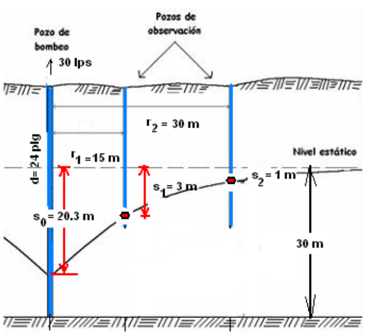
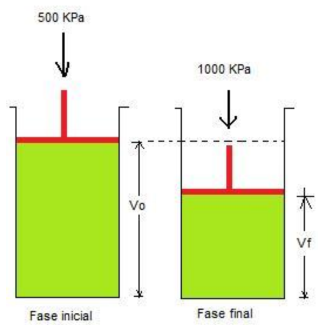
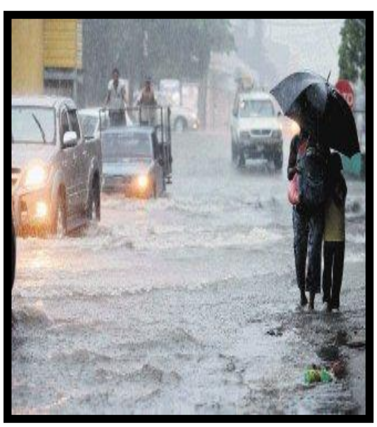
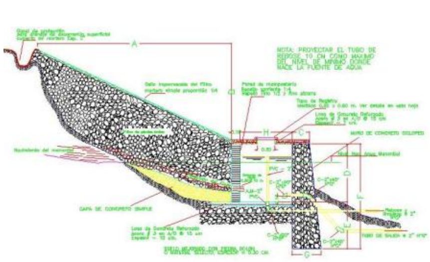
2012

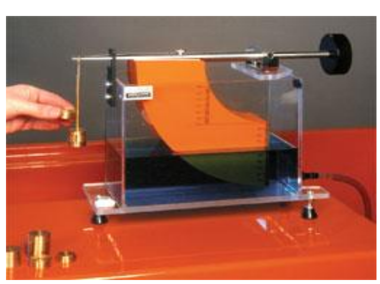
TEXTO DE EJERCICIOS RESUELTOS DE HIDRAULICA 1 NELAME











DR. NESTOR JAVIER LANZA MEJIA

04/09/2012

ACERCA DEL AUTOR

Néstor Javier Lanza Mejía, profesor de ingeniería civil en la Universidad Nacional de Ingeniería (UNI), se graduó como Ingeniero Civil en la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua (UNAN) en 1985, y como Doctor en filosofía (PhD) en Catedra de Ingeniería Sanitaria del Instituto de Construcción de Kiev, Ucrania (URSS) en 1990.

De 1994 a 1998, el Dr. Lanza administro el departamento de Hidráulica y de 1998 a 2002 fue elegido como decano de la Facultad de Tecnología de la Construcción (FTC), su labor como administrador académico de la FTC, logra impulsar la primera maestría en dicha facultad, tal como la maestría en “Vías terrestre” auspiciado por el Banco Mundial y dirigida a los profesionales del Misterio de Transporte e Infraestructura (MTI); estableciendo una vinculación del conocimiento del pregrado al postgrado y fortaleciendo los cursos de postgrado en la FTC, diplomados como: Obras Verticales, Obrad Horizontales, Desarrollo Agrícola, Agua y Saneamiento, etc. En su gestión como decano, instalo el primer centro para la investigación agrícola llamado “Finca experimental”, con el objeto de iniciar una etapa fundamental y para el desarrollo en la investigación para sector agrícola del país. Instalo el primer centro de documentación para las carreras de ingeniería civil y agrícola, y el primer congreso de ingeniería civil con carácter internacional.

Es autor de artículos técnicos teóricos sobre la migración de la contaminación en las aguas subterráneas y textos académicos de Hidráulica I y II e Hidrología (todavía no publicados).

En 2008, es gestor principal del segundo ciclo de la maestría en “Vías Terrestre” financiado por el Banco Mundial para el MTI y participando como catedrático en la asignatura de Hidrotecnia vial.

En su aspecto profesional, ha participado en varios proyectos de desarrollo municipales en el área de diseño de sistemas de alcantarillado sanitario, mini acueducto de agua potable en sistema rurales, diseño de canales pluviales, diseño de instalaciones sanitarias en edificaciones, etc.

En 2011, desarrollo curso para postgrado en el área de Infraestructura Vial Municipales orientado por la cooperación Suiza para el Desarrollo (COSUDE).

PROLOGO

Este texto va dirigido a estudiantes de ingeniería que se interesan en aprender algunos aspectos fundamentales de la Mecánica de Fluidos, Hidráulica e Hidrología. Estas áreas resultan evidentes que una cobertura de todos sus aspectos no se puede lograr en un solo texto. El objeto es creado para usarse como consulta y que el estudiante logre iniciarse en los diferentes tipos de problemas presentado. Este texto ha sido preparado después de varios años de experiencia en la vida académica universitaria, presentando así, estas disciplinas como una realidad estimulante y útil para la vida diaria, presentando un mensaje que el movimiento de los fluidos es consistente con leyes físicas bien establecidas, que requieren de correlaciones basadas en datos experimentales y análisis dimensionales, además de las ecuaciones básicas para obtener una solución.

En esta edición, se presentan un sin numero de ejercicios resueltos en la Mecánica de Fluidos, Hidráulica, Hidrología, Hidráulica de Pozos, Hidrotecnia Vial, Hidráulica de conducto.

Los alumnos que estudien este texto y comprendan su desarrollo deben de adquirir un conocimiento útil de los principios de la Mecánica de Fluidos e Hidráulica e Hidrología, facultades de alcanzar las competencias de sus propios cursos.

Queremos agradecer a los muchos colegas que ayudaron al desarrollo de este texto, principalmente los ingenieros del departamento de Hidráulica y medio ambiente de la Faculta de Tecnología de la Construcción de la Universidad Nacional de Ingeniería.

Deseamos expresar nuestro agradecimiento a los alumnos que proporcionaron fotografías, dibujos, ejercicios resueltos que fueron dejados como tarea para el desarrollo del texto.

Agradecemos a nuestras familias por su aliento continuo durante la elaboración de este texto. Trabajar con estudiantes a lo largo de los años nos ha enseñado mucho sobre la enseñanza de la Ingeniería civil. Hemos intentado sacar provecho de esta experiencia para el beneficio de los usuarios de este texto. Evidentemente, aun estamos aprendiendo y agradecemos las sugerencias y comentarios del lector.

CONTENIDO

1. PROPIEDADES DE LOS LIQUIDOS

1. Si un barril de aceite pesa 1.5 KN, calcúlese el peos especifico, la densidad y la densidad relativa de este aceite. El barril contiene 0.159 m3 y el peso propio es de 110 N.

- Determinado el peso del aceite restando el peso del barril:

$$W_{aceite} = W_{aceite+barril} - W_{barrl} = 1500 - 110 = 1390\ N$$

- El peso específico:

$$\gamma_{aceite} = \frac{W_{aceite}}{V_{aceite}} = \frac{1390}{0.159} = 8742.14\ \frac{N}{m^3} = 891.15\ \frac{kgf}{m^3}$$

- La densidad:

$$\gamma_{aceite} = \rho_{aceite} g \quad \rightarrow \quad \rho_{aceite} = \frac{\gamma_{aceite}}{g} = \frac{8742.14}{9.81} = 892\ \frac{kg}{m^3}$$

- Estudiaremos las dimensiones de la densidad:

$$\rho_{aceite} = \left[\frac{\frac{N}{m^3}}{\frac{m}{s^2}} = \frac{\frac{kg\frac{m}{s^2}}{m^3}}{\frac{m}{s^2}} = \frac{kg}{m^3} \right]$$

- Densidad relativa:

$$\rho''_{aceite} = \frac{\rho_{aceite}}{\rho_{agua}} = \frac{892}{1000} = 0.892$$

2. La viscosidad cinemática y la densidad relativa de un líquido son 5.6 x 10-4 m2/s y 2.0 respectivamente. ¿Cuál es la viscosidad dinámica del líquido?

- La densidad relativa del líquido:

$$\rho''_{liquido} = \frac{\rho_{liquido}}{\rho_{agua}} \ \rightarrow \ \rho_{liquido} = \rho''_{liquido}\rho_{agua}$$

- La viscosidad cinámica:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho_{liquido}} \ \rightarrow \ \mu = \nu\rho_{liquido} = \upsilon\rho''_{liquido}\rho_{agua} = (5.6x10^{-4})(2.0)(1000) = 1.12\ Pa.s$$

3. Un líquido con peso específico relativo de 1.2 llena un volumen. Si la masa contenida en el volumen es de 200 kg, calcule la magnitud del volumen.

