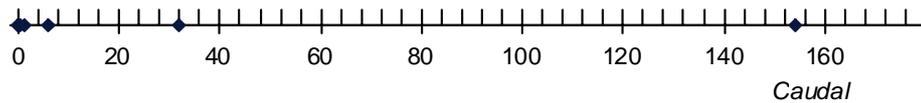


¿Qué es una escala logarítmica?

Supongamos que en un eje queremos representar los caudales de varios cauces y disponemos de los datos que aparecen a la derecha, ya ordenados de menor a mayor, desde un arroyo con 16 litros/seg hasta un gran río con 154 m³/seg:

Caudal (m ³ /seg)
0,016
0,07
0,28
1,25
6,1
32
154

Si representamos estos datos en una escala aritmética (un papel cuadrículado normal) quedará algo tan poco expresivo como esto:

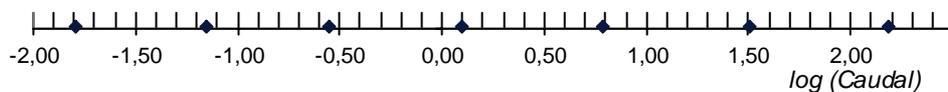


Los cuatro primeros están amontonados encima del 0, de modo que no sería válido si queremos que aparezcan todos los valores.

Probamos otra estrategia: calculamos los logaritmos de los caudales, y los representamos de nuevo en un papel milimetrado corriente.

Caudal	log (Caudal)
0,016	-1,80
0,07	-1,15
0,28	-0,55
1,25	0,10
6,1	0,79
32	1,51
154	2,19

El resultado será el siguiente:



Ahora los puntos aparecen bien diferenciados, pero, además de la molestia de tener que calcular los logaritmos, el observador no capta los valores: ¿cómo podemos adivinar que el punto situado en 1,50 en realidad se refiere a un caudal de 32 m³/seg?

La solución es representar los puntos en una **escala logarítmica**: no es preciso calcular nada, nosotros situamos en la escala los valores de los caudales, pero lo que determina su posición son los logaritmos de los caudales:



Observamos que, efectivamente, la situación relativa de los puntos en las dos últimas escalas que hemos dibujado es idéntica.

Por tanto, **representar puntos en una escala logarítmica es equivalente a representar los logaritmos de esos valores en una escala milimetrada normal.**

Para entenderlo a la inversa: podemos **construir nuestra propia escala logarítmica** calculando los logaritmos de 1, 2, 3, 4, ...9, 10, 20, 30, 40,...,90, 100, 200, etc. y representando los logaritmos en un papel milimetrado normal

¿Por qué dibujamos puntos en una escala logarítmica?

Ya hemos visto que la utilidad fundamental de la escala logarítmica consiste en que podemos representar valores de magnitudes muy diferentes. También son convenientes cuando nos permiten convertir el gráfico que relaciona dos variables en una recta.

Se utilizan dos tipos de gráficos:

- *Semilogarítmicos*: Uno de los dos ejes está en escala logarítmica el otro en escala aritmética.
- *Doble logarítmicos* o simplemente *logarítmicos*. Los dos ejes están en escala logarítmica

Ejemplos:

La fórmula que expresa la disminución del caudal de un río (Q_t) en función del tiempo (t) es la siguiente:

$$Q_t = Q_0 \cdot e^{-\alpha t}$$

Donde Q_0 , e y α son constantes. Si tomamos logaritmos, esta ecuación se transforma en:

$$\log Q_t = \log Q_0 - \alpha t \log e$$

Por tanto, si hacemos $y = \log Q_t$, obtenemos la ecuación de una recta:

$$y = CTE_1 - CTE_2 \cdot t$$

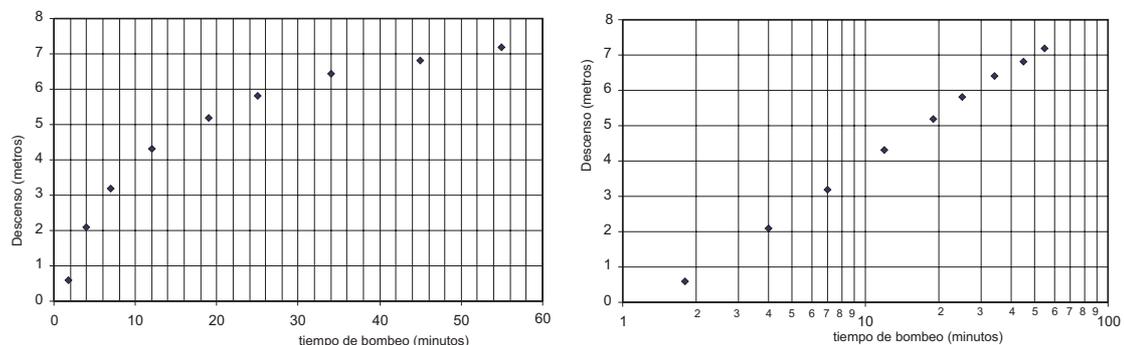
Como esto es conveniente para nuestros cálculos, en lugar de representar el caudal (Q_t) en función del tiempo (t), podemos representar el logaritmo del caudal (eje vertical) en función del tiempo (eje horizontal).

