Movimiento de Proyectiles

La ecuación con la que trabajaremos es: $x(t) = x_0 + v_{0x} \cdot t + \frac{1}{2} a_x \cdot t^2$

Al aplicarla al movimiento de un proyectil, debemos considerar algunas cuestiones previas.

En primer lugar los resultados que obtengamos son en condiciones ideales y sin roce con el aire.

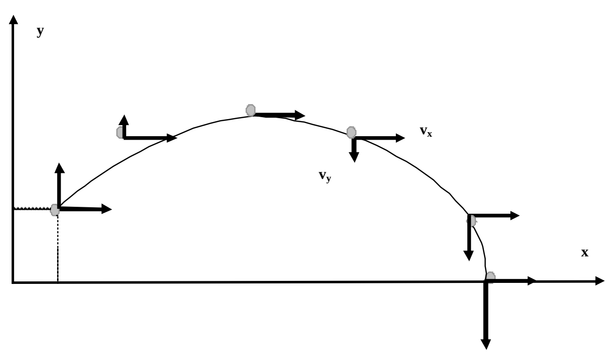
Bajo estas condiciones entonces, son válidas las ecuaciones:

a lo largo del eje x	$x(t) = x_0 + v_{0x} \cdot t$
a lo largo del eje y	$y(t) = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} a_y \cdot t^2$

En primer lugar no hay roce, por lo tanto no hay aceleración negativa en el eje x, tampoco hay aceleración positiva, porque los proyectiles que se estudiarán no tienen impulsión propia(por ejemplo, el lanzamiento de una piedra, una bala de pistola, etc.)

A lo largo del eje y, se considera solamente aceleración dirigida hacia abajo, y debida a la acción del campo gravitatorio terrestre sobre el proyectil.

El sistema de coordenadas que se usará es el usual: horizontal-vertical,pero no siempre puede ser el más conveniente, todo depende del tipo de problema que estemos resolviendo.Una elección adecuada lo da la experiencia obtenida resolviendo problemas, no hay otro camino.



La figura muestra el vector velocidad descompuesto en sus componentes horizontal y vertical.Se observa que la componente horizontal permanece constante en el tiempo(suponiendo que no hay roce) y la forma cómo varía la componente vertical, el proyectil en su punto máximo de trayectoria, tiene velocidad vertical nula, después cambia de sentido y aumenta su módulo, pudiendo incluso rebasar el valor inicial si es que se le permite seguir cayendo, suponiendo que se dispara desde un altura al borde de un precipicio.Esto, si no consideramos el roce. Al considerarlo, la resolución es un poco más complicada matemáticamente y debemos resolver una ecuación diferencial. Llega un momento en que la fuerza que atrae al proyectil hacia abajo se equilibra con la fuerza de roce, y por ende la velocidad, desde ese instante en adelante pasa a ser constante. Esto es lo que se logra con los paracaídas, lograr esa rapidez constante de caída, lo antes posible.

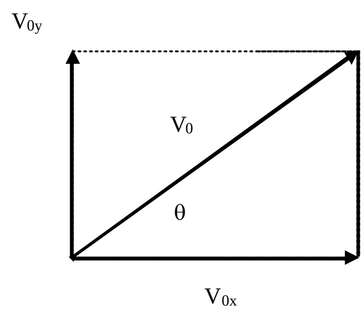
Para el cálculo de las velocidades, bastará que realicemos la derivada con respecto al tiempo:

a lo largo del eje x	$v_x(t) = v_{0x}$ (constante)
a lo largo del eje y	$v_y(t) = v_{0y} + a_y \bullet t$

La figura muestra la descomposición de la velocidad inicial(módulo) y sus componentes horizontal y vertical.

En donde, como deben recordar:

	$v_{0x} = v_0 \cos\theta$	
	$v_{0y} = v_0 \sin\theta$	



Si se trabaja con el sistema de coordenadas que se visualiza en dibujo anterior, se tendrá:

$x(t) = x_0 + (v_0 \cos\theta) \bullet t$
$y(t) = y_0 + (v_0 \sin\theta) \bullet t - 4.9 \bullet t^2$

tomando: $a_y = -g = -4.9\left[\frac{m}{s^2}\right]$

si queremos la ecuación de la trayectoria, debemos eliminar de entre las dos ecuaciones, el parámetro "t"

$x = x_0 + (v_0 \cos\theta) \bullet t \to t = \frac{(x-x_0)}{v_0 \cos\theta}$ que podemos reemplazar en $y = y_0 + (v_0 \sin\theta) \bullet t - 4.9 \bullet t^2$

$y = y_0 + (v_0 \sin\theta) \bullet \frac{(x-x_0)}{v_0 \cos\theta} - 4.9 \bullet \left(\frac{(x-x_0)}{v_0 \cos\theta}\right)^2$, ecuación que corresponde a una parábola.

y que podemos simplificar un poco: $y = y_0 + (x - x_0)\tan\theta - 4.9 \bullet \left(\frac{(x-x_0)}{v_0 \cos\theta}\right)^2$

si se sitúa el origen de coordenadas en el punto de disparo, se tendría...$x_0 = 0$, $y_0 = 0$

$$y = x\tan\theta - \frac{4.9}{(v_0 \cos\theta)^2} \bullet x^2$$

Algunas convenciones y sugerencias.

1.- Alcance máximo horizontal: se entiende como la distancia recorrida por la "sombra" o proyección del proyectil medida desde el punto de disparo y sobre el eje horizontal

2.- Es conveniente siempre hacer un dibujo de la situación a resolver y la ubicación del sistema de coordenadas, ya que según su disposición es el conjunto de ecuaciones que deberemos usar.

3.- La altura máxima se obtiene con el tiempo que demora en llegar al punto más alto, es decir cuando $v_y = 0$.

4.- Cuando se trata de determinar la distancia horizontal recorrida, debemos tener en cuenta desde qué altura, si se trata al nivel del punto de disparo, y coincidente con el origen de coordenadas, entonces tenemos que resolver la ecuación y=0, que nos dá el tiempo de traslado,con el cual finalmente se calcula el llamado "alcance", para estas condiciones.

resumiendo...

$x(t) = x_0 + (v_0 \cos\theta) \cdot t$		posición de la sombra(o proyección) sobre el eje x
$y(t) = y_0 + (v_0 \sin\theta) \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$		posición de la sombra sobre el eje y
$v_x(t) = v_0 \cos\theta$		velocidad de la sombra(del proyectil) sobre el eje x
$v_y(t) = v_0 \sin\theta - g \cdot t$		velocidad de la sombra sobre el eje y

serbachi@hotmail.com