TRABAJO PRÁCTICO 1

1.1. Explique la diferencia entre un fluido real y uno ideal.

La diferencia fundamental entre un fluido real y uno ideal, es que para los ideales se hace la suposición de que la viscosidad vale cero, es decir, no existen fuerzas tangenciales en ninguna superficie cuando el fluido se encuentra en movimiento.

1.2. Describa en forma resumida en qué consiste la hipótesis del fluido como medio continuo.

Bajo ésta hipótesis, el estudio de las diferentes propiedades de los fluidos se realiza considerando sus valores medios, es decir, no se estudia por separado la conglomeración real de moléculas sino que se supone una distribución continua de materia sin espacios vacíos.

1.3. En el océano la presión a 8000 [m] de profundidad es de 1,030 × 10^8 [Pa]. Suponiendo un peso específico en la superficie de 10050 [N/m³] y que el módulo de elasticidad promedio es 2,26 × 109 [Pa] para ese intervalo de presiones, calcular: a) el cambio de densidad entre la superficie y esa profundidad, b) el volumen específico y la densidad a esa profundidad.

a.

Parto de:

$$K = -\frac{dP}{\frac{dV}{V}} \Rightarrow \frac{dV}{V} = -\frac{dP}{K}$$

Integrando obtengo:

$$\int_{V_0}^{V} \frac{dV}{V} = \int_{P_0}^{P} -\frac{dP}{K} \Rightarrow \ln\frac{V}{V_0} = -\frac{P-P_0}{K} \Rightarrow \ln\frac{\rho_0}{\rho} = -\frac{P-P_0}{K}$$

Aplicando antilogaritmo en la última ecuación obtengo:

$$\frac{\rho_0}{\rho} = e^{-\frac{P-P_0}{K}} \Rightarrow \rho = \rho_0\, e^{\frac{P-P_0}{K}}$$

O en términos de peso específico:

$$\gamma = \gamma_0\, e^{-\frac{P-P_0}{K}} = 10050\left[\frac{N}{m^3}\right] e^{-\frac{1{,}03\,.10^8\,[Pa]-1{,}013\,.\,10^6\,[Pa]}{2{,}26\,.\,10^9\,[Pa]}} = 10050\left[\frac{N}{m^3}\right] 1{,}0461607 = 10513{,}92\left[\frac{N}{m^3}\right]$$

Por lo tanto:

$$\rho = \frac{\gamma}{g} = \frac{10513{,}92 \left[\frac{Kg\ \frac{m}{s^2}}{m^3}\right]}{9{,}80665\ \left[\frac{m}{s^2}\right]} = 1072{,}12\ \left[\frac{Kg}{m^3}\right]$$

Y finalmente:

$$\rho_0 = \frac{\gamma_0}{g} = \frac{10050 \left[\frac{Kg\ \frac{m}{s^2}}{m^3}\right]}{9{,}80665\ \left[\frac{m}{s^2}\right]} = 1024{,}81\ \left[\frac{Kg}{m^3}\right]$$

De donde, variación de densidad es:

$$\Delta\rho = \rho - \rho_0 = 1072{,}12\ \left[\frac{Kg}{m^3}\right] - 1024{,}81\ \left[\frac{Kg}{m^3}\right] = 47{,}30\ \left[\frac{Kg}{m^3}\right] = 4{,}62\%$$

b.

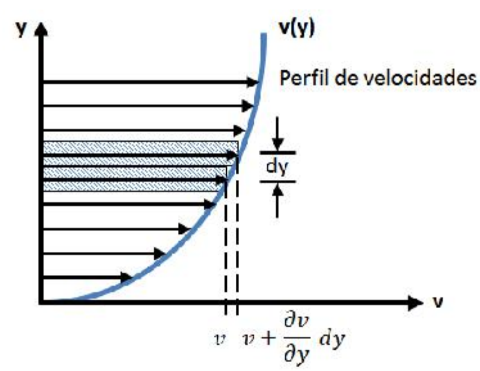
$$v = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{1072{,}12\ \left[\frac{Kg}{m^3}\right]} = 0{,}00093273 \left[\frac{m^3}{Kg}\right]$$

1.4. Escribir la ley de Newton de la viscosidad describiendo sus variables y la interpretación de la misma. Hacer un esquema gráfico para ilustrarla.

