Relaciones y Funciones.

Ejercicios Introductorios:

1.- Escriba una tabla en donde aparezcan Ud.(su nombre de pila) y el nombre de dos de sus compañeros más cercanos y el número de Rut que le *corresponde* a cada uno, agregue a este listado la edad de cada uno.
j
2.- Forme todos los conjuntos posibles con los datos anteriores, considerando:
A= {(nombre; edad)} ; B={(nombre; número de Rut)}

Información pertinente :

- A un arreglo como (nombre; edad) se le denomina par ordenado
- Se define como par ordenado (a,b) al conjunto : $\{\{a\};\{a,b\}\}$

en donde a se denomina primera componente (antecedente) y b la segunda componente.(consecuente).

Igualdad de pares ordenados:

Dos pares ordenados son iguales si sus componentes correspondientes son iguales, es decir si sus antecedentes son iguales entre sí, y también sus consecuentes.

$$(a\ ;\ b) = (c\ ;\ d) \Leftrightarrow a = b \wedge c = d$$

ejercicios :

- hallar x e y de modo que $(x+2, 5) = (5, y+7)$
- hallar x e y de modo que $(x+2y, 5) = (5, y+7)$
- hallar x e y de modo que $(x+2, 5) = (5y, 2y+7)$

Producto Cartesiano:

- Ejercicio: Escriba el conjunto de pares ordenados cuyo antecedente sea un elemento del conjunto {Sergio, Juan, Tito, Roberto} y el consecuente sea el número de letras del nombre.

El producto cartesiano entre dos conjuntos A y B denotado por AxB es el conjunto de pares ordenados en donde la primera componente pertenece al primer conjunto A y la segunda componente pertenece al conjunto B.
Es decir $AxB = \{(a,b) \ /\ a \in A \wedge b \in B\}$

Ejercicios :

- Escriba el producto cartesiano entre los siguientes pares de conjuntos:

1.- A ={1,2} y B= {3,4,5} hallar AxB y BxA ¿ Es conmutativo el producto cartesiano?
2.- hallar : AxA, con A ={1,2}
3.- Investigue a través de ejemplos que Ud. mismo se de sobre cuál es la cardinalidad de un conjunto AxB si card(A) = m y card(A) = n.

Notabene: La cardinalidad de un conjunto es el número de elementos distintos que posee.

Formas de presentación de un producto cartesiano:

Como conjunto: A x B = {(1,2) ; (1,3) ; (2,2) ; (2,3) ; (2,4) }

En una tabla horizontal: AxB		
a∈A	1	2
b∈B	2,3	2,3, 4

En una tabla vertical: AxB	
a∈A	b∈B
1	2,3
2	2,3,4

En un sistema de Coordenadas Cartesiano:

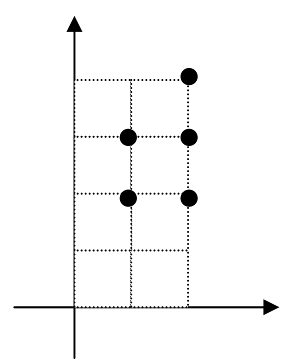
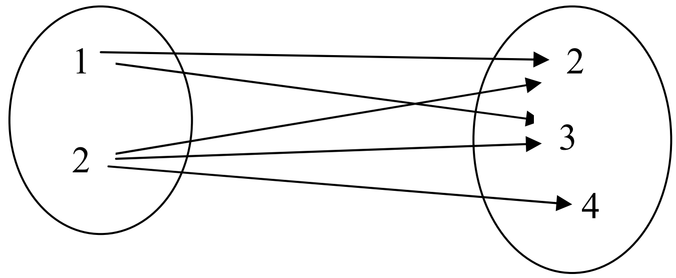


Diagrama sagital :



Ejercicios :

- Compruebe a través de un ejemplo que AxB = BxA siempre que A=B
- Compruebe a través de un ejemplo que $Ax(B \cup C) = AxB \cup AxC$ (teorema)
- Compruebe a través de un ejemplo que $(A \cup B) \times C = AxC \cup BxC$ (teorema)
- ¿ Se cumplen las igualdades siguientes ?

1.- (A-B) x C = AxC - BxC

2.- (AxB) x C = Ax(BxC)

3.- Ax(B - C) = AxB - AxC

Trabaje con un ejemplo sencillo. Recordar que una comprobación en Matemáticas, no es una demostración.

Relaciones:

Analizando la tabla:

Nombre	Edad
Pedro	12
Juanito	10
Miguel	13
Danny	12
Sergio	12
Carlito	11

Se puede visualizar que a cada niño le corresponde un número que señala su edad.
Esta correspondencia cae dentro de la definición de relación.
En primer lugar tenemos dos conjuntos, un conjunto de niños y un conjunto de números.
A cada niño le corresponde un número.

Como se vio antes esta tabla puede ser representada en forma equivalente de muchas maneras, una de ellas es el conjunto:
R={(Pedro,12);(Juanito,10);(Miguel,13);(Danny,12);(Sergio,12);(Carlitos,11)}
Suponiendo que este grupo de niños asiste a la misma clase(séptimo año .), en la cual las edades oscilan entre los 10 y los 13 años, este conjunto es un sub-conjunto del conjunto más amplio AxB , en donde
A={alumnos del séptimo año } y B={edades de 10 a 13 años inclusives}

Con esta consideración podríamos decir que una Relación definida de un conjunto A en otro conjunto B, es cualquier sub-conjunto del producto cartesiano AxB.

