

2015 Certamen Parcial 1er semestre Física I

1.- La posición de un móvil que se mueve a lo largo del eje x viene dada por la relación

$$x(t) = 4t + t^2$$

1.1 Encontrar vector posición para cualquier tiempo "t"

1.2 La rapidez para cualquier tiempo "t", y cuando $t = 2[s]$

1.3 La aceleración del móvil.

1.4 ¿En qué instante estará a $45[m]$? ¿Cómo interpreta resultado negativo?

1.5 ¿En qué instante la rapidez es $v(t) = 12[\frac{m}{s}]$?

1.1 $\vec{r}(t) = (4t + t^2)\hat{i}$

1.2 $\vec{v}(t) = (4 + 2t)\hat{i}$; $\vec{v}(2) = 8\hat{i}[\frac{m}{s}]$

1.3 $\vec{a}(t) = 2\hat{i}[\frac{m}{s^2}]$

1.4 $x(t) = 4t + t^2$; $x(t) = 45$, Solution is: $\{[t = -9.0], [t = 5.0]\}$

1.5 $\vec{v}(t) = (4 + 2t)\hat{i}$; $(4 + 2t) = 12$, Solution is: $\{[t = 4.0]\}$

2.- La trayectoria de un móvil que se mueve en el plano es $y = x^2 + 3x$. Sabiendo que su proyección sobre el eje x se mueve de acuerdo a $x(t) = 3t - 2$. Hallar la función $y(t)$ que describe el movimiento a lo largo del eje y, para este móvil. Calcular la posición, la rapidez y la aceleración del móvil cuando $t = 3[s]$.

$$y = x^2 + 3x; y = (3t - 2)^2 + 3(3t - 2) = 9t^2 - 3t - 2;$$

$$y(t) = 9t^2 - 3t - 2$$

$$\begin{pmatrix} x(3) \\ y(3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 70 \end{pmatrix}; \text{su posición es el punto } (7,70), \text{ vector posición: } \vec{r}(3) = 7\hat{i} + 70\hat{j}$$

vector posición: $\vec{r}(t) = (3t - 2)\hat{i} + (9t^2 - 3t - 2)\hat{j} \rightarrow$

vector velocidad: $\vec{v}(t) = (3)\hat{i} + (18t - 3)\hat{j} \rightarrow$ velocidad a los 3 segundos: $\vec{v}(3) = (3)\hat{i} + (51)\hat{j}$

aceleración; $\vec{a}(t) = 18\hat{j}$; es constante, no depende del tiempo.

3.- La velocidad de una partícula viene dada por: $\vec{v} = (2\hat{i} + 4\hat{j})[\frac{m}{s}]$, estando en el instante $t=0[s]$ (cuando echamos a andar el cronómetro), en el punto (4,5). ¿En qué posición se hallará al cabo de 3 seg si mantiene su velocidad constante? ¿En qué posición se encontraba hace 2 seg atrás?. Hallar vector posición en cualquier tiempo "t"

Vector posición cuando $t=0$ seg

$$\vec{r}(t) = 4\hat{i} + 5\hat{j} + (2\hat{i} + 4\hat{j})t$$

$$\vec{r}(t) = \begin{bmatrix} 4 + 2t & 5 + 4t & 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{r}(3) = \begin{bmatrix} 10 & 17 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \vec{r}(3) = 10\hat{i} + 17\hat{j}$$

$$\vec{r}(-2) = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 0 \end{bmatrix}; \text{se hallaba en el punto } (0,-3) \text{ (es decir sobre el eje y a 3m bajo el eje x.)}$$

Determinación de la línea recta que hace su trayectoria.

punto (4,5) su pendiente es $m=2$.

2015 Certamen Parcial 1er semestre Física I

por ende: $y - 5 = 2(x - 4)$, Solution is: $y = 2x - 3$

la distancia recorrida durante 2 segundos es: $2\sqrt{2^2 + 4^2} = 4\sqrt{5}$

$$x = 4 - 4\sqrt{5} \cos \theta = 4 - 4\sqrt{5} \cdot \frac{2}{\sqrt{20}} = 0$$

$$y = 5 - 4\sqrt{5} \sin \theta = 5 - 4\sqrt{5} \cdot \frac{4}{\sqrt{20}} = -3$$

.....
4.- Dos móviles se alejan desde un punto común según trayectorias que forman entre sí un ángulo de 60° . Si en $t = 0[s]$

A se encuentra a 3m de distancia del punto común y B está a 5m de distancia del punto común. Y si sus velocidades respectivas son $v_A = 2[\frac{m}{s}]$ y $v_B = 4[\frac{m}{s}]$ determinar:

4.1 La distancia de separación en cualquier tiempo "t". (la función d(t))

4.2 La distancia de separación al cabo de 5[s]

4.3 ¿En qué instante estarán a 11m?