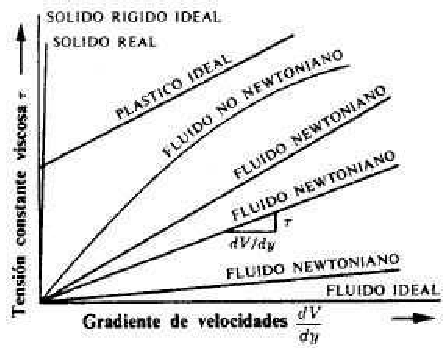
La ley de Newton expresa el esfuerzo tangencial τ que se produce entre dos láminas separadas una distancia dy y que se desplazan con velocidades (v) y [v + (∂v/∂y) dy].

Se expresa según la siguiente ecuación: $\tau = \mu\ \frac{\partial v}{\partial y}$

Según ésta ley, el esfuerzo tangencial es proporcional al gradiente transversal de velocidades ∂v/∂y. µ es una constante de proporcionalidad cuya magnitud es una característica de la viscosidad del fluido y se conoce como viscosidad dinámica o viscosidad.



1.5. Estudiar las características de velocidad de deformación bajo esfuerzo cortante que se representan para diversos tipos de fluidos en la siguiente figura.



Fluidos newtonianos

Se comportan de acuerdo a $\tau = \mu(dv/dy)$, por lo que la tensión de corte es proporcional al gradiente de velocidades. La pendiente de la recta determina la velocidad.

Fluido ideal

La resistencia a la deformación cortante es nula. Aunque no existan realmente, se puede trabajar bajo ésta hipótesis para ciertos casos de análisis.

Sólido rígido ideal

No hay deformación, independientemente de la carga aplicada. Sufren deformaciones, y mientras se mantenga dentro del límite de proporcionalidad, la gráfica de la recta es casi vertical.

Fluidos no newtonianos

Se deforman de modo que la tensión no es proporcional a la velocidad de deformación tangencial. Se puede clasificar como deformación plástica.

Plásticos ideales

Pueden soportar una tensión de corte sin deformarse, hasta un punto a partir del cual la velocidad de deformación es proporcional a la tensión.

1.6. Describir dimensionalmente la viscosidad dinámica e indique sus unidades en el Sistema Internacional (MKS absoluto), en el sistema técnico (MKS gravitacional) y en sistema CGS.

VISCOSIDAD DINÁMICA	DIMENSIONES	UNIDADES
MKS ABSOLUTO	$[M\ L^{-1}\ T^{-1}]$	[Kg / m s]
MKS GRAVITACIONAL	$[F\ L^{-2}\ T]$	$[Kg\ s / m^2]$
CGS ABSOLUTO	$[M\ L^{-1}\ T^{-1}]$	[g / cm s]

Para el sistema CGS absoluto, la equivalencia es [g_m/cm s], que es utilizada como unidad de viscosidad cinemática en éste sistema y es conocida como poise en honor de Poiseouille:

$$1\,[Poise] = 1\,\left[\frac{g_m}{cm\ s}\right]$$

Para el sistema gravitacional, es más común la unidad:

$$1\,\left[\frac{Kg\ s}{m^2}\right] = 98{,}0665\,\left[\frac{g_m}{cm\ s}\right]$$

1.7. Escribir la ecuación de la viscosidad cinemática, sus dimensiones, y las unidades en los 3 sistemas mencionados en el punto 3. ¿Nota diferencia entre los dos primeros?

Ecuación de la viscosidad cinemática

$$v = \frac{\mu}{\rho}$$

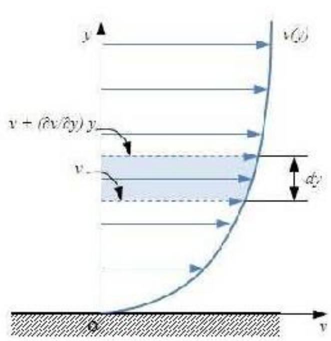
VISCOSIDAD CINEMÁTICA	DIMENSIONES	UNIDADES
MKS ABSOLUTO	[$L^2\ T^{-1}$]	[m^2 / s]
MKS GRAVITACIONAL	[$L^2\ T^{-1}$]	[m^2 / s]
CGS ABSOLUTO	[$M\ L^{-1}\ T^{-1}$]	[cm^2 / s]

Para el sistema CGS, es más común la unidad:

$$1\,[stokes] = 1\,\left[\frac{cm^2}{s}\right] = 0{,}0001\,\left[\frac{m^2}{s}\right]$$

La principal diferencia, es que con ésta propiedad nos independizamos de los conceptos de maza y fuerza.

1.8. Indicar en la siguiente figura el punto donde es máximo el esfuerzo cortante, justificando la afirmación.



La variación de la velocidad se produce por la existencia de esfuerzos cortantes en las capas de fluidos. En la proximidad de la pared sólida, el esfuerzo cortante será máximo, y disminuirá progresivamente a medida que nos alejemos. Por lo tanto, el esfuerzo máximo se dará en el origen del sistema coordenado.