Trabajando con relaciones numéricas:

Siendo A={1,2,3,4,5} y B{2,3,4,5,6,7,8}, podemos definir por ejemplo las siguientes relaciones:
$R_1 = \{(1,2);(2,4);(3,6);(4,8)\} = \{(x,y) \in AxB \,/\, y=2x\}$
$R_2 = \{(1,3);(2,6)\} = \{(x,y) \in AxB \,/\, y=3x\}$
$R_3 = \{(1,3);(2,5);(3,7)\} = \{(x,y) \in AxB \,/\, y=2x+1\}$
$R_4 = \{(2,2);(3,3);(4,4);(5,5)\} = \{(x,y) \in AxB \,/\, y = x\}$
$R_5 = \{(1,1);(2,4);(3,7)\} = \{(x,y) \in AxB \,/\, y = 3x-2\}$
$R_6 = \{(1,1);(2,4)\} = \{(x,y) \in AxB \,/\, y=x^2\}$

Escriba Ud. las relaciones de A en B (por extensión) siguientes:
A={1,2,3,4,5} y B{2,3,4,5,6,7,8}

$\{(x,y) \in AxB \,/\, y = 4x-5\}$={…..complete Ud.}
$\{(x,y) \in AxB \,/\, y = x^3\}$
$\{(x,y) \in AxB \,/\, y = 8-x\}$
$\{(x,y) \in AxB \,/\, y=5-x\}$

Otras maneras de escribir o denotar para expresar que un elemento (a,b) pertenece a una relación es aRb ; y una notación que se utiliza para las funciones R(a)=b

Dominio y recorrido de una Relación:

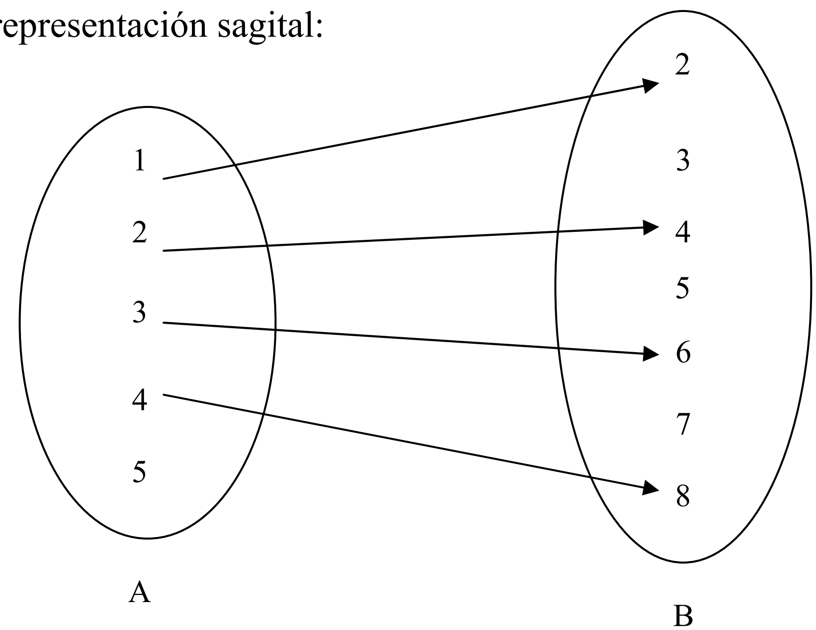
En el ejemplo: A={1,2,3,4,5} y B{2,3,4,5,6,7,8}
$R_1 = \{(1,2);(2,4);(3,6);(4,8)\} = \{(x,y) \in AxB \,/\, y=2x\}$

El conjunto de las primeras componentes de R_1 : {1,2,3,4} se denomina dominio de la relación R_1 , y se acostumbra denotar por $dom(R_1) = \{1,2,3,4\}$
Asimismo, el conjunto de las segundas componentes de los pares ordenados que pertenecen a la relación se acostumbra llamar recorrido de la relación y se denota por $rec(R_1) = \{2,4,6,8\}$

en general, se tiene entonces:
$dom(R) = \{x \,/\, (x,y)\in R\}$ y $rec(R) = \{y \,/\, (x,y)\in R\}$

También aparece en la literatura matemática la denominación de A como el conjunto de partida y B como el conjunto de llegada.

En una representación sagital:



¿Qué podemos observar?

1.- No todos los elementos del conjunto de partida están relacionados con algún elemento del conjunto de llegada.
2.- No todos los elementos del conjunto de llegada están relacionados con algún elemento del conjunto de partida.

Otro lenguaje utilizado es el siguiente: los elementos del conjunto de partida que están relacionados con algún elemento del conjunto de llegada se denominan pre-imágenes y aquellos del conjunto de llegada relacionados con elementos del conjunto de llegada se denominan imágenes.
Así por ejemplo 1 es pre-imagen de 2 y 2 es imagen de 1.

En este nuevo lenguaje podemos decir que el recorrido es el conjunto de imágenes y el dominio el conjunto de pre-imágenes.

Si podemos ir del conjunto A al conjunto B, ¿Por qué no del conjunto B al conjunto A?
Nace así la idea de Relación Inversa. Es decir la relación , en este caso de B en A, y anotada por R^{-1} y definida por $R^{-1} = \{ (y,x) / (x,y) \in R\}$

Como ejercicio se pide dibujar el diagrama sagital del ejemplo anterior.