4.1 distancia de separación en cualquier tiempo "t".

$$a(t) = 3 + 2t$$

$$b(t) = 5 + 4t$$

$$s(t) = \sqrt{(a(t))^2 + (b(t))^2 - 2a(t) \cdot b(t) \cos 60^\circ}$$

$$s(t) = \sqrt{(2t + 3)^2 + (4t + 5)^2 - (2t + 3)(4t + 5)} = \sqrt{30t + 12t^2 + 19}$$

4.2 distancia de separación al cabo de 5[s] $s(5) = \sqrt{469} = 21.656[m]$

4.3 tiempo para el cual están a 11m de separación.

$$s(t) = 11, \text{ Solution is: } \{[t = -4.4221]\}$$

$$30t + 12t^2 + 19 = 121, \text{ Solution is: } \{[t = -4.4221], [t = 1.9221]\}$$

.....
5.- Un proyectil se dispara con una rapidez de $30[\frac{m}{s}]$ desde el suelo formando un ángulo de 50° sobre una llanura completamente lisa y horizontal. Calcular:

5.1 Tiempo que demora en chocar con el suelo.

5.2 tiempo que demora en alcanzar una altura de $26[m]$. Interprete resultados.

5.3 distancia recorrida por la sombra del proyectil sobre el suelo en 3 seg.

5.4 velocidad con que choca en el suelo.

$$x(t) = (30 \cos 50^\circ)t$$

$$y(t) = (30 \sin 50^\circ)t - 5t^2$$

5.1 tiempo en chocar con el suelo: $y(t) = 0$, Solution is: $\{[t = 0.0], [t = 4.5963]\}$

5.1 tiempo en llegar a 26m de altura: $y(t) = 26$, Solution is: $\{[t = 2.0128], [t = 2.5835]\}$

5.3 distancia recorrida por la sombra del proyectil sobre el suelo en 3 seg.

$$x(3) = 90 \cos \frac{5}{18} \pi \approx 57.85[m]$$

5.4 $v_x(t) = (30 \cos 50^\circ)$

2015 Certamen Parcial 1er semestre Física I

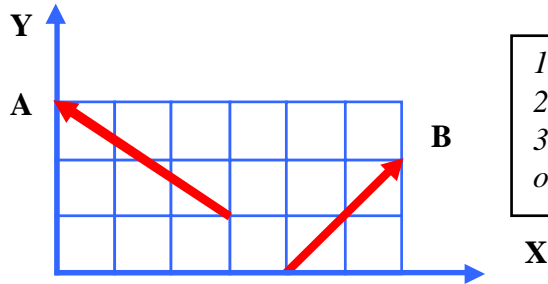
$$v_y(t) = (30 \sin 50^\circ) - 10t$$

$$v_x(4.5963) = 19.284$$

$$v_y(4.5963) = -22.982$$

$$v = \sqrt{(19.284)^2 + (-22.982)^2} \approx 30.0 \left[\frac{m}{s} \right]$$

6.-



- 1.- Hallar el ángulo entre los vectores **A** y **B**
- 2.- Calcular $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$; $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$
- 3.- Calcular el momento del vector **A** con respecto al origen de coordenadas.

$$\vec{A} = -3\hat{i} + 2\hat{j} \qquad \vec{B} = 2\hat{i} + 2\hat{j}$$

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 0 \end{bmatrix} \qquad \vec{B} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

6.1 $\vec{A} \cdot \vec{B} = \|\vec{A}\| \cdot \|\vec{B}\| \cos \theta$, Solution is: $\{[\theta = -227.96]\}$, Solution is: $\{[\theta = 101.3^\circ]\}$

$$\|\vec{A}\| = \sqrt{13} = 3.6056$$

$$\|\vec{B}\| = \sqrt{8} = 2.8284$$

6.2

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = -2$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -10 \end{bmatrix}$$

$$\vec{R} = 3\hat{i} + \hat{j} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \vec{R} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{R} \times \vec{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 9 \end{bmatrix},$$

momento del vector \vec{A} con respecto al origen de coordenadas:

$$\vec{R} \times \vec{A} = \det \begin{pmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 0 \end{pmatrix} = 9\hat{k}$$