1.9. Fluye aire a 103460 [Pa] de presión absoluta a lo largo de una superficie de terreno plano, con un perfil de velocidades semejante al de la figura anterior, y que en la inmediata vecindad del terreno sigue la ecuación v = 40 y – 856 y³, donde y es el desnivel entre la superficie del terreno y el punto, en metros, y v es la velocidad en [m/s]. Determinar el esfuerzo cortante sobre el terreno.

$$v = 40\,y - 865\,y^3 \Rightarrow \frac{dv}{dy} = 40 - 2568\,y^2$$

De donde, para y=0:

$$\frac{dv}{dy} = 40 - 2568\;0^2 = 40$$

Finalmente, el esfuerzo cortante sobre el terreno es:

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} = 1{,}95 \left[\frac{Kp\,s}{m^2}\right]\,40\,\left[\frac{1}{s}\right] = 78\,\left[\frac{Kp}{m^2}\right] = \mathbf{765{,}18}\,[\boldsymbol{Pa}]$$

1.10. Calcule las viscosidades dinámica y cinemática del agua a 27 [°C] usando la expresión de Poiseuille expresando los resultados en los sistemas internacional, técnico y CGS. La densidad relativa del agua a 27 [°C] es 0,99659. Exprese los resultados con 3 cifras significativas.

	DINÁMICA	CINEMÁTICA
MKS ABSOLUTO	8,630 [kg / m s]	0,009 [m^2 / s]
MKS GRAVITACIONAL	0,880 [Kg s / m^2]	0,001 [m s]
CGS ABSOLUTO	86,298 [Poise]	86,593 [Stokes]

La viscosidad dinámica se calcula usando el esquema de dicha variable en función de la temperatura.

La viscosidad cinemática se calcula usando la fórmula $\nu = \frac{\mu}{\rho}$.

1.11. Un fluido newtoniano está en el espacio libre entre un eje y una camisa concéntrica. Cuando una fuerza de 50 [kgf] se aplica a la camisa paralela al eje, la camisa adquiere una velocidad de 1 [m/s]. Si se aplica una fuerza de 150 [kgf] ¿Qué velocidad obtendrá la camisa? La temperatura del sistema permanece constante. Repita el cálculo para 600 [N] y 1500 [N] respectivamente, en el Sistema Internacional.

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{dv}{dy}$$

Para F = 50 [kgf]

$$\frac{50\,[Kgf]}{A} = \mu \frac{1\,\left[\frac{m}{s}\right]}{r_2 - r_1} \Rightarrow \mu = \frac{50\,[Kgf]}{A}\,\frac{r_2 - r_1}{1\,\left[\frac{m}{s}\right]}\;\;1$$

Para F = 150 [kgf]

$$\frac{150\ [Kgf]}{A} = \mu \frac{1\ \left[\frac{m}{s}\right]}{r_2 - r_1} \Rightarrow \mu = \frac{150\ [Kgf]}{A}\ \frac{r_2 - r_1}{v}\ ②$$

Igualando ① y ② obtengo

$$\frac{50\ [Kgf]}{A}\ \frac{r_2 - r_1}{1\ \left[\frac{m}{s}\right]} = \frac{150\ [Kgf]}{A}\ \frac{r_2 - r_1}{v} \Rightarrow v = \frac{150\ [Kgf]}{50\ [Kgf]}\ 1\ \left[\frac{m}{s}\right] = \mathbf{3}\ \left[\frac{\boldsymbol{m}}{\boldsymbol{s}}\right]$$

Para F = 600 [N]

$$600\ [N] = 61{,}16\ [Kgf]$$

$$v = \frac{61{,}16\ [Kgf]}{50\ [Kgf]}\ 1\ \left[\frac{m}{s}\right] = \mathbf{1{,}22}\ \left[\frac{\boldsymbol{m}}{\boldsymbol{s}}\right]$$

Para F = 1500 [N]

$$1500\ [N] = 152{,}9\ [Kgf]$$

$$v = \frac{152{,}9\ [Kgf]}{50\ [Kgf]}\ 1\ \left[\frac{m}{s}\right] = \mathbf{3{,}06}\ \left[\frac{\boldsymbol{m}}{\boldsymbol{s}}\right]$$

1.12. Una placa situada a 0,5 [mm] de una placa fija se mueve a 0,25 [m/s] y requiere una fuerza por unidad de área de 2 [N/m²] para mantener esta velocidad. Determinar la viscosidad fluida de la sustancia entre las dos placas paralelas en el sistema internacional y en unidades CGS.