- De la Ec. De la densidad relativa:

$$\rho'' = \gamma'' = \frac{\gamma_{liq}}{\gamma_{h20}} \rightarrow \gamma_{liq} = \rho''\gamma_{h20} = 1.2(1000)(9.81) = 11772\ N/m^3$$

- De la Ec. Del peso específico:

$$\gamma_{liq} = \frac{mg}{V_{liq}} \rightarrow V_{liq} = \frac{mg}{\gamma_{liq}} = \frac{(200)(9.81)}{11772} = 0.17\ m^3$$

4. Cuando un líquido se vierte en una probeta graduada, se encuentra que pesa 6N cuando ocupa un volumen de 500 ml. Determine el peso específico, la densidad y la densidad relativa del líquido.

- El peso específico:

$$\gamma_{liq} = \frac{W}{V_{liq}} = \frac{6}{0.5} = 12\ \frac{N}{m^3}$$

- La densidad:

$$\gamma = \rho g \rightarrow \rho = \frac{\gamma}{g} = \frac{12}{9.81} = 1.22\ \frac{Kg}{m^3}$$

- La densidad relativa:

$$\rho'' = \gamma'' = \frac{\rho_{liq}}{\rho_{h20}} = \frac{1.22}{1000} = 0.00122$$

5. Un líquido tiene un peso específico de 59 lb/pie3 y una viscosidad dinámica de 2.75 lb.s/pie2. Determine su viscosidad cinemática.

- La viscosidad cinemática se define como: (g= 32.3 pie/s^2)

$$\nu = \frac{\mu}{\rho_{liquido}} = \frac{\mu g}{\rho_{liquido} g} = \frac{\mu g}{\gamma_{liquido}} \frac{(2.75)(32.2)}{59} = 1.506\ Pie^2/s$$

6. El peso específico de un líquido desconocido es de 12400 N/m3. ¿Qué masa del líquido está contenida en un volumen de 500 cm3?

- Calculando el peso del líquido:

$$\gamma_{liq} = \frac{W}{V_{liq}} \rightarrow \quad W = \gamma_{liq} V_{liq} = (12400)(500x10^{-6}) = 6.2\ N$$

- La masa del líquido seria:

$$W = mg \rightarrow \quad m = \frac{W}{g} = \frac{6.2}{9.91} = 0.632\ kg$$

2. COMPRESIBILIDAD

7. A ocho kilómetros bajo la superficie del océano la presión es de 81.7 Mpa. Determínese el peso específico del agua del mar a esta profundidad y la reducción en porcentaje del volumen, si el peso específico de la misma en la superficie es de 10.06 KN/m3 y su módulo volumétrico de elasticidad promedio es 2.34 x 109 Pa. Supóngase que la gravedad no varía muy apreciablemente. Haga el esquema.

- La diferencia de presión a los ochos kilómetros y en la superficie:

$$dP = P_2 - P_{atm} = 81.7 - 0.1 = 81.6\ MPa$$

- Del módulo de elasticidad volumétrica: P_{atm}= 0.1 Mpa

$$K = \frac{dP}{-\frac{dV}{V_i}} \rightarrow -\frac{dV}{V_i} = \frac{dP}{K} = \frac{81.6x10^6}{2.34x10^9} = 0.03487$$

- Si el peso específico del agua en la superficie es de 10.06 KN/m^3, podremos obtener la densidad de este en la superficie:

$$\gamma_{agua_{superficie}} = \rho_{agua_{superficie}} g \ \rightarrow \ \rho_{agua_{superficie}} = \frac{\gamma_{agua_{superficie}}}{g} = \frac{10.06x10^6}{9.81} = 1025.48\ \frac{kg}{m^3}$$

- Determinando la variación de la densidad hasta dicha profundidad que causa la presión de 81.7 Mpa, donde la masa es constante:

$$\rho = \frac{m}{V} \ \rightarrow d\rho = -m\frac{dV}{V^2} = \frac{m}{V}\left(-\frac{dV}{V}\right) = \rho_{agua_{superficie}}\left(-\frac{dV}{V}\right) = (1025.48)(0.03487) = 35.7585\ kg/m^3$$

- La densidad y el peso específico a esta profundidad serian:

$$\rho_{8\ km} = \rho_{agua_{superficie}} + d\rho = 1025.48 + 35.7585 = 1061.24\ kg/m^3$$

$$\gamma_{8\ km} = 1061.24(9.81) = 10410.75\ N/m^3$$

8. Si se aplica una presión a 20 litros de agua, y se observa que el volumen disminuye a 18.7 litros. Calcule la presión aplicada. Haga un esquema.

- El cambio de volumen cuando se aplica la presión es:

$$dV = V_f - V_i = 18.7 - 20 = -1.3\ litros$$

- El porcentaje de disminución del volumen es:

$$-\frac{dV}{V_i} = -\frac{-1.3}{20} = 0.065 = 6.5\%$$

- De la Ec. De la compresibilidad:

$$K=\frac{P}{-\frac{dV}{V_i}}\rightarrow P=-K\frac{dV}{V_i}=(21000)(0.065)=1365\ kgf/cm^2$$

9. Cuanta presión se debe aplicar al agua para comprimirla, de modo que su volumen se reduzca un 1%. (Supóngase que K es constante). Haga el esquema.

- De la expresión del módulo volumétrico de elasticidad que relaciona la variación de la presión con la variación unitaria del volumen cuando la masa es constante:

$$-\frac{dV}{V_i}=1\%$$

$$K=\frac{P}{-\frac{dV}{V_i}}\rightarrow P=-K\frac{dV}{V_i}=1\%K$$

10. Un recipiente de acero se expande 1% en volumen cuando la presión en su interior se aumenta en 10000 psi. A presión estándar, 14.7 psi contiene 1000 lbm de agua; ρ=62.4 lbm/ft3. Para K= 300000 psi, cuando esté lleno, cuantas libras masa deberán agregarse para aumentar la presión a 10000 psi. Haga el esquema.

- Calculo de la densidad cuando se aplica un aumento de presión de 10000 psi.

$$K=\frac{dP}{\frac{d\rho}{\rho}}\rightarrow dP=K\frac{d\rho}{\rho}$$

Integrando en los límites:

$$\int_{P_1}^{P_2}dP=K\int_{\rho_1}^{\rho_2}\frac{d\rho}{\rho}\ \rightarrow\ P_2-P_1=K\ ln\frac{\rho_2}{\rho_1}\ \rightarrow\ e^{\frac{P_2-P_1}{K}}=\frac{\rho_2}{\rho_1}\ \rightarrow\rho_2=\rho_1 e^{\frac{P_2-P_1}{K}}$$

$$\rho_2=(62.4)e^{\frac{10000}{300000}}=64.5151\ \frac{lbm}{ft^3}$$

- El volumen inicial:

$$V_1=\frac{m_1}{\rho_1}=\frac{1000}{62.4}=16.03\ ft^3$$

- si el acero se expande el 1%, cuando en su interior se le aplica 10000 psi, entonces el volumen final sería:

$$V_2=1.01\,V_1=1.01(16.03)=16.19\ ft^3$$

- la masa cuando se le aplica las 10000 psi:

$$m_2=\rho_2 V_2=(64.5151)(16.19)=1044.5\ lbm$$

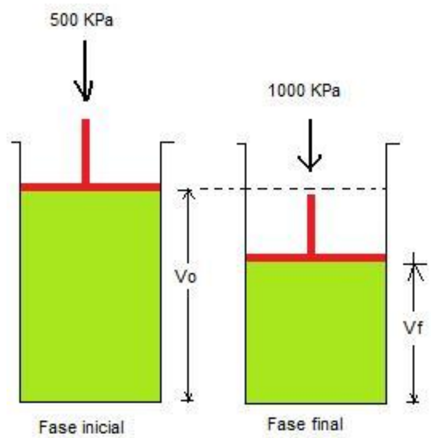
- la cantidad de masa que se le agregaría para aumentar la presión en 10000 psi:

$$\Delta m=m_2-m_1=1044.5-1000=44.5\ lbm\ de\ agua$$

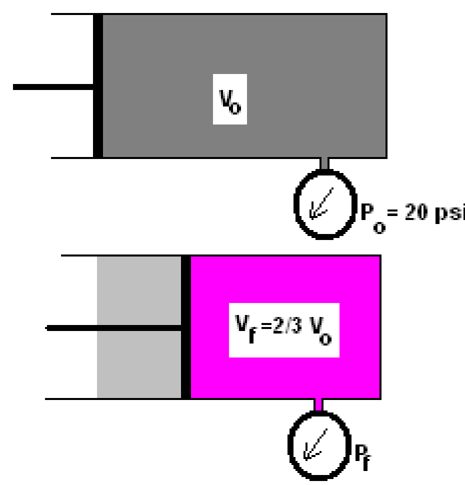
11. La presión que ejerce sobre un líquido aumenta de 500 a 1000 kPa. El volumen disminuye en 1%. Determine el módulo de elasticidad volumétrico del líquido. Haga un esquema.