En general, una función del tipo $y = 2,7^x$, al tomar logaritmos quedará como:

$$\log y = x \cdot \log 2,7$$

Por tanto, si representamos el **logaritmo de y** en función de **x**, obtendremos una recta de pendiente $\log 2,7$

En otros casos, es el eje horizontal el que conviene representar en escala logarítmica, como los descensos observados en un pozo que bombea a lo largo del tiempo. En los primeros minutos el nivel desciende rápidamente, luego lo hace cada vez con mayor lentitud. La representación gráfica será una curva (izquierda). pero puede obtenerse una recta si se representa el descenso en función del logaritmo del tiempo (derecha):



Por otra parte, una función del tipo $y = x^{2,7}$, al tomar logaritmos quedará como:

$$\log y = 2,7 \cdot \log x$$

Por tanto, si representamos el logaritmo de y en función del logaritmo de x, obtendremos una recta de pendiente 2,7

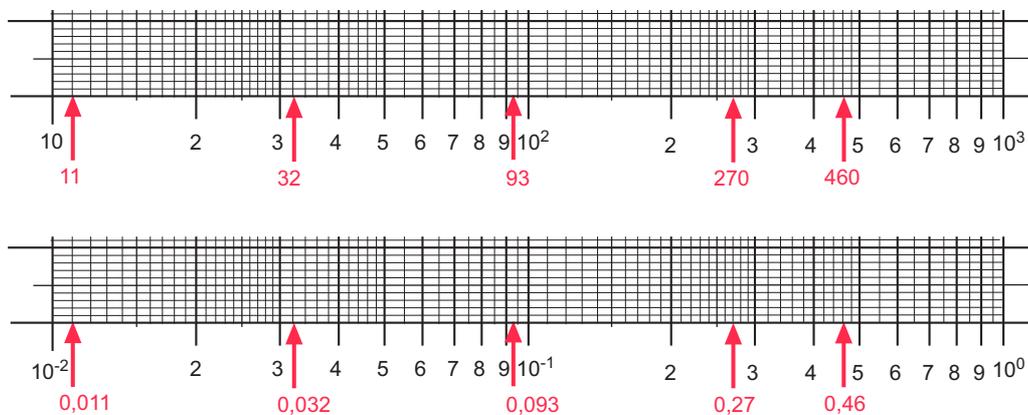
¿Cómo dibujamos puntos en una escala logarítmica?

Podemos hacerlo de dos maneras: Dibujarlos a mano en un papel logarítmico o decirle al ordenador que lo haga.

La primera opción, aunque pueda parecer prehistórica, en muchas ocasiones es absolutamente necesaria. Se venden papeles de este tipo en librerías especializadas; en nuestra web (sección "Complementos") hemos incluido un par de modelos: uno doble logarítmico y otro semilogarítmico.

Se han dibujado con un módulo de 62,5 mm. Este módulo es la distancia que hay entre dos potencias de 10 consecutivas. En nuestros modelos no hemos rotulado 1, 10, 100, etc. sino 10, 10, 10 etc. Ello es debido a que en ocasiones necesitamos representar valores que van de 10^{-4} , 10^{-3} , 10^{-2} , etc. y en otra ocasión podemos precisar que la escala empiece en 1000, continuando con 10^4 , 10^5 , etc. Por tanto los sucesivos **10** que aparecen se deben complementar con exponentes sucesivos según requiera cada problema.

Aquí vemos varios ejemplos de ubicación de valores en escalas logarítmicas:



La segunda opción la ofrecen los programas para representar gráficos en ordenador, incluida la hoja de cálculo.

Por ejemplo en **Excel**, sobre el gráfico ya realizado, picamos el **botón derecho sobre el eje**, elegimos "Formato de Ejes...", y activamos la casilla indicada como "Escala logarítmica". Automáticamente, el eje en que hayamos efectuado esa operación adopta la forma de escala logarítmica.

