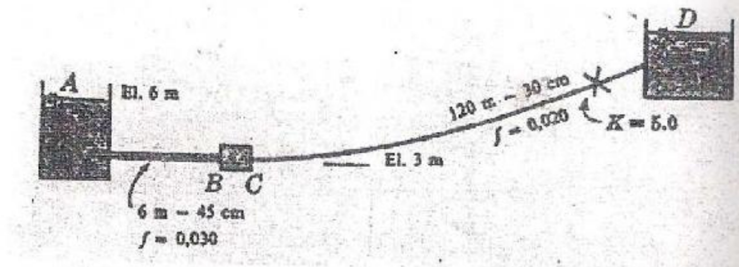
$$H = 203.33x10^{-4} x \frac{30m}{0.30\ \mathrm{m.}} x \frac{(1.3)^2}{19.62} + 05 = 0.218\ \mathrm{m.}$$

$$\frac{P_B}{\gamma} = 1 - \frac{(1.3)^2}{19.62} - 0.218 = 0.696\ \mathrm{m}$$

$$\mathrm{P_B} = 0.696\ \mathrm{m} \times 1000\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 6.96\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$$

Problema

A través del sistema mostrado en la figura fluye agua a 38°C. Las tuberías son nuevas de fundición asfaltada y sus longitudes 50 m la de 7.5 cm. y 30 m. la de 15 cm. Los coeficientes de pérdida de los accesorios y válvulas son: codos de 7.5 cm, K = 0.40 cada uno: codo de 15 cm, K = 0.60 y válvula de 15 cm, K = 3.0.



Determinar el caudal.

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A{}^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B{}^2}{2g} + h_f(_{A-B}) + he$$

$P_A = P_B$ porque ambos tanques se encuentran abiertos a la atmósfera
$V_A = V_B$ no se consideran

$Z_A = 7.5$ $\qquad$ $Z_B = 0$

$h_f = \frac{L}{d}\frac{V^2}{2g};$ $\qquad$ he = $K\frac{V^2}{2g}$

$$7.5 = f_1\frac{L_1}{D_1}\frac{V_1^2}{2g} + f_2\frac{L_2}{D_2}\frac{V_2^2}{2g} + 2K_1\frac{V_1^2}{2g} + K_2\frac{V_2^2}{2g} + K_3\frac{V_2^2}{2g}$$

Por continuidad $Q = V_1A_1 = A_2V_2$

$$V_1 = \frac{A_2}{A_1} * V_2 \rightarrow V_1^2 = V_2^2\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4$$

$$V_1^2 = \left(\frac{15}{7.5}\right)^4 V_2^2 = 16V_2^2$$

$$7.5 = 16 f_1 \frac{L_1}{D_1}\frac{V_2^2}{2g} + f_2 \frac{L_2}{D_2}\frac{V_2^2}{2g} + 32 K_2 \frac{V_2^2}{2g} + K_3 \frac{V_2^2}{2g}$$

$$7.5 = 16 f_1 \frac{50}{0.075} x \frac{V_2^2}{19.63} + f_2 \frac{30}{0.15} x \frac{V_2^2}{19.62} + 32x(0.80)\frac{V_2^2}{19.62} + 0.6\frac{V_2^2}{19.62} + 3\frac{\sqrt{2}}{19.62}$$

$$7.5 = 643.66\, f_1 V_2^2 + 10.19\, x\, f_2 V_2^2 + 1.30\, V_2^2 + 0.03\, V_2^2 + 0.15\, V_2^2$$

$\rightarrow f_1 \cong f_2 \cong f \rightarrow$ suponiendo un $f = 0.020$

Reemplazo $: \rightarrow V = 0.597$ m/s

$$Re = \frac{V_2 D}{\upsilon} = \frac{(0.597)*(0.15)}{0.6874\,x10^{-6}} = 130333.8 \rightarrow Re \cong 1.3x10^{-5}$$

$$\frac{E}{D} = \frac{0.012}{15cm} = 0.0008 \text{ en Moody } \rightarrow f_{calculado} = 0.021 \text{ diferente al supuesto}$$

Reemplazando

$$7.5 = (543.66)(0.021)\,V_2^2 + (10.19)(0.021)\,V_2^2 + 1.30V_2^2 + 0.03V_2^2 + 0.15V_2^2$$

$$7.5 = 11.41V_2^2 + 0.21V_2^2 + 1.30V_2^2 + 0.03V_2^2 + 0.15V_2^2 = 13.1V_2^2 \Rightarrow V_2 = 0.76 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{V_2 D_2}{\upsilon} = Re = \frac{(0.76)(0.15)}{0.6874x10^{-6}} = 165842.3 \cong 1.7x10^5$$

$\frac{E}{D} = 0.008 \rightarrow$ f calculado $= 0.0205$ diferente al f supuesto

$$7.5 = (543.66)(0.025)\,V_2^2 + (10.19)(0.205)\,V_2^2 + 1.30V_2^2 + 0.03V_2^2 + 0.15V_2^2$$

$$7.5 = 11.14V_2^2 + 0.20V_2^2 + 1.30V_2^2 + 0.03V_2^2 + 0.15V_2^2 = 12.82V_2^2 \rightarrow V_2 = 0.77 \text{ m/s}$$