- Haciendo el esquema cuando se le aplica 500 Kpa (fase inicial) y 1000 KPa (fase final).
- Módulo de elasticidad volumétrico del líquido, seria: donde - $\frac{dV}{V_0} = \frac{V_f - V_o}{V_o} = 1\%$

$$K = -\frac{dP}{\frac{dV}{V_o}} = \frac{(1000 - 500)}{0.01} = 50000\ KPa$$



12. En un cilindro rígido que contiene un pistón hay aire encerrado. Un manómetro conectado al cilindro indica una lectura inicial de 20 psi. Determinar la lectura del manómetro cuando el pistón ha comprimido el aire a la tercera parte de su volumen original. Suponer que en el proceso de compresión es isotérmico y la presión atmosférica local es de 14.7 psi. Haga un esquema.



$$\frac{dV}{V_0} = \frac{V_f - V_o}{V_o} = \frac{\frac{2}{3}V_o - V_o}{V_o} = -\frac{1}{3}$$

$$K_{aire} = -\frac{dP}{\frac{dV}{V_o}} \rightarrow \qquad dP = -K_{aire}\frac{dV}{V_o} = \frac{1}{3}K_{aire}$$

La presión final sería:

$$P_f = P_o + \frac{1}{3}K_{aire}$$

13. Para un aumento de presión de 70 atm, ¿Qué porcentaje de aumento de densidad se ha producido en el agua? Haga el esquema.

De la definición de la compresibilidad de los líquidos: K_{agua} = 21000 atm.

$$K_{agua} = \frac{dP}{\frac{d\rho}{\rho_o}} \quad \therefore \quad \frac{d\rho}{\rho_o} = \frac{dP}{K_{agua}} = \frac{70}{2100} = \frac{1}{300}$$

3. VISCOSIDAD

14. Un pistón de 60.00 mm de diámetro se mueve dentro un cilindro de 60.10 mm. Determínese el porcentaje de disminución en la fuerza necesaria para mover el pistón cuando el lubricante se calienta de 0 a 120 ºC. Úsese la viscosidad de petróleo crudo.

- Calculando la fuerza a través de la Ec. de esfuerzo tangencial de Newton:

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu\frac{v}{y} \to F = \mu\frac{v}{y}A$$

- para una temperatura de 0Cº, según la tabulación de la viscosidad absoluta (µ = 0.0015 kg.s/m^2)

$$F_0 = \mu\frac{v}{y}A = 0.0015(\frac{v}{0.0001)}A = 15vA$$

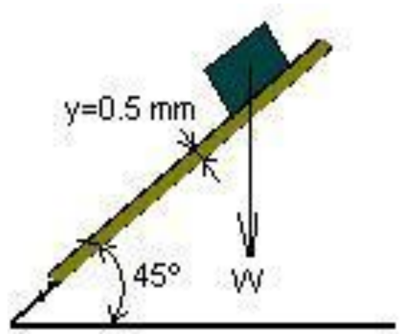
- para una temperatura de 120Cº, según la tabulación de la viscosidad absoluta (µ = 0.0002 kg.s/m^2)

$$F_{120} = \mu\frac{v}{y}A = 0.0002(\frac{v}{0.0001)}A = 2vA$$

- El porcentaje de disminución de la fuerza necesaria seria:

$$\frac{F_0 - F_{120}}{F_0} * 100 = \frac{(15-2)vA}{15vA} * 100 = 86.67\%$$

15. Un cuerpo de 20 kgf esta inicialmente en reposo sobre un plano inclinado de 45º. El área de contacto del cuerpo es de 0.02 m2 y se halle sobre una película de aceite de 0.5 mm de espesor y 0.08 kg.s/m2 de viscosidad. ¿Cuál es la resistencia del aceite cuando han transcurrido 2 segundos de iniciado el movimiento? Suponga una distribución lineal de velocidades. Haga el esquema.



- Según la ecuación del esfuerzo tangencial de Newton:

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu\frac{v}{y} \rightarrow F = \mu\frac{v}{y}A = (0.08)\left(\frac{v}{0.0005}\right)(0.02) = 3.2v$$

- Según la ley de Newton en la dirección del movimiento:

$$\sum F = m\frac{dv}{dt} = W\,\mathrm{sen}\,\theta - F = m\frac{dv}{dt} \rightarrow 20\,\mathrm{sen}\,45 - 3.2v = \frac{20}{9.81}\frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} + 1.57v - 6.94 = 0$$

- Separando variables para ecuación de primer orden y primer grado:

$$\frac{dv}{dt} + 1.57(v - 4.42) = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{dv}{(v-4.42)} + 1.57dt = 0$$

- Integrando:

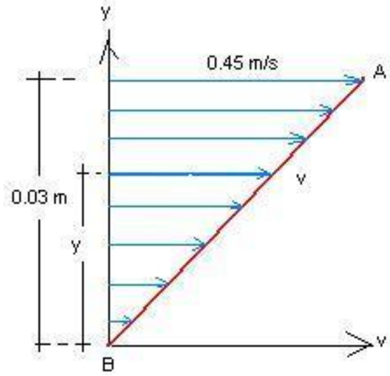
$$\int_0^{v_f}\frac{dv}{(v-4.42)} + \int_0^2 1.57dt = 0 \quad \rightarrow \quad ln(v-4.42)_0^{v_f} + (1.57t)_0^2 = 0$$

$$ln(v_f - 4.42) + 3.14 = 0 \quad \rightarrow \quad v_f = e^{-3.14} + 4.42 = 4.46\ m/s$$

- La resistencia del aceite cuando han transcurrido dos segundo:

$$F = 3.2v = 3.2(4.46) = 14.27\ N$$

16. Un líquido con viscosidad dinámica de 1.5x10-3 Kgf.s /m2 fluye sobre una pared horizontal. Calcular el gradiente de velocidad y la intensidad del esfuerzo tangencial en la frontera y en los puntos situados a 1, 2, 3 cm desde la misma, suponiendo una distribución lineal de velocidades.



- La ecuación general de la recta: $\boldsymbol{v = ay + b}$**,** y según las condiciones iníciales, tenemos:

Para el punto B(v,y)=(0,0) esto implica → $0 = a(0) + b \rightarrow b = 0$, por lo tanto la ecuación de la línea recta es $\boldsymbol{v = ay}$, donde la constante representa la pendiente de la recta, o sea, $\boldsymbol{a = \frac{0.45}{0.03} = 15,}$ resultando la ecuación de la recta, $\boldsymbol{v = 15y.}$

- Si derivamos la ecuación de la línea recta, tendremos:

$$\boldsymbol{\frac{dv}{dy} = 15}$$

Se observa que el gradiente de velocidad es una constante, por lo tanto se obtendrá un solo valor para cualquier de los puntos, como en la frontera, ya que no depende de los valores de y.

- El esfuerzo tangencial seria:

$$\boldsymbol{\tau = \mu \frac{dv}{dy} \rightarrow \tau = (1.5x\ 10^{-3})(15) = 0.0225\ kgf/m^2}$$

17. El coeficiente cinemático de viscosidad del aire a presión y temperatura normales es igual a 1.45x10-9 m2/s y del agua igual a 11.45x10-7 m2/s. Determinar en cuál de estos medios serán mayores los esfuerzos tangenciales y en cuantas veces (siendo las demás condiciones iguales).

- Calculando las viscosidades dinámicas para ambos fluidos: ρ_{aire}=1.2056 kg/m^3 y ρ_{agua}=1000 kg/m^3

$$\boldsymbol{\mu_{aire} = \nu_{aire}\rho_{aire} = 1.45x10^{-9}(1.2056) = 1.748x10^{-9}\ Pa.s}$$

$$\boldsymbol{\mu_{agua} = \nu_{agua}\rho_{agua} = 11.45x10^{-7}(1000) = 1.14x10^{-3}\ Pa.s}$$

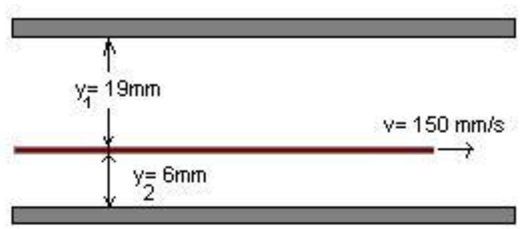
- Si las demás condiciones son iguales, es decir que los gradientes de velocidades del aire y del agua son iguales, entonces los esfuerzos tangenciales serian:

$$\boldsymbol{\tau_{aire} = \mu_{aire}\left(\frac{dv}{dy}\right)_{aire}\ y\ \tau_{agua} = \mu_{agua}\left(\frac{dv}{dy}\right)_{agua}}$$

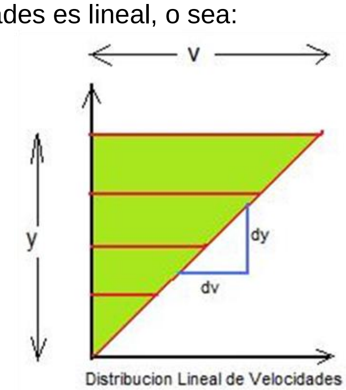
$$\frac{\tau_{agua}}{\tau_{aire}} = \frac{\mu_{agua}}{\mu_{aire}} = \frac{1.14x10^{-3}}{1.748x10^{-9}} = 652173.9$$

Los esfuerzos tangenciales del agua son mayores que en el aire en 652172.9 veces.