Ejercicio: Escribir las relaciones inversas de cada una de las relaciones del ejercicio de la página cuatro.

En lo que se refiere a las relaciones, un elemento del conjunto de partida puede estar relacionado con más de un elemento del conjunto de llegada, así por ejemplo:

$R=\{(x,y) \in ZxZ / x^2 + y^2 = 16\} = \{(4,0);(-4,0);(0,4);(0,-4)\}$
en forma de tabla :

x	y
4	0
-4	0
0	4,-4

Funciones

Las funciones son un caso especial y restringido de Relaciones.
Como se ha podido visualizar una relación de un conjunto en otro acepta que en el conjunto de partida hayan elemento que no tengan imágenes en el conjunto de llegada y además acepta que un elemento del conjunto de partida tenga más de una imagen en el conjunto de llegada.

Para que una relación se función ninguna de estas dos situaciones puede darse.

Así por ejemplo, si $A=\{1,3,4,6\}$ y $B = \{3,4,5,7\}$

Ninguna de las siguientes relaciones sería una función. ¿Por qué?

R			F			G	
$x\in A$	$y\in B$		$x\in A$	$y\in B$		$x\in A$	$y\in B$
1	3		1	3		1	3;4
3	4		3	3		3	
4	3;5		4	7		4	7
6	7		6			6	5;7

Formalizando esta situación un poco más, se dirá que una relación F de A en B es aquella que cumple con las siguientes condiciones:

1.- Todos los elementos de A tienen imagen en B.
2.- Cada elemento de A tiene una sola imagen en B.

en otra manera de explicitarlo:

1.- Dom(F) =A
2.- $f(x) = y_1$ y $F(x) = y_2 \Rightarrow y_1 = y_2$

Operaciones con Funciones:

Considerando $f:A\rightarrow\Re$ y $g:B\rightarrow\Re$, ambas funciones

Se define :
1.- $(f + g)(x) = f(x)+g(x)$; $x\in A \cap B$
2.- $(f\cdot g)(x) = f(x)\cdot g(x)$; $x\in A \cap B$
3.- $(c\cdot f)(x) = c\cdot f(x)$; $x\in\Re$
4.- $(\frac{f}{g})(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$; $x\in A \cap B$ y además $g(x) \neq 0$

Ejercicios: Hallar (f + g)(x); (f·g)(x); (4·f)(x) ; $(\frac{f}{g})(x)$ y el dominio de cada una de ellas, siendo : f : $\Re$-{3} $\rightarrow \Re$; $f(x)=\frac{1}{x-3}$;
g:[1,∞[$\rightarrow \Re$; $g(x)=\sqrt{x-1}$

Ejercicio:
Hallar $M(x) = (f(x)-g(x))^2$; sabiendo que $g(x)= x^2+3$ y que $f(x+1)= x^2+3x+3$
¿Para cuáles valores de $x\in\Re$, se cumple M(x) = 9?
Resolver la ecuación M(x) = 0

como $f(x+1)= x^2+3x+3$; haciendo u=x+1, se tiene: $f(u)=(u-1)^2+3(u-1)+3$
así ; $f(u)=u^2+u+1$, es decir; $f(x)= x^2+x+1$

y $M(x)= (f(x)-g(x))^2 \rightarrow M(x)=[x^2+x+1-(x^2+3)]^2 \rightarrow M(x)=[x-2]^2$

finalmente : $M(x)= x^2-4x+4$

$M(x)=9 \rightarrow x^2-4x+4=9 \rightarrow x^2-4x-5=0 \rightarrow (x-5)(x+1)=0 \rightarrow x=5 \vee x = -1$
$M(x)=0\rightarrow x^2-4x+4=0\rightarrow (x-2)^2 =0 \rightarrow x = 2$

Ejercicio: Dada la función $f:\Re\rightarrow\Re^+$, tal que $f(x)= (x-2)^2$; responda :
¿Es inyectiva? ¿Es epiyectiva?

La prueba de la inyectividad:

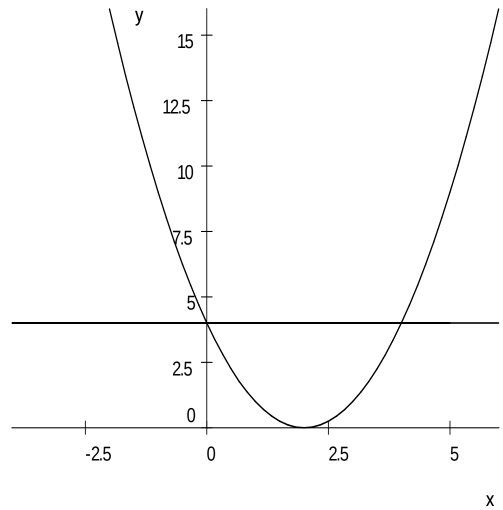
$$\text{Sea } f(u)=f(v) \rightarrow (u-2)^2 = (v-2)^2$$

$$(u-2)^2 = (v-2)^2 \rightarrow u^2-4u+4 = v^2-4v+4$$
Solution is: $u = v, u = 4-v$

Se observa que no es inyectiva debido a que u puede tomar dos valores diferentes; por ejemplo : si v=0 , se tiene u=4, con lo cual vemos que:
f(0) = f(4) = 4

Si v=3 , se tiene que u=1 , y f(3) = f(1) =3

Se ha construido la gráfica, en donde se puede observar que cualquier línea horizontal que corta a la curva en un punto, la corta también en otro punto de ella, esto no ocurre con las funciones inyectivas.