$\frac{E}{D} = 0.008 \rightarrow$ f calculado $= 0.0205$ semejante al f supuesto

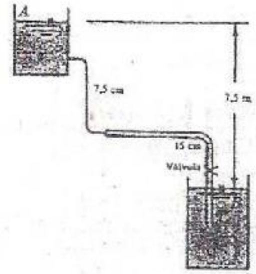
$$Q = V_2 A_2 \Rightarrow Q = (0.77)\left(\frac{\pi x(0.15)^2}{4}\right) = 0.0136 \,{}^{m^3}\!/_{s}$$

$$V_1 = \frac{D_2^2}{D_1} V_2 = \frac{(0.15)^2}{(0.075)^2} x0.77 = 3.08 \,{}^{m}\!/_{s}$$

$$Q = V_1 A_1 = (3.08)\left(\frac{\pi x(0.075)^2}{4}\right) = 0.0136 \,{}^{m^3}\!/_{s} = 0.0136 \,{}^{m^3}\!/_{s}\; x \frac{1000 \text{ Lts.}}{1 m^3} = Q = 13.6 \,{}^{L}\!/_{s}$$

Problema

Si la bomba B de la figura transfiere al fluido 70 CV cuando el caudal de agua es de 220 L/s. ¿A qué elevación puede situarse el depósito D?



Situando un nivel de referencia en B

Aplicando Bernoulli entre A y D

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{V_D^2}{2g} + h_f(1er.tramo) + h_f(2do.tramo) - H_B$$

$$Z_A = Z_D + \frac{V_D^2}{2g} + f\frac{L}{D}\frac{V_{30}^2}{2g} + f\frac{L}{D}\frac{V_{45}^2}{2g} - H_B$$

$$V_{45} = \frac{Q}{A_{45}} = \frac{0.22 \,{}^{m^3}\!/_{s}}{\pi\frac{(045)\,m^2}{4}} = 1.38 \,{}^{m}\!/_{s}$$

$$V_{30} = \frac{Q}{A_{30}} = \frac{0.22 \,{}^{m^3}\!/_{s}}{\pi\frac{(0.30)\,m^2}{4}} = 3.11 \,{}^{m}\!/_{s}$$

H_B = energía de la bomba

$$CV = \frac{V.Q.H_B}{75} \rightarrow H_B = \frac{CVX75}{\gamma\, Q}$$

$$H_B = \frac{70X75}{1000X0.22} = 23.86 \text{ m}$$

Reemplazando y despejando Z_D.

$$Z_D = Z_A - f\frac{L}{D}\frac{V_{30}^2}{2g} - f\frac{L}{D}\frac{V_{45}^2}{2g} - \frac{KV_{30}^2}{2g} + H_B$$

$$Z_D = 3m - (0.020)\left(\frac{120\text{m}}{0.30\text{m}}\right)\left(\frac{(3.11\,\text{m/s})^2}{2(9.81\,\text{m}/\text{s}^2)}\right) - (0.030)\left(\frac{6m}{0.045m}\right)$$

$$\left(\frac{(1.38\,\text{m}/\text{s}^2)}{0(9.81\,\text{m}/\text{s}^2)}\right) - (5)\frac{(3.11)^2}{2(9.81)} + 23.86\,m$$

$$Z_D = 3 - 3.94 - 0.0388 - 2.46 + 23.86 = 20.42\,m$$

$Z_D \cong 21\,m \Rightarrow$ Elevación máxima a la que puede situarse el depósito D

Problema

Una bomba situada a una cota topográfica de 3 m mueve 210 L/s de agua a través de un sistema de tuberías horizontales hasta un depósito cerrado, cuya superficie libre está a una cota de 6.0 m. La altura de presión en la sección de succión, de 30 cm de diámetro, de la bomba es de – 1.20 m y en la sección de descarga, de 15 cm de diámetro, de 58.0 m. La tubería de 15 cm (f = 0.030) tiene 30 m de longitud, sufre un ensanchamiento brusco hasta 30 cm, continuando con una tubería de este diámetro (f = 0.020) y una longitud de 180 m hasta el depósito. Una válvula de 30 cm K = 1.0 está situada a 30 m del depósito. Determinar la presión sobre la superficie libre del agua del depósito. Dibujar las líneas de alturas totales y piezométricas.