18. El espacio entre dos paredes grandes planas y paralelas separadas entre sí 25 mm está lleno con un líquido de viscosidad absoluta (dinámica) de 0.7 Pa.s. Dentro de este espacio se tira de una placa delgada plana de 250mm x 250mm con una velocidad de 150 mm/s y a una distancia de 6mm desde una pared, manteniéndose la placa y el movimiento paralelos a las paredes. Suponiendo variaciones lineales de velocidad entre la placa y las paredes, ¿determine la fuerza ejercida por el líquido sobre la placa?



- La distribución de velocidades es lineal, o sea:



De la relación de triangulo de la figura obtenemos una relación del gradiente de velocidad como el cociente de la velocidad del desplazamiento y el espesor del líquido: (únicamente si la distribución de velocidad es lineal)

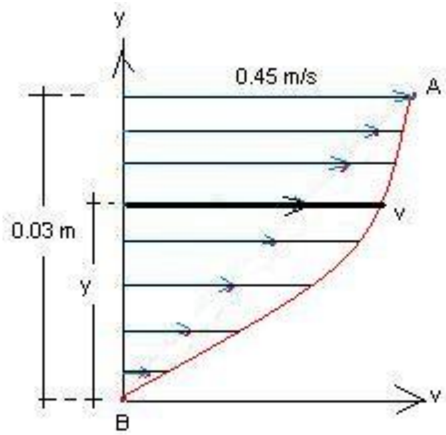
$$\frac{dv}{dy} = \frac{v}{y}$$

- La fuerza ejercida por el líquido sobre la placa seria la sumatoria de las fuerzas de encima más de la abajo:

$$F = F_{arriba} + F_{abajo}$$

$$F = \mu\frac{v}{y_1}A + \mu\frac{v}{y_2}A = \mu v\left(\frac{1}{y_1} + \frac{1}{y_2}\right)A = 0.7(150x10^{-3})\left(\frac{1}{19x10^{-3}} + \frac{1}{6x10^{-3}}\right)(0.25)^2 = 1.439\ N$$

19. Un líquido con μ=1.5x10-3 kgf.s/m2 fluye sobre una pared horizontal. Calcular el gradiente de velocidad y la intensidad del esfuerzo tangencial en la frontera y en los puntos situados a 1, 2, 3 cm desde la misma, suponiendo una distribución parabólica de velocidades. La parábola tiene su vértice en el punto A y el origen del sistema de ejes esta en B.



- La ecuación general de la parábola: $\boldsymbol{v = ay^2 + by + c} \quad (\mathbf{1})$**,** y según las condiciones iníciales, tenemos:

Para el punto B (v, y)= (0,0) esto implica $\rightarrow\ 0 = a(0)^2 + b(0) + c\ \rightarrow c = 0$, por lo tanto la ecuación de la parábola es $\boldsymbol{v = ay^2 + by} \quad (\mathbf{2})$,

Para el punto A (v, y)= (0.45, 0.03) esto implica $\mathbf{0.45 = a(0.03)^2 + b(0.03)}$, resultando la siguiente ecuación, $\mathbf{15 = 0.03a + b} \quad (\mathbf{3})$

- Si derivamos la ecuación (2) e igualando a cero para encontrar el vértice, tendremos:

$$\frac{dv}{dy} = 2ay - b = 0 \ \rightarrow \ y = -\frac{b}{2a}$$

Para la condición el vértice: A (v, y)= (0.45, 0.03) esto implica: $\mathbf{0.03 = {}^{-b}/_{2a}} \ \rightarrow \ \mathbf{0.06a + b = 0} \quad (\mathbf{4})$

Resolviendo las Ec. (3) y (4), obtienen a = -500 y b = 30 e introduciendo estos valores en la Ec. (2), obtendremos la ecuación de distribución de velocidades:

$$v = -500y^2 + 30y$$

Derivando la ecuación para obtener el gradiente de velocidades:

$$\frac{dv}{dy} = -1000y + 30$$

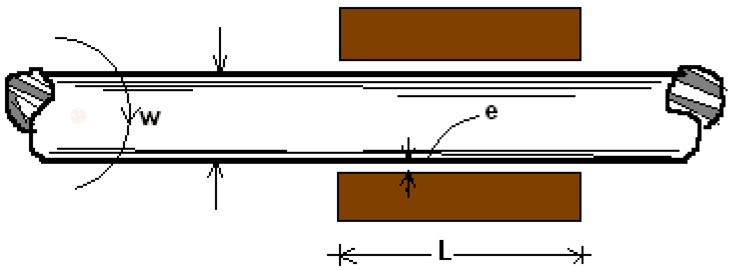
- El esfuerzo tangencial para y=0.03m seria:

$$\left(\frac{dv}{dy}\right)_{0.03} = -1000(0.03) + 30 = 0$$

$$\tau_{0.03} = \mu\left(\frac{dv}{dy}\right)_{0.03} \rightarrow \tau_{0.03} = (1.5x\,10^{-3})(0) = 0\,kgf/m^2$$

y (m)	0	0.01	0.02	0.03
$\frac{dv}{dy}$	30	20	10	0
τ	0.045	0.03	0.015	0

20. Calcular la potencia aproximada perdida por la fricción en este cojinete. El aceite tiene una viscosidad de 0.72 Pa.s. si w = 200 rev/min. L= 1m, D= 0.36m y e=0.23 mm.



- La potencia aproximada perdida, se puede expresar como:

$$\boldsymbol{Potencia = (Par\ Torsion\ )(velocidad\ de\ rotacion)}$$

Expresando la velocidad de rotación en rad/s:

$$w = \left(200\ \frac{rev}{min}\right)\left(2\pi\ \frac{rad}{rev}\right)\left(\frac{min}{60\ s}\right) = 20.94\ \frac{rad}{s}$$

El par torsión:

$$T = F\frac{d}{2}\ \therefore F = \mu\frac{v}{y}A\ \therefore v = wr\ \therefore A = 2\pi rL$$

La fuerza que produce la torsión:

$$F = \mu\frac{wr}{y}2\pi rL = 2\pi r^2 L\mu\frac{w}{y}$$

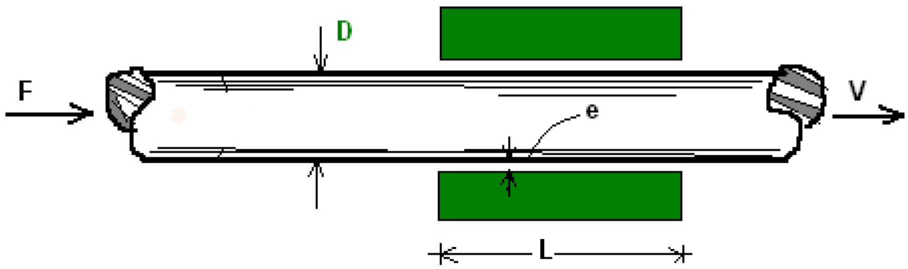
El par torsión:

$$T = 2\pi r^2 L\mu\frac{w}{y}\frac{d}{2} = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 L\mu\frac{w}{y}d = \frac{\pi}{4}d^3 L\mu\frac{w}{y}$$

- La potencia aproximada perdida s puede expresar como el producto del par torsión y la velocidad de rotación: 1 watt = N. m/s

$$P = Tw = \left(\frac{\pi}{4}d^3 L\mu\frac{w}{y}\right)w = \left(\frac{\pi}{4}d^3 L\mu\frac{w^2}{y}\right) = \frac{\pi}{4}(0.36)^3(1.0)(0.72)\frac{(20.94)^2}{0.23x10^{-3}} = 50.298\ Kwatt$$

21. Determínese la viscosidad del fluido entre el eje y la camisa en la figura. Si F= 20 lb, D= 3 plg, L= 8 plg, e= 0.003 plg y V= 0.4 ft/s.



- El esfuerzo cortante seria:

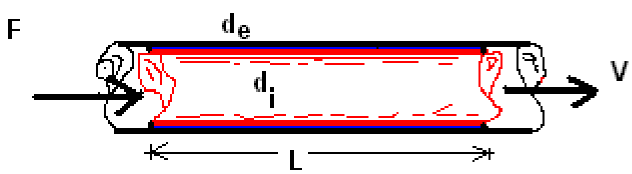
$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{v}{y} \rightarrow F = \mu \frac{v}{y} A \quad \therefore A = 2\pi r L = \pi D L$$

- Despejando la viscosidad:

$$\mu = \frac{Fy}{\pi D L v} = \frac{(20)(0.003/12)}{\pi(3/12)(8/12)(0.4)} = 0.02387 \; \frac{lb.s}{ft^2}$$

22. Un cilindro de 200 mm de diámetro interior y de L= 1 m de longitud esta concéntrico con respecto a un tubo de 206 mm de diámetro exterior. Entre el cilindro y el tubo existe una película de aceite. Que fuerza se requiere para mover el cilindro a lo largo del tubo a una velocidad constante de 1 m/s. La viscosidad cinemática del aceite es de 5.6 x 10-4 m2/s; la densidad relativa es de 0.92. Haga el esquema.