La prueba de la epiyectividad: y= f(x)= $(x-2)^2 > 0$

Ya que la función no es inyectiva, tampoco será biyectiva, sin embargo, si se restringe el dominio, podemos encontrar una función que sea biyectiva.
al hacer u=v en u=4-v , se tiene u=2; obteniendo de esta manera un corte en el dominio; y la posibilidad de tener dos funciones biyectivas:

f_1: $]-\infty,2]\to\Re$ y f_2: $[2,\infty[\to\Re$ En la gráfica se puede observar que la línea recta x=2 divide (en este caso) a la parábola en dos curva simétricas, esta línea recta corresponde a la línea de simetría de ella.
Encontrar máximo dominio y recorrido para que la relación dada por $f(x)=\dfrac{x+1}{x-2}$ sea biyectiva y hallar la función inversa f^{-1}.

por la expresión x-2 $\neq 0$, ya que aparece en el denominador, se tiene que $x\neq 2$ luego el dominio no debe contener al número 2.

$$\frac{u+1}{u-2} = \frac{v+1}{v-2}, \text{ Solution is: } \begin{cases} \{v\} & \text{if } v \neq 2 \\ \emptyset & \text{if } v = 2 \end{cases}$$

la resolución vía SWP, se interpreta como u=v (para v≠0, cuestión que ya se había planteado) luego la función es inyectiva

$$y = \frac{x+1}{x-2}, \text{ Solution is: } \begin{cases} \left\{ \frac{1}{-y+1}(-2y-1) \right\} & \text{if } y \neq 1 \\ \emptyset & \text{if } y = 1 \end{cases}$$

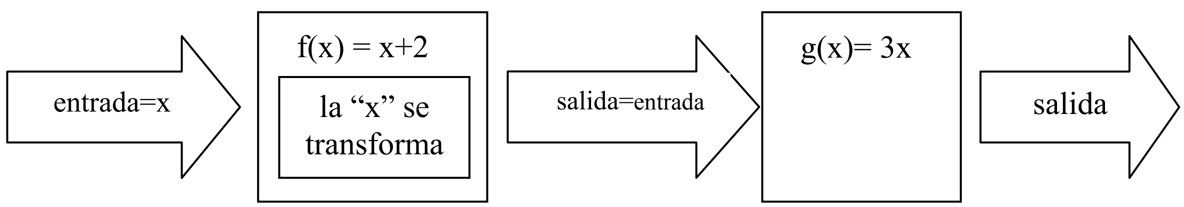
nuevamente, se ha trabajado con el SWP. Y la información que obtenemos es que y perteneciente al recorrido no puede ser igual a 1

con lo que : dom(f) =$\Re$-{2} y rec(f)= $\Re$-{1} y la función inversa es :

$$f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{x-1}$$

Composición de funciones:

Considere la siguiente máquina :



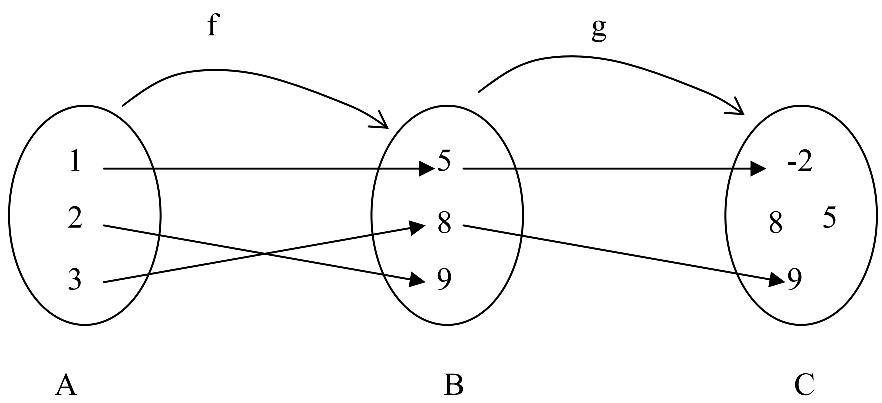
Completar el siguiente cuadro, considerando el trabajo de las dos máquinas en serie.

x	f(x)	g(f(x))		x	f(x)	g(f(x))		x	f(x)	g(f(x))		x	f(x)	g(f(x))
2					8					9		-5		
3					-5					18			5	
-4					0					-6				-9
0					9					2		4		

• Ejercicio: invierta el orden de las máquinas y realice el mismo ejercicio anterior. ¿Son los resultados obtenidos los mismos?

Con las funciones definidas según la figura (diagrama sagital.)
$f: A \rightarrow B$ y $g: B \rightarrow C$

- Determinar los valores de $g(f(1))$; $g(f(2))$; $g(f(3))$



- ¿ Existe $x \in A$ / $g(f(x)) = 8$?
- ¿ Existe $x \in A$ / $g(f(x)) = 9$?
- ¿ Existe $x \in A$ / $g(f(x)) = 5$?