$$E_1 + H_B = E_2$$

$$\frac{V_{30}^2}{2g} + \frac{P_{30}}{\gamma} + H_B = \frac{V_{15}^2}{2g} + \frac{P_{15}}{\gamma}$$

$$H_B = 66.7\text{ m}$$

Pérdida de energía entre 2 y 3

$$h_{f(2-3)} = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} = 0.03\text{ x }\frac{30}{0.15}x\frac{V_{15}^2}{2g}$$

$$\frac{V_{15}^2}{2g} = 8m$$

$$\frac{V_{30}^2}{2g} = 0.5m$$

$$h_{f(2-3)} = 48m$$

Pérdida en la contracció n

$$h_f = 0.1\frac{(V_{15} - V_{30})}{2g} = 0.45m$$

Pérdida de energía entre 3 y 4

$$h_{f(3-4)} = 0.02x\frac{150}{0.3}x0.5 = 5m$$

Pérdida en la válvula

$$h_f = K\frac{V_{30}^2}{2g} = 0.5m$$

Pérdida de energía entre 4 y 5

$$h_{f(4-5)} = 0.02x\frac{30}{0.3}x0.5 = 1m$$

Pr *esión* en la superficie libre del depósito

$$P_s = 66.7 - 48 - 0.45 - 5 - 0.5 - 1 - 3 = 8.75\text{m} = 0.875\ \text{kg}/\text{m}^2$$

Problema

Qué diámetro debe de tener una tubería medio nueva de fundición para transportar 30 L/s de agua a 21°C a través de 1200 m con una pérdida de altura piezométrica de 20 m? Utilizar la tabla 3).

El miembro entre corchetes representa la caída de la línea de altura piezométrica S = 20m

$$\left[\left(\frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + Z_A\right) - \left(\frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + Z_B\right)\right] = f\frac{12000}{d}\frac{V^2}{2g}$$

$$20 = f\frac{12000}{d}\frac{V^2}{2g} \rightarrow V = Q/A$$

$$20 = f\frac{12000}{d}x\frac{\left(4Q/\pi d^2\right)^2}{2g}$$

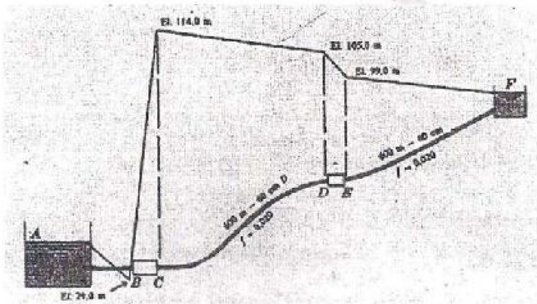
$$20 = f\frac{12000}{d}x\left(\frac{40.33/\pi D^2}{2(9.81)}\right)^2 \left\{\begin{array}{l} d^5 = 446X0^{-3}f \\ d^5 = 4.46x10^{-3}x0.02 \\ d = 15.4cm \end{array}\right\} \textit{Como} \text{ no se conoce f al V, se supone } f = 0.02$$

$$V = \frac{0.03}{\pi d^2/4} = 1.59\ \mathrm{m/s}$$

$$\left.\begin{array}{l} d = 0.154m \\ V = 1.59\dfrac{m}{s} \end{array}\right\} \textit{Interpolando}\ \text{Tabla 3}\ f = 0.027 \quad \left\{\begin{array}{l} d^5 = 4.46x10^{-3}x0.027 \\ d \cong 16.5\mathrm{m} \end{array}\right.$$

Problema

La bomba BC transporta agua hasta el depósito F y en la figura se muestra la línea de alturas piezométricas. Determinar (a) la potencia suministrada al agua por la bomba BC, (b). la potencia extraída por la turbina DE y (c) la cota de la superficie libre mantenida en el depósito F.



$$h_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + 85 - f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} - 6 = h_E + \frac{P_E}{\gamma} + \frac{V_E^2}{2g}$$

$$h_B + \frac{P_B}{\gamma} = 29\ \mathrm{m}. \qquad h_E + \frac{P_E}{\gamma} = 9.9\ \mathrm{m}.$$

$$29 + 85 - f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} - 6 = 99m$$

$$9 = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

$$V = \sqrt{\frac{9Dx2g}{fL}} = \sqrt{\frac{9x0.6x19.62}{0.02x600}} = 2.97\ \mathrm{m/s}$$

$$Q = VA = 2.97\ \mathrm{x}\ \frac{\pi(0.6)^2}{4} = 0.840\ \mathrm{m^3/s}$$

$$P_{bomba} = \frac{Q\ \mathrm{x}\ \gamma\ \mathrm{x}\ \mathrm{H}}{75} = 952\ \mathrm{Cv}$$

$$\mathrm{P_{Turbina}} = \frac{Q\ \mathrm{x}\ \gamma\ \mathrm{x}\ \mathrm{B}}{75} = 67.7\ \mathrm{Cu}$$

La cota de la superficie libre mantenida en el depósito F.

$$h_F = f\frac{L}{D}\frac{\mathrm{V}^2}{2g} = 0.020x\frac{600}{0.6}x\frac{(2.97)^2}{19.62} = 4.0\ m$$

Nivel del tanque F = 99 - 9 = 90 m

Problema

A través de una tubería de 5 cm de diámetro circulan 68 kg/s de aire a la temperatura constante de 20°C. La tubería es usada y el material de fundición. En la sección A la presión absoluta es de 3.80 kg/cm². ¿Cuál será la presión absoluta 150 m aguas abajo de A si la tubería es horizontal? Utilizar e = 0.0249 cm.