

Ejercicios previos:

Ajuste por el método de los mínimos cuadrados: recta de regresión

Una vez que hemos graficado el conjunto de puntos que definen un relación matemática dada por tabla o bien si se trata de mediciones realizadas, se plantea el problema de ajustar una línea recta sobre esa nube de puntos. ¿Cuál es la recta que mejor se ajusta sobre la nube de puntos? Evidentemente, esta pregunta no tendría respuesta si no se establece un criterio de ajuste.

El criterio que se propone es el de los mínimos cuadrados. ¿En qué consiste?

Sea la muestra observada de valores del par de variables (X, Y): $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \dots, (x_n, y_n)$

Se trata de obtener los valores a y b de manera que se minimice la función: $\sum_{i=1}^n (y_i - (a + bx_i))^2$

La solución es la siguiente: $b = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$; $a = \bar{y} - b\bar{x}$; en donde la notación: \bar{z} designa el

promedio aritmético de cierto conjunto de datos z_i . Es decir si son n-datos: $\bar{z} = \frac{\sum_{i=1}^n (z_i)}{n}$

Sustituyendo los valores a y b anteriores, tenemos la recta: $y = a + bx$ que es conocida como la recta de regresión Y/X.

Nota bene: Para deducir esta relación se requiere conocimientos de Matemáticas superiores. (Cálculo diferencial)

Ejemplo y ejercicios:

Se trabajará con la función: $f(x) = 2x + 3$, se dará una tabla de valores "exacta" y comprobaremos

que realmente este método "funciona"

x	2	3	4	6	7	9	10
f(x)	7	9	11	15	17	21	23

El programa excel puede ser útil..... $b = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$, $a = \bar{y} - b\bar{x}$

Se muestra el detalle de los cálculos realizados:

xi		yi	xi-xp	yi-yp	(xi-xp)(yi-yp)	xi-xprom	()^2
2	5.857143	7	-3.857	-7.714	29.76	-3.857143	14.87755
3	5.857143	9	-2.857	-5.714	16.33	-2.857143	8.163265
4	5.857143	11	-1.857	-3.714	6.90	-1.857143	3.44898
6	5.857143	15	0.143	0.286	0.04	0.142857	0.020408
7	5.857143	17	1.143	2.286	2.61	1.142857	1.306122
9	5.857143	21	3.143	6.286	19.76	3.142857	9.877551
10	5.857143	23	4.143	8.286	34.33	4.142857	17.16327
x.p		y.p				suma	54.85714
5.857		14.7			suma	109.71	

Ejercicio: 1.- Encontrar la ecuación de la línea recta que mejor se ajusta al siguiente conjunto de puntos.

x_i	1	2	3	5	7	9
$f(x_i)$	1	5	6	12	20	24

2.- Dibuje con distinto color los puntos y la gráfica de la

línea recta obtenida.

Familiarización con el papel log-log. ¿Qué tipo de logaritmo utiliza? ¿Decimal o neperiano?

15.- Se desea hallar una relación matemática que vincule la longitud medida sobre el papel logaritmo y el logaritmo de un número. Compruebe primero lo siguiente, utilizando el papel log-log que se le facilitará.

$\log_{10} 100$ se asocia a 6.2 cm y $\log_{10} 50$se asocia a 4.5 cm

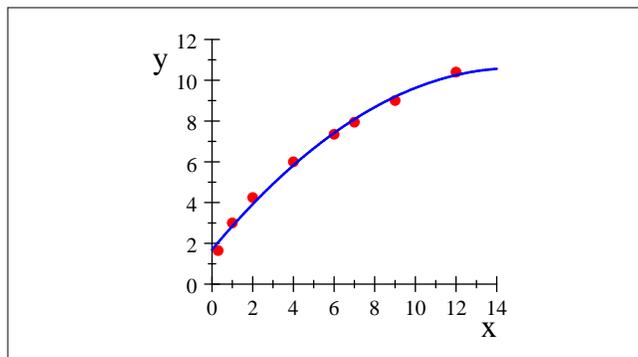
Se pide hallar la relación entre $\log x$ y L cm ; es decir la relación $L(\log(x))$ Compruebe para un par de valores que la relación a determinar viene dada por: $L(x) = -5.10 + 5.65 \log(x)$.. Se pide anexar al informe.

Ejemplo:

1.- Dada la relación matemática definida por la siguiente tabla, encontrar la ecuación algebraica que se puede ajustar a ella.

Nota bene: Tabla obtenida a partir de : $g(x) = 3\sqrt{x}$ (es decir ya sabemos a qué tenemos que llegar,pero esto no siempre es así, ya que el presente ejercicio es para comprobar el procedimiento).

x	0.3	1	2	4	6	7	9	12
$y = g(x) = 3\sqrt{x}$	1.6432	3.00	4.2426	6.00	7.3485	7.9373	9.00	10.392

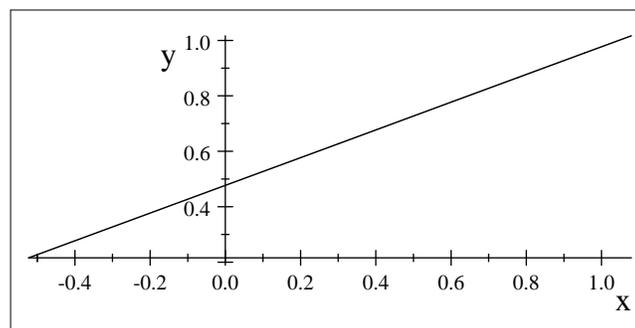


Graficamos a continuación el conjunto de puntos siguiente, obtenido a partir de la tabla anterior.

$\log(x)$	-0.52288	0	0.30103	0.60206	0.77815	0.84510	0.95424	1.0792
$\log(y)$	0.21569	0.47712	0.62763	0.77815	0.86620	0.89967	0.95424	1.0167

y al ajustar un polinomio de primer grado a ella, se obtiene la siguiente ecuación de línea recta:

$$y = 0.49999x + 0.47712$$



$$g(x) = 3\sqrt{x} \equiv kx^n \rightarrow \text{al comparar : } \log(g(x)) = n \cdot \log(x) + \log(k) \text{ con } y = 0.49999x + 0.47712$$

$$\Rightarrow n = 0.49999$$

obtenemos..... $\log_{10}(x) = 0.47712$, Solution is: $\{[x = 3.0000]\}$

Estudiar:

x	2	3	5	7	9	10	12
$y = k(x)$	2.46	2.78	3.24	3.58	3.86	3.99	4.21

anexar al informe.