- Haciendo un esquema.



- La distribución de velocidades es lineal, o sea: el gradiente de velocidad es igual al cociente de la velocidad de desplazamiento y el espesor del líquido: (únicamente si la distribución de velocidad es lineal), o sea:

$$\frac{dv}{dy} = \frac{v}{y} = \frac{1}{0.006} = 166.67 \; s^{-1}$$

- De las ecuaciones de la viscosidad cinemática y densidad relativa:

$$\vartheta = \frac{\mu}{\rho} \; y \; \rho'' = \frac{\rho_a}{\rho_{agua}}$$

Despejando la viscosidad dinámica:

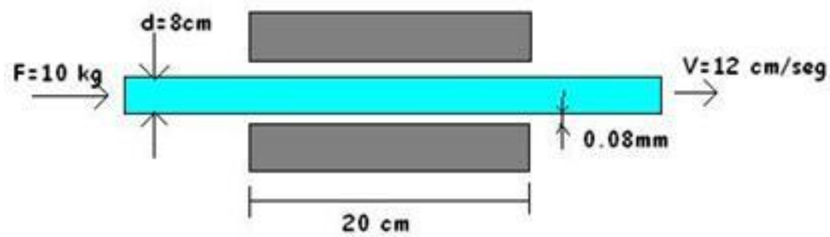
$$\mu = \vartheta \rho'' \rho_{agua} = (5.6 \; x \; 10^{-4})(0.92)(1000) = 0.1552 \; Pa.s$$

- Calculando la fuerza:

El área donde surgen los esfuerzos cortantes es el área lateral del cilindro de diámetro de 200 mm, o sea:

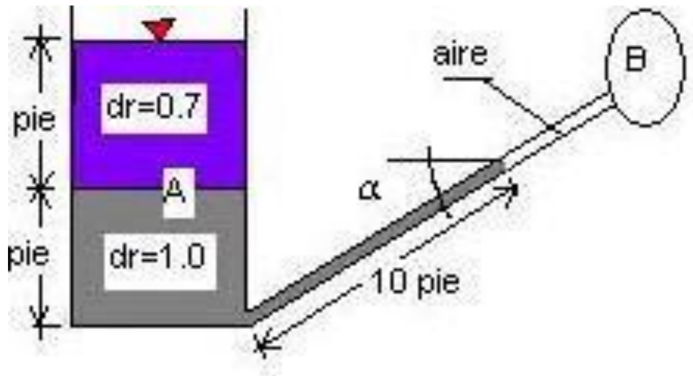
$$A = 2\pi rL = \pi dl = \pi(0.2)(1) = 0.63\ m^2$$

$$F = \mu\frac{dv}{dy}A = \mu\frac{v}{y}A = (01552)(166.67)(0.63) = 54.10\ N$$



4. MANOMETROS

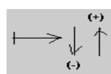
23. Determine el ángulo del tubo inclinado, si la presión en A es 2 psi mayor que en B.



- Calculo de la presión en A desde el recipiente abierto, P_{atm}=0

$$\boldsymbol{P_A = P_{atm} + 0.7(62.4)(1) = 43.68\,\frac{lb}{pie^2} = 0.30\,\frac{lb}{plg^2}}$$

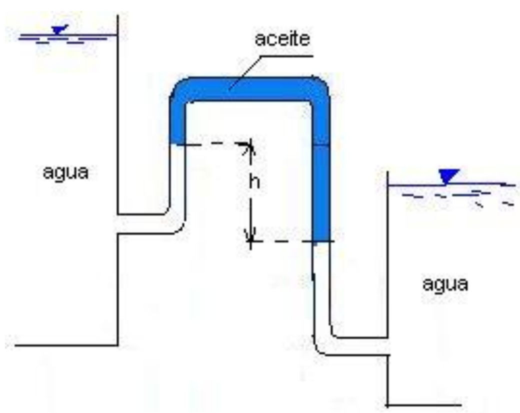
$$\boldsymbol{P_A = P_B + 2 \;\rightarrow\; P_B = 0.3 - 2 = -1.7\frac{lb}{plg^2} = -244.8\,\frac{lb}{pie^2}}$$

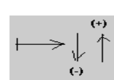
- Determinando el ángulo: según la regla 

$$\boldsymbol{\frac{P_A - P_b}{\gamma_{agua}} = \frac{43.68 + 244.8}{62.4} = -1 + 10sen\alpha}$$

$$\boldsymbol{4.62 = -1 + 10sen\alpha \;\rightarrow\; \alpha = \sin^{-1}(0.562) = 34.19º}$$

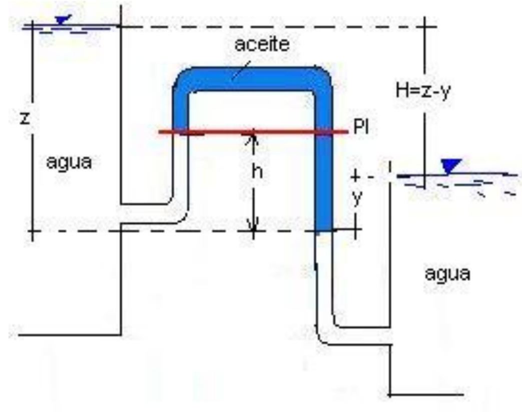
24. En el manómetro de la fig. se usa para medir la diferencia de los niveles de agua en los tanques. Calcular esta diferencia, si h= 380 mm y la densidad relativa del aceite es de 0.9.



Haciendo el esquema y acotando las distanacias y ssegún la regla: 

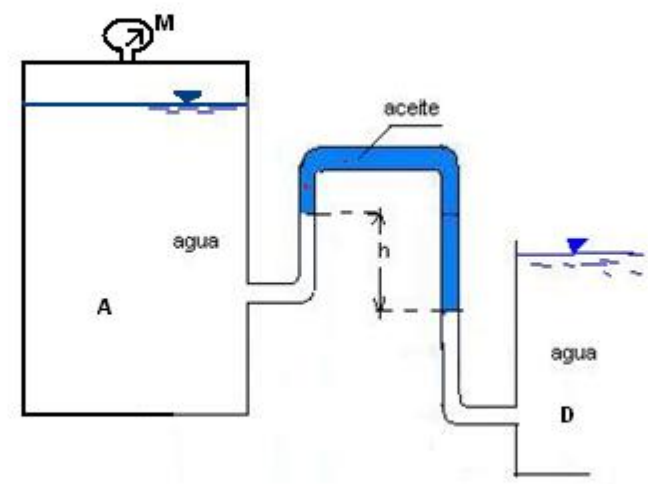
$$\boldsymbol{\frac{P_{atm} - P_{atm}}{\gamma_{agua}} = -z + h - 0.9h + y = 0 \;\rightarrow\; h(1 - 0.9) = (z - y) = H}$$

el valor de H seria:

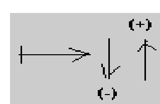


$$H = (1 - 0.90)380 = 38\ mm$$

25. En el manómetro de la fig. se usa para medir la diferencia de los niveles de agua en los tanques. Calcular esta diferencia, si h= 380 mm y la densidad relativa del aceite es de 0.9, si la presión en el punto M es de 0.25 kgf/cm2.



Haciendo el esquema y acotando las distanacias y ssegún la regla:



$$\frac{P_M - P_{atm}}{\gamma_{agua}} = -z - 0.9h + y \ \rightarrow \ \frac{P_{atm}}{\gamma_{agua}} = 0$$

$$2.5 = -z - 0.9h + y$$

De la geometría:

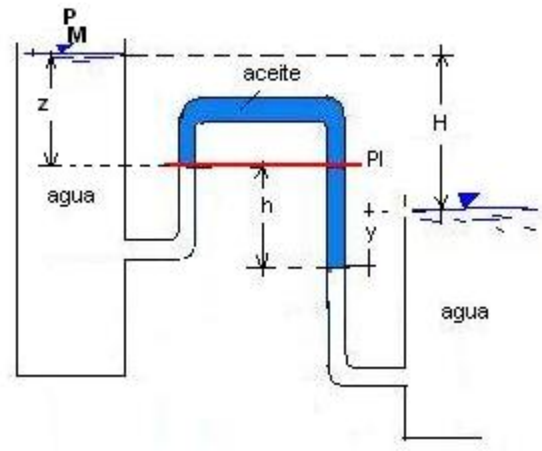
$$h + z = y + H \ \rightarrow (y - z) = h - H$$

por lo tanto:

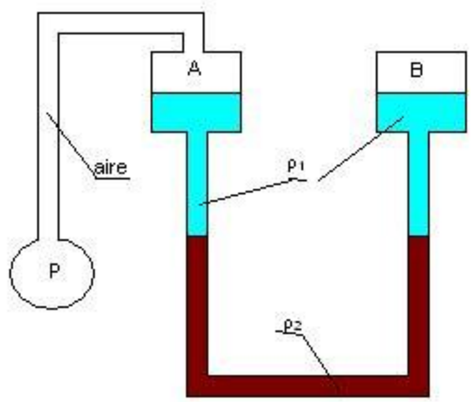
$$2.5 = h - H - 0.9h$$

$$H = 0.1h - 2.5 = 0.1(0.380) - 2.5 = -2.462\ m$$

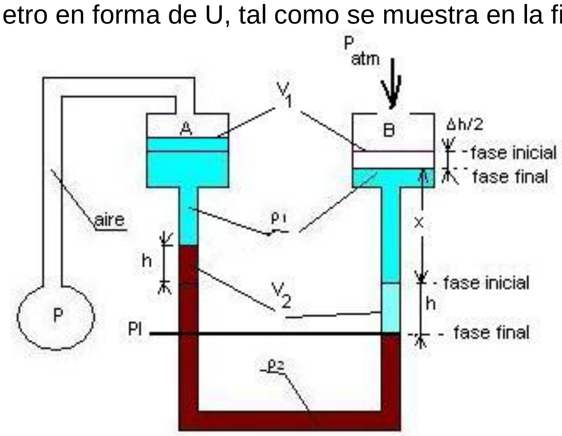
Conclusión: el depósito D deberá estar por encima del depósito A una altura de 2.462 m para generar una presión de 0.25 Kgf/cm^2.