Formalización :

Si f es una función de A en B ($f: A \rightarrow B$) y g es una función de B en C ($g: B \rightarrow C$) ; se llama composición de f y g a la nueva función $g \circ f : A \rightarrow C$; definida por

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) \ \forall \ x \in A$$

Se puede observar en el ejemplo estudiado que se debe cumplir: $dom(g) \subseteq rec(f)$

Ejercicios :

1.- Si $A=B=C=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ y $f: A \rightarrow B$; $g: B \rightarrow C$ definidos por:

$f = \{(1,2); (2,3) ;(3,4); (4,5); (5,5)\}$ y $g = \{(1,4); (2,3) ;(3,1); (4,2); (5,3)\}$

determinar : $g \circ f$ y $f \circ g$

2.- Si $f : \Re \rightarrow \Re$ y $g : \Re \rightarrow \Re$ están definidas por $f(x) = 2x-1$ $g(x) = x^2 - 1$

Determine:

- $(f \circ g)(1)$; $(g \circ f)(-1)$; $(g \circ f)(2)$

- (f∘g)(0) ; ; (g∘f)(5) ; (g∘g)(-1) ;
- (f∘g)(2) ; (g∘f)(-1)
- (g∘f∘f)(5) ; (f∘g∘g)(6)

3.- Si $f : \Re \to \Re - \{0\}$ y $g : \Re \to \Re - \{0\}$ están definidas por: $g(x) = (3x + 2) / x$ y

$$f(x) = \begin{cases} 2x-1 \text{ si } x \leq 0 \\ 3x \text{ si } x > 0 \end{cases}$$

Determinar : • (f∘g)(5) • (g∘f)(2) • (g∘f)(-5) • (f∘g)(-2)

4.- .- Si $f : \Re \to \Re - \{0\}$ está definida por : $f(x) = (1+x) / x$; completar la tabla siguiente:

x	1		2			0	0,2					-1			-5	
f(x)		-1/2						0,1			-5		4			-2
(f∘f)(x)				3	5/2				9	0				-6		

5.- Siendo $f(x) = 3x+2$ y $g(x) = 3 - 2x$; hallar si es posible :

- $x \in \Re$ / $(g \circ f)(x) = 9$
- $x \in \Re$ / $(g \circ f)(x-2) = 5$
- $x \in \Re$ / $f(3 - g(x)) = 4$
- $x \in \Re$ / $(g \circ f)(x) = -9$
- $x \in \Re$ / $(g \circ f)(x-2) = -5$
- $x \in \Re$ / $f(3 - g(x)) = -4$
- $x \in \Re$ / $(g \circ f)(x-4) = 9$
- $x \in \Re$ / $(g \circ f)(3x) = 5$
- $x \in \Re$ / $f(3 + g(x)) = 4$

Función Inversa:

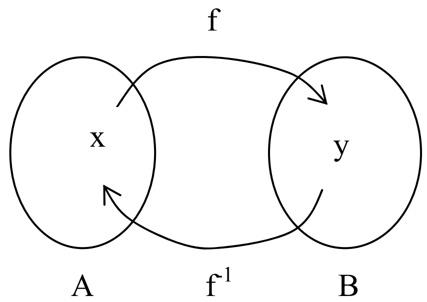
Se llama función inversa de la función biyectiva $f:A \to B$, y la anotamos por: $f^{-1}:B \to A$, a la función biyectiva que cumple las siguientes exigencias.

- $f \circ f^{-1} = I_B$, es decir $(f \circ f^{-1})(y) = f(f^{-1}(y)) = f(x) = y$

- $f^{-1} \circ f = I_A$, es decir $(f^{-1} \circ f)(x) = f^{-1}(f(x)) = f^{-1}(y) = x$

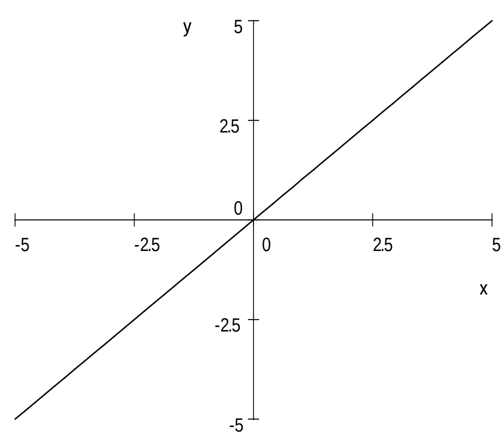
Notabene: la notación " ∘ ", corresponde a la composición de funciones.

El siguiente diagrama puede aclarar más la película:



Observaciones:
1.- $(f^{-1})^{-1} = f$
2.- $rec(f) = dom(f^{-1})$
3.- $dom(f) = rec(f^{-1})$

Se le recuerda que $I_A(x) = x$ es la función identidad en A : $I_A: A \to A$ y que análogamente $I_B(y) = y$ es la función identidad en B : $I_B: B \to B$
Si la función identidad está definida en RxR entonces su gráfica está dada por:
que normalmente se denota por f(x)=x o bien y=x



Ejemplo: Hallar f^{-1} si f está definida por $f: \Re \to \Re$, $f(x) = 3x-2$

El proceso de hallar f^{-1}, se puede realizar de diversas maneras, mostraremos algunas de ellas.