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} \Rightarrow \mu = \tau \frac{dy}{dv}$$

Por lo tanto

$$\mu = \frac{2\ \left[\frac{N}{m^2}\right]\ 0{,}0005\ [m]}{0{,}25\ \left[\frac{m}{s}\right]} = 0{,}004\ \left[\frac{N\ s}{m^2}\right]$$

En el sistema internacional absoluto

$$1\ [N] = 1\ \left[\frac{Kg\ m}{s^2}\right]$$

$$0{,}004\ \left[\frac{N\ s}{m^2}\right] = 0{,}004\ \left[\frac{\frac{Kg\ m}{s^2}\ s}{m^2}\right] = \mathbf{0{,}004}\ \left[\frac{\boldsymbol{Kg}}{\boldsymbol{m\ s}}\right]$$

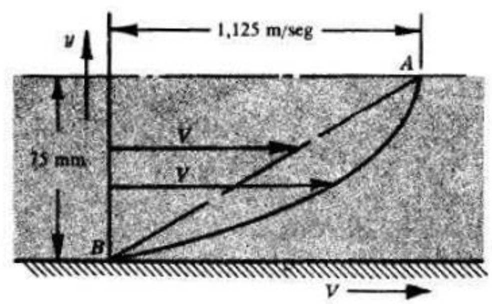
En el sistema internacional gravitacional

$$0{,}004\left[\frac{Kg}{m\ s}\right]=\frac{0{,}004\left[\frac{Kg}{m\ s}\right]}{9{,}81\left[\frac{m}{s^2}\right]}=\mathbf{0{,}00041}\ \left[\frac{\boldsymbol{Ks}}{\boldsymbol{m^2}}\right]$$

En el sistema CGS

$$0{,}004\left[\frac{Kg}{m\ s}\right]=0{,}004\ \frac{1000}{100}\left[\frac{g}{cm\ s}\right]=0{,}04\left[\frac{g}{cm\ s}\right]=\mathbf{0{,}04}\ [\boldsymbol{Poise}]$$

1.13. Con referencia a la figura de siguiente, el líquido tiene una viscosidad absoluta de 4,88 × 10^{-3} [kg s/m²] y una densidad relativa de 0,913. Calcular el gradiente de velocidades y el módulo de la tensión cortante en el contorno y en los puntos situados a 25, 50 y 75 [mm] del contorno suponiendo (a) una distribución de velocidades lineal y (b) una distribución de velocidades parabólica dada por: v = 1,125 – 200 (0,075 – y)²



Caso a)

Cálculo del gradiente de velocidades (constante)

$$\frac{dv}{dy}=\frac{\Delta v}{\Delta y}=\frac{1{,}125\left[\frac{m}{seg}\right]}{0{,}075\ [m]}=15\left[\frac{1}{s}\right]$$

Cálculo del módulo de las tensiones

$$\tau=\mu\frac{dv}{dy}=0{,}00488\left[\frac{Kg\ s}{m^2}\right]\ 15\left[\frac{1}{s}\right]=\mathbf{0{,}0732}\ \left[\frac{\boldsymbol{Kg}}{\boldsymbol{m^2}}\right]$$

Caso b)

Cálculo del gradiente de velocidades

$$\frac{dv}{dy}=30-400y$$

Cálculo del gradiente de velocidad y del módulo de las tensiones para las distintas alturas

Para y = 0 [mm]

$$\frac{dv}{dy}=30-400\ .\ 0=30$$

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} = 0{,}00488 \left[\frac{Kg\ s}{m^2}\right]\ 30\ \left[\frac{1}{s}\right] = \mathbf{0,1464}\ \left[\frac{\boldsymbol{Kg}}{\boldsymbol{m^2}}\right]$$

Para y = 25 [mm]

$$\frac{dv}{dy} = 30 - 400\ .\ 0{,}025 = 20$$

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} = 0{,}00488 \left[\frac{Kg\ s}{m^2}\right]\ 20\ \left[\frac{1}{s}\right] = \mathbf{0,0976}\ \left[\frac{\boldsymbol{Kg}}{\boldsymbol{m^2}}\right]$$

Para y = 50 [mm]

$$\frac{dv}{dy} = 30 - 400\ .\ 0{,}050 = 10$$

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} = 0{,}00488 \left[\frac{Kg\ s}{m^2}\right]\ 10\ \left[\frac{1}{s}\right] = \mathbf{0,0488}\ \left[\frac{\boldsymbol{Kg}}{\boldsymbol{m^2}}\right]$$