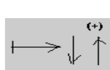


26. Los niveles del depósito A es igual al depósito B cuando están cerrado, después a uno de ellos se le abre y actúa la presión atmosférica y el líquido desciende Δh/2. Calcular la presión P, si h=D2=2d2 (los depósitos son cilíndricos).



- Cuando al depósito B se le abre actuando la presión atmosférica, el nivel del líquido manométrico en la parte derecha del manómetro en forma de U desciende una cantidad h e igual asciende en la parte izquierda del manómetro en forma de U, tal como se muestra en la figura.



Según la regla: 

$$P = P_{atm} - \rho_1 g[\Delta h + (x - h)] - \rho_2 g(2h) + \rho_1 g(x + h) = P_{atm} - \rho_1 g\Delta h + 2gh(\rho_1 - \rho_2)$$

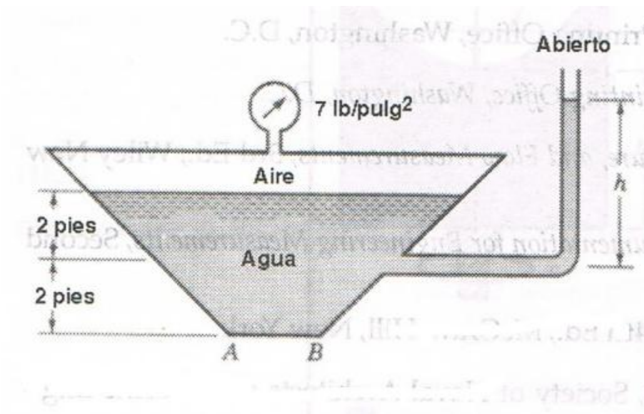
- Según la ley de conservación de la materia, $V_1 = V_2$, o sea, que el volumen desplazado en el depósito es igual al volumen desplazado en el manómetro:

$$V_1 = V_2 \rightarrow \frac{\pi}{4} D^2 \frac{\Delta h}{2} = \frac{\pi}{4} d^2 h \rightarrow \Delta h = 2h \left(\frac{d}{D}\right)^2 = h$$

- La presión P seria:

$$P = P_{atm} - \rho_1 g h + 2gh(\rho_1 - \rho_2) = (\rho_1 - 2\rho_2) g h$$

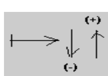
27. El depósito está lleno de agua y mide 5 pies de longitud. La lectura del manómetro conectado al depósito es de 7 psi. Determine : a) la altura h en la columna de agua abierta, b) la presión manométrica que actúa sobre la superficie inferior AB del depósito, y c) la presión absoluta del aire en la parte superior del mismo si la presión atmosférica local es de 14.7 psi (abs).



- Conversión de unidades

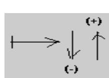
$$P = 7\frac{lb}{plg^2} = 1008\frac{lb}{pie^2}$$
$$P = 14.7\frac{lb}{plg^2} = 2116.8\frac{lb}{pie^2}$$

a. La altura h en la columna de agua abierta.

Según la regla: 

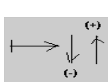
$$1008 = P_{atm} - 62.4(2) + 62.4h \rightarrow P_{atm} = 0 \rightarrow h = 18.15\, pies$$

b. La presión manométrica que actúa sobre la superficie inferior AB del depósito

Según la regla: 

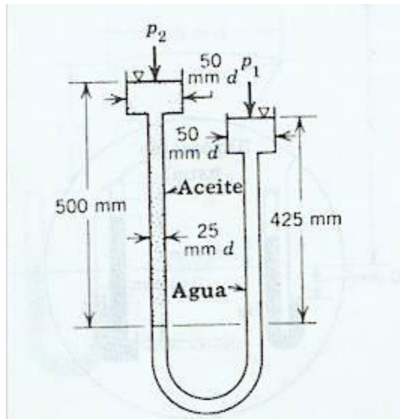
$$P_{AB} = 1008 + 62.4(2) = 1257.6\ \frac{lb}{pies^2} = 8.73\ \frac{lb}{plg^2}$$

c. La presión absoluta del aire en la parte superior del mismo si la presión atmosférica local es de 14.7 psi (abs).

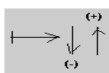
Según la regla: 

$$P_{AIRE_{ABS}} = 2116.8 - 62.4(2) + 62.4(18.15) = 3124.56\ \frac{lb}{pies^2} = 21.7\ \frac{lb}{plg^2}$$

28. El menisco entre el aceite y el agua se encuentra en la posición mostrada, cuando P1= P2. Calcular la diferencia de presión (P1 – P2) que hará que el menisco ascienda 50 mm. Haga el esquema resultante.

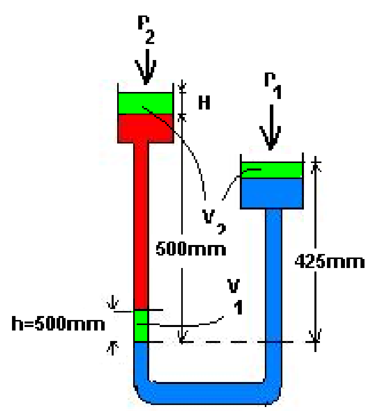


- Calculando la densidad del aceite, cuando P_2=P_1.

Según la regla: 

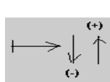
$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma_{agua}} = -\rho^{!}_{aceite}(0.5) + 0.425 = 0 \rightarrow \rho^{!}_{aceite} = 0.85$$

- Calculando la diferencia de presión cuando el menisco ascienda 50mmm, haciendo un esquema resultante:



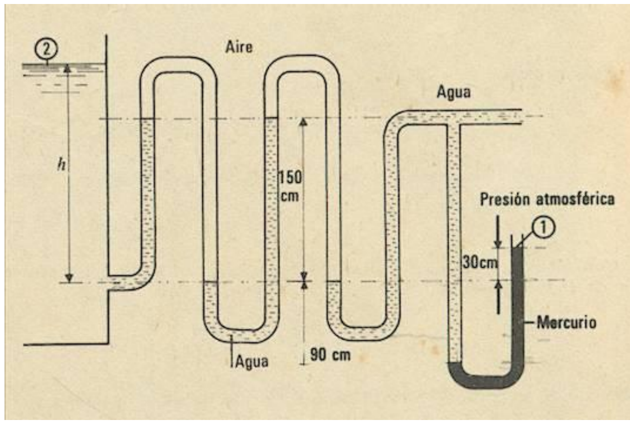
El volumen en recipiente de 50mm de diámetro ascenderá una altura H produciendo un volumen V_1 (igual pasaría en el otro recipiente, lo único que el nivel descendería la misma altura) que sería igual al volumen en el tubo manométrico que asciende una altura h=500mm produciendo un volumen V_2, donde estos volúmenes son iguales, por lo tanto:

$$V_1 = V_2 \rightarrow \frac{\pi}{4}(50)^2 H = \frac{\pi}{4}(25)^2 h \rightarrow H = \left(\frac{25}{50}\right)^2 (50) = 12.5mm$$

Según la regla: 

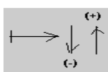
$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma_{agua}} = -(0.85)(0.4625) + 0.3625 = -0.0306\, mca$$

29. Calcular h en la figura. ¿Cuál sería el valor si los espacios llenos de aire en la figura estuvieran llenos de agua?



- Calculo de h, cuando en el tubo manométrico tiene aire:

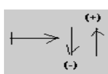
Según la regla:



$$\frac{P_2 - P_1}{\gamma_{agua}} = -h + 1.5 + 1.5 - 0.9 + 13.6(1.2) = 0 \;\; \rightarrow \;\; h = 18.41\, mm$$

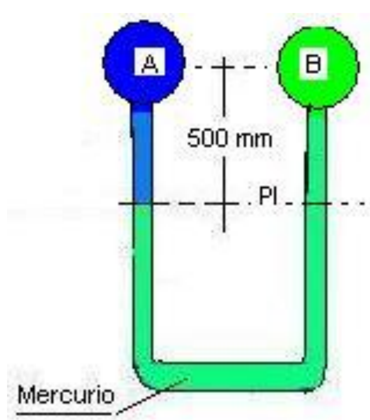
- Calculo de h, cuando el tubo manométrico tiene totalmente de agua:

Según la regla:

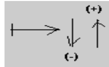


$$\frac{P_2 - P_1}{\gamma_{agua}} = -h - 0.9 + 13.6(1.2) = 0 \;\; \rightarrow \;\; h = 15.42\, mm$$

30. Un manómetro de agua y mercurio tiene una diferencia manométrica de 500 mm (diferencia en elevación de los meniscos). Determine la diferencia de presión en mica. Haga el esquema.