Primera forma :

$f^{-1}(f(x)) = f^{-1}(3x-2) \rightarrow x = f^{-1}(3x-2)$ y haciendo $u=3x-2 \rightarrow x = (u+2)/3$

$(u+2)/3=f^{-1}(u)$, y cambiando notación: $f^{-1}(x) = \frac{x+2}{3}$

Segunda forma: $f(f^{-1}(u)) = u \rightarrow 3\cdot f^{-1}(u)-2 = u \rightarrow\rightarrow 3\cdot f^{-1}(u) = u+2 \rightarrow$

$f^{-1}(u)= (u+2)/3$ y cambiando notación: $f^{-1}(x) = \frac{x+2}{3}$

Ejercicios:

Hallar g, si $(g^{-1}\circ f)(x) = x+2$ y $f(x)= 3-x$; sabiendo que g es biyectiva.

Resolución : $(g^{-1}\circ f)(x) = x+2 \rightarrow g^{-1}(f(x)) = x+2 \rightarrow g^{-1}(3-x) = x+2$
$3-x = g(x+2)$

haciendo $u=x+2 \rightarrow x = u-2$, se tiene : $3-(u-2) = g(u) \rightarrow g(u)= 5-u$, ahora podemos cambiar de notación(si queremos, ya que escribirla en términos de "x" es una mera costumbre…)

Así, y siguiendo la tradición: $g(x)= 5-x$

Se sabe que $f(x) = ax^2 +b$; $f(0)=1$; $f(-2)=4$; Evaluar $f(-5)$

sistema de ecuaciones

$$\left\{\begin{array}{l} f(x) = ax^2+b; f(0) = 1; f(-2) = 4 \\ \begin{array}{l} f(0) = 1 \\ f(-2) = 4 \end{array}, \text{ Solution is: } \{[a = 0.75, b = 1.0]\} \\ \\ f(-5) = 19.75 \end{array}\right.$$

Este desarrollo corresponde al trabajo empleando el SWP.

Una vez que $f(x) = ax^2 +b$, se ha definido como función, se escriben:

$f(0) = 1$; $f(-2) = 4$, en la matriz para resolver un sistema de ecuaciones, finalmente se obtienen a y b, que permiten el posterior cálculo de f(-5), previa definición de los valores de a y b; obtenidos.

Si $f(x) = x-5$ y $g(x) = 2x+8$; hallar A(x) tal que $(f+g)(x+1)= 8-A(x)$

Resolución: $(f+g)(x+1)= 8-A(x) \rightarrow f(x+1) + g(x+1) = 8-A(x)$

$$(x+1)-5 +2\cdot(x+1)+8= 8-A(x) \rightarrow A(x)= -3x+2$$

Ejercicio: Se sabe que $f((f+g)(x))= x^2+3x+4$ y que $f(x) = x+2$; hallar g(x)

resolución: $(f+g)(x)) +2 = x^2+3x+4 \rightarrow f(x)+g(x) = x^2+3x+2$

$$x+2+g(x) = x^2+3x+2 \rightarrow g(x) = x^2+2x$$

GUÍA DE EJERCICIOS DE FUNCIONES

1.- Siendo $G(x) = 6- 2x$; entonces G(3) es igual a:

a) -2 b) -12 c) 0 d) 12 e) otro valor

2.- Con relación al problema anterior, hallar $G^{-1}(4)$

a) -1 b) 1 c) 0 d) 12 e) otro valor

3- Siendo $f(x)= 4x-5$ y $g(x)= 3-4x$, hallar: $2f(x)-3g(x)$

a) -2 c) $-4x -19$ e) $-8x +4$
b) $20x- 19$ d) $-4x + 9$

4- Para las funciones del problema anterior hallar "x" de modo que

$$3.f(x) + 2.g(x)= 11$$

a) 5 b) -5 c) 19/20 d) 1 e) otro valor

5- Escribir Dominio y Recorrido de la relación definida por:
$R = \{ (x,y) \in NxN , x^2 + y^3 \leq 10\}$

a) {(1,1);(1,2)} c){(-1,1);(1,2)} e) Otro

b) {(1,1);(1,2);(2,1)} d) {(1,1);(1,2);(2,1)}

6.- Siendo
R ={ (2,5),(3,4),(6,2),(3,0),(2,7) } y S = { (4,8),(5,3),(0,9),(2,2),(7,4),(5,10)}

Entonces la relación compuesta: $(R\circ S)(4)$es igual a:
a) 0 b) 4 c) 8 d) otro valor e) no definido

7.- Hallar x , de modo que $(R\circ S) (x)= 4$. Sabiendo que R y S son las relaciones de la pregunta 6.- anterior.

a) 5 b) 4 c) 8 d) otro valor e) no definido
8.- Escribir una expresión para: $H(x) = (G\circ F)(x)$
Siendo $G(x) = x-2$ y $F(x) = x^2 + 4$

a) $x^2 + 4 -(x-2)$ c) $x^2 +2$ e) otro diferente
b) $x^2 +x+2$ d) $(x-2)^2 +4$

10.- Hallar f(0); f(7); f(-10) para la función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} -3x+5 \text{ si } x > 5 \text{ y } x < 12 \\ x-3 \text{ si } x < 5 \\ 2-6x \text{ si } x > 12 \end{cases}$$

a) f(0)=-3; f(7)=-40; f(-10)= 35
b) f(0)=-3; f(7)=-16; f(-10)=-13
c) f(0)=-3; f(7)=-40; f(-10)=-13
d) f(0)=-3; f(7)=4; f(-10)=-13
e) otros diferentes

11.- Con relación al problema anterior, hallar x tal que f(x) = 11

a) {-2} b) {14} c) {-3 /2} d) {-2,14,-3/2 } e) no existen

12.- Identificar las siguientes relaciones dadas por tablas que son funciones, y de éstas las que son inyectivas, sobreyectivas y biyectivas.