Para y = 75 [mm]

$$\frac{dv}{dy} = 30 - 400\ .\ 0{,}075 = 0$$

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} = 0{,}00488 \left[\frac{Kg\ s}{m^2}\right]\ 0\ \left[\frac{1}{s}\right] = \mathbf{0}\ \left[\frac{\boldsymbol{Kg}}{\boldsymbol{m^2}}\right]$$

1.14. Un eje de 15 [cm] de diámetro gira a 1800 [rpm] en un buje estacionario de 0,30 [m] de longitud y 15,05 [cm] de diámetro interior. El espacio uniforme entre el eje y el buje está ocupado por un aceite de viscosidad 1,755 . 10^{-3} [kp s/m²]. Determinar la potencia necesaria para vencer la resistencia viscosa en el buje. Nota: Potencia = fuerza × velocidad.

Cálculo de la aceleración angular:

$$\omega = \frac{2\ \pi\ n}{60} = \frac{2\ \pi\ 1800}{60} = 60\ \pi$$

Cálculo de la velocidad:

$$v_1 = \omega\ r_1 = 60\ \pi\ 0{,}075\ [m] = 14{,}14\ \left[\frac{m}{s}\right]$$

Cálculo del espesor promedio:

$$e = \frac{D-d}{2} = \frac{0{,}1505\ [m] - 0{,}15\ [m]}{2} = 0{,}00025\ [m]$$

Cálculo de la tensión:

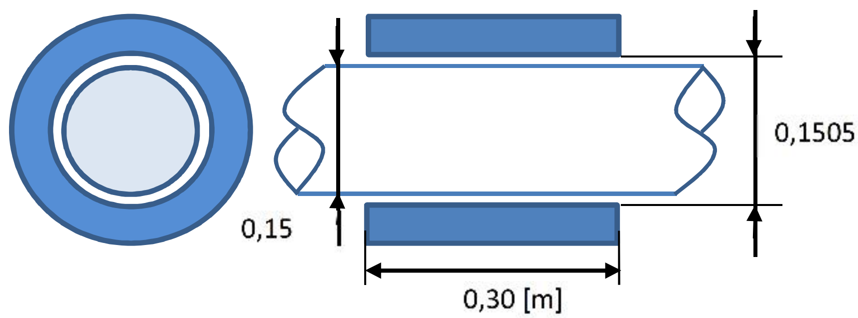
$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} = \mu \frac{v}{e} = 0{,}001755\ \left[\frac{Kp\ s}{m^2}\right] \frac{14{,}14\ \left[\frac{m}{s}\right]}{0{,}00025\ [m]} = 99{,}26 \left[\frac{Kp}{m^2}\right]$$

Cálculo de la fuerza

$$F = \tau\, A = \tau\, 2\, \pi\, r\, l = 99{,}26 \left[\frac{Kp}{m^2}\right] 2\, \pi\, 0{,}075\, [m]\; 0{,}3\, [m] = \mathbf{14{,}03}\, [\boldsymbol{Kp}]$$

Cálculo de la potencia

$$Pot = F\, v = 14{,}03\, [Kp]\; 14{,}14 \left[\frac{m}{s}\right] = \mathbf{198{,}42} \left[\frac{\boldsymbol{Kp\, m}}{\boldsymbol{s}}\right] = \mathbf{1946{,}56}\, [\boldsymbol{W}]$$



1.15. Un bloque cúbico de 0,20 [m] de arista y de 250 [N] de peso se deja resbalar sobre un plano inclinado de 20º respecto de la horizontal, sobre el cual existe una película de aceite de 0,0022 [kg/m s] de viscosidad y 0,025 [mm] de espesor. Determinar la velocidad a la que descenderá el bloque, considerando la hipótesis de distribución lineal de velocidades.

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{dv}{dy}$$

La superficie del bloque en contacto con el fluido será:

$$A = l^2 = 0{,}2^2\, [m^2] = 0{,}04\, [m^2]$$

La componente paralela al plano inclinado del peso es:

$$F_P = F \sin\alpha = 250\, [N] \sin 20° = 85{,}5\, [N] = 85{,}5 \left[\frac{Kg\, m}{s^2}\right]$$

Por lo tanto:

$$\frac{F \sin\alpha}{A} = \mu \frac{dv}{dy}$$

De donde

$$dv = \frac{F \sin\alpha}{A} \frac{dy}{\mu} = \frac{250 \left[\frac{Kg\, m}{s^2}\right] \sin 20°\;\; 0{,}000025\, [m]}{0{,}04\, [m^2]\; 0{,}002 \left[\frac{Kg}{m\, s}\right]} = \mathbf{26{,}72} \left[\frac{\boldsymbol{m}}{\boldsymbol{s}}\right]$$