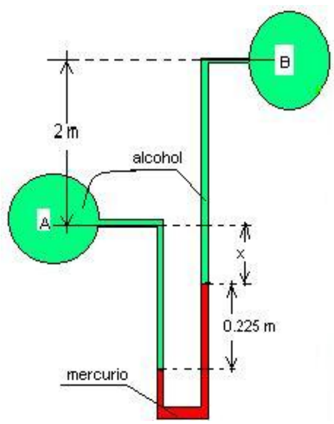


- La diferencia de presión entre los recipientes es:

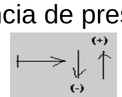
Según la regla: 

$$\frac{P_A - P_B}{\gamma_{agua}} = -0.5 + 13.6(0.5) = 6.25\ m$$

31. Dos recipientes pequeños están conectados a un manómetro de tubo en U que contiene mercurio (densidad relativa 13.56) y los tubos de conexión están llenos de alcohol (densidad relativa 0.82). El recipiente que se encuentra a mayor presión está a una elevación de 2 m menor que la del otro. ¿Cuál es la diferencia de presión entre los recipientes cuando la diferencia estable en el nivel de los meniscos del mercurio es de 225 mm? ¿Cuál es la diferencia en carga de altura piezometrica? Si se usara un manómetro en U invertido conteniendo un líquido de densidad relativa 0.74 en lugar del anterior, ¿Cuál sería la lectura del manómetro para la misma diferencia de presión? Haga el esquema.



- La diferencia de presión entre los recipientes es:

Según la regla: 

$$\frac{P_A - P_B}{\gamma_{agua}} = -0.82(x + 0.225) + 13.56(0.225) + 0.82(x + 2) = 4.5056\ m$$

$$P_A - P_B = (1000)(9.81)(4.5056) = 44.21\ kPa$$

- La diferencia en carga de altura piezometrica (tomando como referencia el recipiente A)

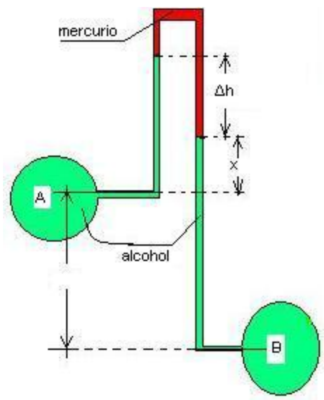
$$\left(z_A + \frac{P_A}{\gamma}\right)_{alcohol} - \left(z_B + \frac{P_B}{\gamma}\right)_{alcohol} = (z_A - z_B) - \left(\frac{P_A - P_B}{\gamma_{alcohol}}\right) = (0 - 2) + \frac{44.21x10^3}{0.82(1000)(9.81)}$$

$$\left(z_A + \frac{P_A}{\gamma}\right)_{alcohol} - \left(z_B + \frac{P_B}{\gamma}\right)_{alcohol} == 3.5\ m\ columna\ de\ alcohol$$

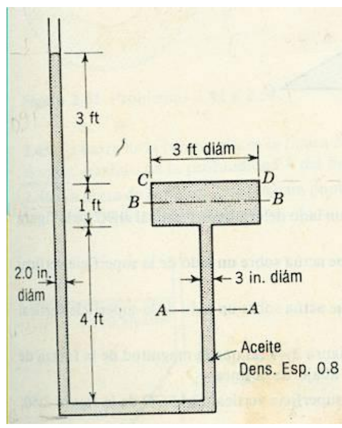
- Cuál sería la lectura manométrica Δh, el tubo es invertido, el esquema seria:

$$\frac{P_A - P_B}{\gamma_{agua}} = -0.82(2 + x + \Delta h) + 0.74\Delta h - 0.8\Delta h = 4.5056\ m \rightarrow \Delta h = 35.83\ mca$$

$$\Delta h = \frac{35.83}{0.74} = 48.42\ m$$

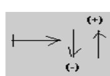


32. Despreciando el peso del recipiente encuentre a) la fuerza que tiende a levantar la tapa circular CD, b) la carga compresiva en la pared del tubo en A-A y c) encuentre la fuerza del aceite en la superficie superior CD, si el nivel del líquido en el tubo abierto se reduce 1 pie.



a) Calculando la fuerza que tiende a levantar la tapa circular CD:

- La presión que se ejerce en la tapa CD:

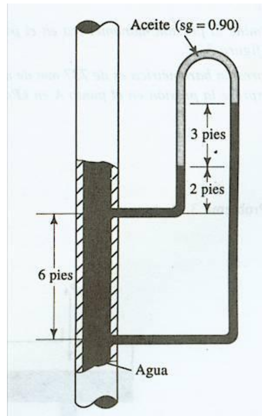
Según la regla: 

$$\frac{P_{atm}}{\gamma_{H_2O}} = \frac{P_{CD}}{\gamma_{H_2O}} - 3(0.8) = 0 \;\rightarrow\; \frac{P_{CD}}{\gamma_{H_2O}} = 2.4\ pie\ columna\ de\ aceite$$

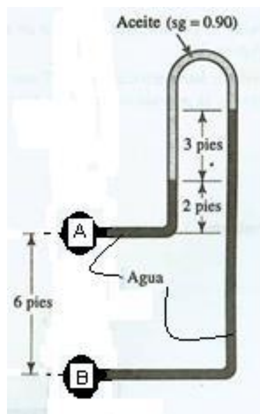
La presión seria: P_{CD}= (2.4) (62.4)=149.8 lb/pie^2, la fuerza que se ejerce en la tapa seria:

$$F = P_{CD}A = (149.8)\left[\frac{\pi}{4}(3)^2\right] = 1058.6\ lb$$

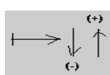
33. En la figura se muestra un manómetro que se utiliza para indicar la diferencia de presión entre dos puntos de un tubo. Calcule (PA– PB).



- Haciendo un esquema del manómetro diferencial:



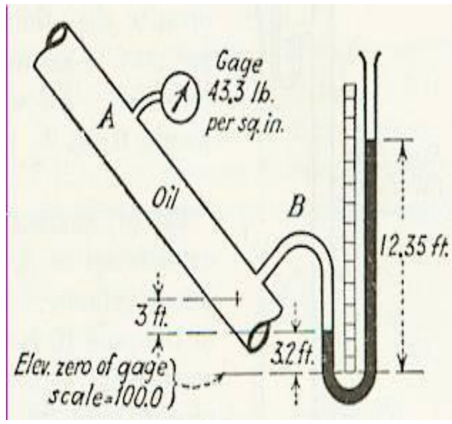
Según la regla:



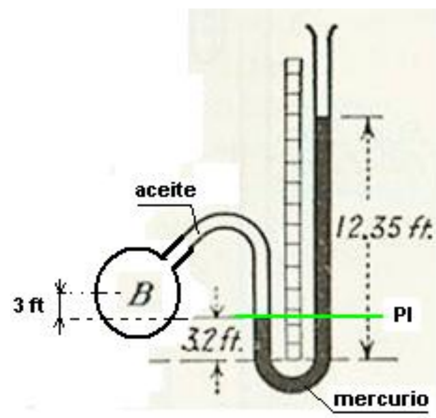
$$\frac{P_A - P_B}{\gamma_{agua}} = 2 + 0.90(3) - 11 = -6.3 \text{ pies de columna de agua}$$

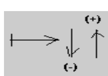
$$P_A - P_B = -6.3(62.4) = -393.12\ \frac{lb}{pie^2} = -2.73\ \frac{lb}{plg^2}$$

34. La tubería y la conexión B están llenas de aceite de densidad relativa 0.9 bajo presión. Determine la elevación del punto A en pies. El líquido manométrico es de mercurio.