$x \in A$	$R(x)\in B$	$x\in A$	$H(x)\in B$	$x\in A$	$F(x)\in B$	$x\in A$	$K(x)\in B$
2	1	1	2	4	4	-2	1
3	3	2	3	5	2	6	2
-2	3	-1	3	3	3	5	3
0	5	-2	8	2	5	8	4
4	7	2	8	1		1	5

13.- Sabiendo que:
A= { 1,2,3,4,5 } ; B={ 1,4,9,16,25 } ; C= { 3,6,11,18,27 } ; D = { -2,1,6,13,,22}
y con ayuda de la Tabla que define las funciones F; G y H

$x \in A$	$F(x)\in B$	$G(x)\in C$	$H(x)\in D$
1	1	3	-2
2	4	6	1
3	9	11	6
4	16	18	13
5	25	27	22

Hallar el valor de : (si es que existe)
a) $(H\circ G\circ F)(2)$ b) $(H\circ G\circ F)(-2)$
c) $(H\circ G)(2)$ d) $(H\circ G)(9)$ e) $(H\circ G)(11)$

Hallar el valor de x en cada caso, si es que existe.
a) $(H\circ G\circ F)(x) = 13$; b) $(H\circ G\circ F)(x) = 22$
c) $(H\circ G\circ F)(x) = 1$ d) $(H\circ G\circ F)(x) = 10$

14.- Siendo $F(x) = x^2 + 3$ y $G(x) = 6- 2x$. Calcular :
a) $(F\circ G)(-2)$ b) $(G\circ F)(2)$ c) $(G\circ G)(1)$

15.- Con relación al problema anterior, hallar:

a) $G^{-1}(2)$ b) $G^{-1}(-7)$ c) x / $G(x+1)= 4$

16.- Siendo $f(x) = 4x-5$ y $g(x) = 3-4x$,hallar: a) $2.f(x) - 3.g(x)$ b) $4.f(2) + 5.g(1)$

17.- Para las funciones del problema anterior hallar "x" de modo que
$2.f(x) + 3.g(x) = 10$

18.- Escribir Dominio y Recorrido de la relación definida por:
$R = \{ (x,y) \in N x N , x^2 + y^3 \leq 10\}$

19.- Escribir una expresión para:
a) $H(x)= (G \circ F)(x)$ y b) $T(x)= (F \circ G)(x)$. Siendo $G(x) = x-2$ y $F(x) = x^2 + 4$

20.- Hallar máximo dominio subconjunto de $\Re$ (números reales) de modo que la relación dada sea función :

a) $f(x) = \log(x)$ b) $g(x) = e^x$ c) $h(x) = 1/ (x+2)$
d) $k(x) = \log (x-5)$ e) $s(x) = x / (x-3)$

21.- Para las funciones anteriores hallar el máximo dominio subconjunto de $\Re$ (números reales) de modo que la relación dada sea función:

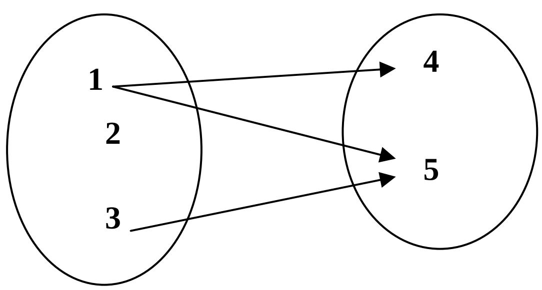
a) $u(x) = f(x) +g(x)$ b) $m(x) = h(x) + s(x)$ c) $L(x) = h(x) / \log (x-5)$

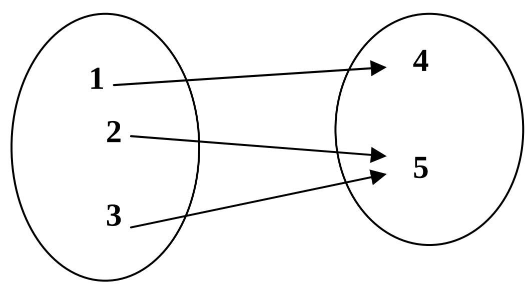
22.- Con ayuda de la calculadora hallar $x \in \Re$ tal que: (¿en qué casos no existe ?)

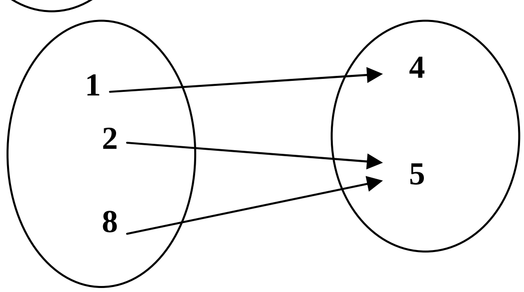
a) $\log(x) = 4$ b) $\log(x-2) = 7$ c) $e^x = 12$ d) $\sqrt{x} = 13$ e) $e^x = -5$

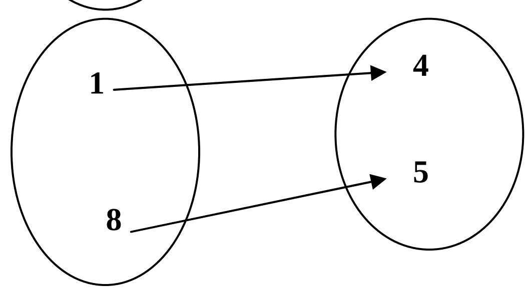
f) $\log(x) = - 8$ b) $\log(x-2) = 7$ c) $e^x = 12$ d) $\sqrt{x} = -5$ e) $e^x = 0$

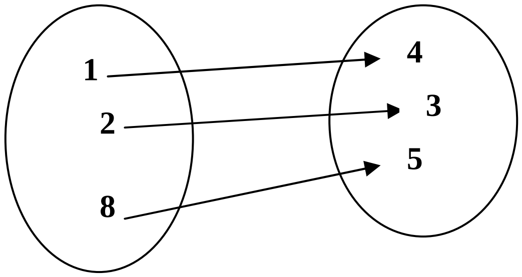
23.- Determinar cuáles relaciones son funciones, y si lo son, cuáles son inyectivas, epiyectivas y biyectivas :

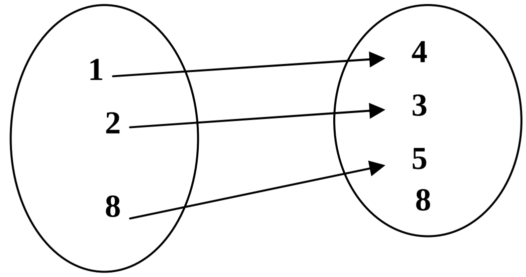


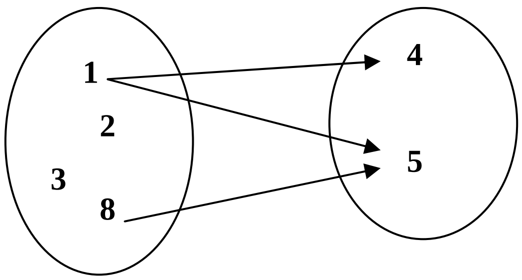


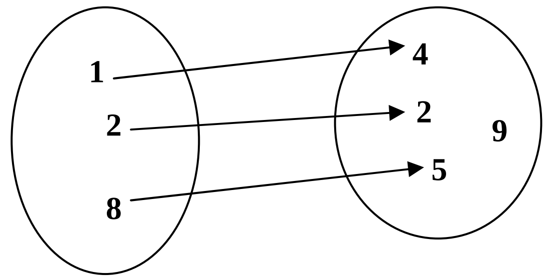


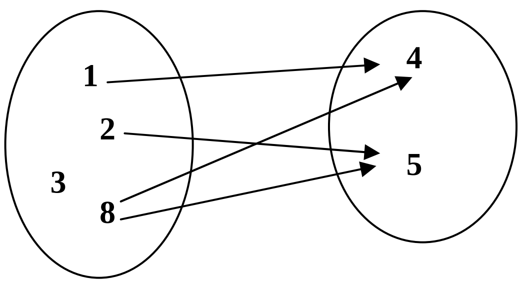


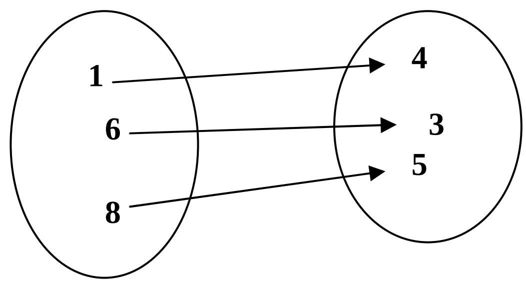


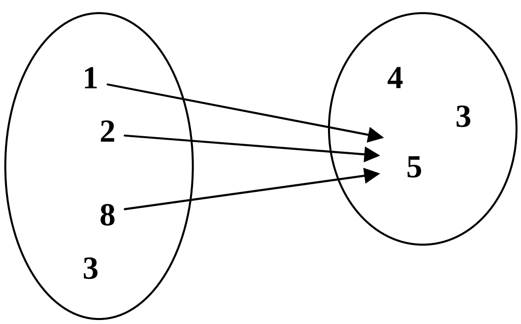


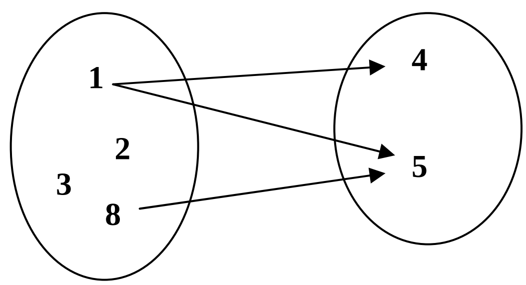












24.- Siendo $f(x) = 3x+2$ y $g(x) = 3 - 2x$; hallar si es posible :

- $x \in \Re \ / \ f(x) = 9$
- $x \in \Re \ / \ f(x-2) = 9$
- $x \in \Re \ / \ f(3-x) = 4$
- $x \in \Re \ / \ f(x) = 9$
- $x \in \Re \ / \ g(x-2) = 9$
- $x \in \Re \ / \ g(7-3x) = 4$
- $x \in \Re \ / \ (g \circ f)(x) = 9$
- $x \in \Re \ / \ (g \circ f)(x-2) = 5$
- $x \in \Re \ / \ f(3-g(x)) = 4$