- Determinando la presión en B, según el manómetro:



Según la regla: 

$$\frac{P_B}{\gamma_{agua}} = \frac{P_{atm}}{\gamma_{agua}} - 0.9(3) + 13.6(12.35 - 3.2) = 121.74 \; pies\ de\ columna\ de\ agua$$

Como el líquido que se conduce es aceite a presión esta lectura piezometrica, hay que convertirla a columna de aceite, o sea:

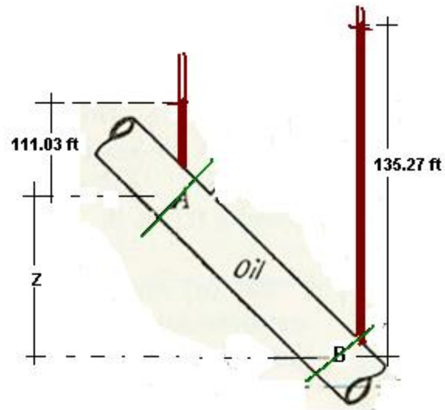
$$\frac{P_B}{\gamma_{aceite}} = \frac{121.74}{0.9} = 135.27 \; pies\ de\ columna\ de\ aceite$$

Expresando la presión en el punto A, como columna de aceite:

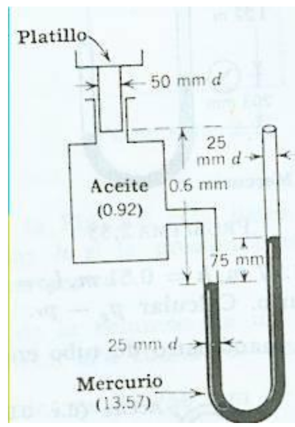
$$P_A = 43.3\ \frac{lb}{plg^2} = 6235.2\ \frac{lb}{pie^2} \quad \rightarrow \quad \frac{P_A}{\gamma_{aceite}} = \frac{6235.2}{0.9(62.4)} = 111.03 \; pies\ de\ columna\ de\ aceite$$

- Determinación de la elevación del punto a en pies, se debe aplicar la ecuación de Bernoulli en las secciones A y B, donde la carga de velocidad en la tubería son iguales: Datum en B.

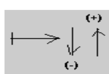
$$z_A + \frac{P_A}{\gamma_{aceite}} + \frac{V_A^2}{2g} = z_B + \frac{P_B}{\gamma_{aceite}} + \frac{V_B^2}{2g} \quad \rightarrow \quad z_A + 111.03 = 135.27 \quad \rightarrow \quad Z_A = 24.24\ pies$$



35. Predecir la lectura del manómetro después de que se haya colocado sobre el platillo un peso de 1 N. Suponer que no hay fuga ni fricción entre el embolo y el cilindro.



- Calculo de la presión que genera el peso del platillo correspondiente a la lectura manométrica de 75mm de mercurio.

Según la regla: 

$$P_{paltillo} = P_{atm} - 0.92(1000)(9.81)\left(\frac{0.6}{1000}\right) + 13.57(1000)(9.81)\left(\frac{75}{1000}\right) = 9978.71\ \frac{N}{m^2}$$

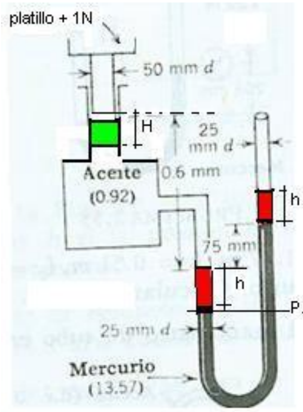
Cuando se le aplica un peso de 1 N al platillo habrá un volumen generado en el depósito de aceite que descenderá una altura H, de forma semejante sucede en el manómetro de forma de U, en la derecha descenderá una altura h y en la parte izquierda ascenderá la misma altura h. ambos volúmenes son iguales por la transmisión de la presión, por lo tanto la relación de estas alturas es:

$$\frac{\pi}{4}D^2H = \frac{\pi}{4}d^2h \quad \rightarrow \quad H = \left({}^{D}/_{d}\right)^2 h = \left({}^{50}/_{25}\right)^2 h = 4h$$

La presión que genera 1 N en el platillo seria:

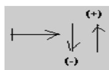
$$P_{1N} = \frac{1}{\frac{\pi}{4}(0.05)^2} = 509.3\ \frac{N}{m^2}$$

El esquema que genera seria, colocar en el platillo:



$$P_{paltillo+1N} = 9978.71 + 509.3 = 10488.01\frac{N}{m^2}$$

Según la regla:

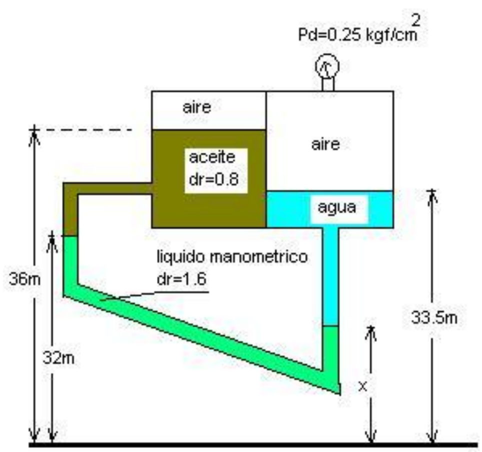


$$P_{paltillo+1N} = P_{atm} - 0.92(1000)(9.81)\left(\frac{0.6}{1000} - 4h + h\right) + 13.57(1000)(9.81)\left(2h + \frac{75}{1000}\right)$$

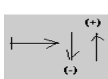
$$10488.01 = -5.42 + 27075.6h + 266243.4h + 9984.13 \quad \rightarrow \quad h = 1.7\ mm$$

La lectura del manómetro después de que se haya colocado sobre el platillo el peso de 1 N será: 2(1.7)+75= 78.4 mm.

36. En el aire del recipiente de la izquierda de la fig., está a una presión de -200mm de mercurio. Para las condiciones mostrada determinar la cota del líquido manométrico en la parte derecha en el punto A.



Según la regla:



$$P_{aire} = P_d - 0.8(1000)(9.81)(36 - 32) - 1.6(1000)(9.81)(32 - x) + 1000(9.81)(33.5 - x)$$

$$P_{aire} - P_d = -31392 - 502272 + 15696x + 328635 - 9810x$$

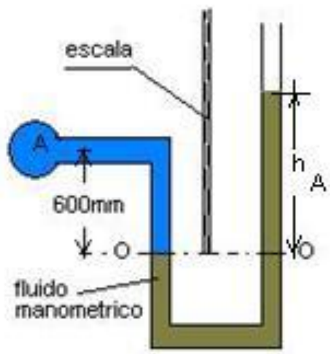
$$P_{aire} - P_d = -205029 + 5886x$$

- Realizando la conversión:

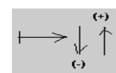
$$P_d = 0.25\,\frac{kgf}{cm^2} = 24.5\,x10^3\,\frac{N}{m^2} \quad y\ P_{aire} = -200mm\,hg = -26.7x10^3\,\frac{N}{m^2}$$

$$-26.7x10^3 - 24.5\,x10^3 = -205029 - 5886x \quad \rightarrow \quad x = 26.13\,m$$

37. En la fig. A contiene agua y el fluido manométrico tiene una densidad relativa de 2.94. Cuando el menisco izquierdo esta en cero en la escala para PA = 100 mmca. Encuentre la lectura en el menisco derecho para PA = 8 KPa sin ningún ajuste del tubo en U, o de la escala. Haga todos los esquemas.

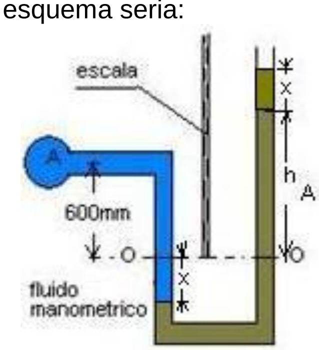


- La lectura del manómetro cuando $\frac{P_A}{\gamma} = 100\,mmca,$ según la regla:

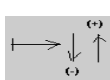


$$\frac{P_A - P_{atm}}{\gamma_{agua}} = -0.6 + h_A\rho''_{man}\ ,si\ P_{atm} = 0 \quad \rightarrow \quad h_A = \frac{0.1 + 0.6}{2.94} = 0.238\,mca$$

- La lectura del manómetro cuando P_A=8 KPa. Haciendo la lectura cuando desplaza una altura x en el lado izquierdo por la condición de $\frac{P_A}{\gamma} = 100\,mmca\ <\ P_A = 8\,KPa = 822\,mmca,$ y se eleva la misma altura x en el lado derecho. El esquema seria:



Según la regla:

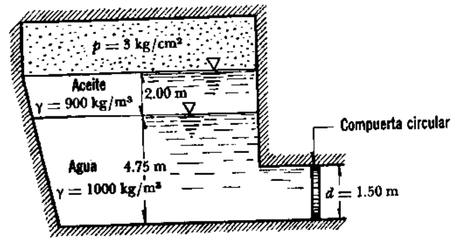


$$\frac{P_A - P_{atm}}{\gamma_{agua}} = -(0.6 + x) + (h_A + 2x)\rho''_{man}\ ,si\ P_{atm} = 0$$
$$0.82 = -(0.6 + x) + (0.238 + 2x)2.94 \quad \rightarrow \quad x = 0.15\,m$$

La lectura seria: h_A +x= 0.238+0.15=0.388m.

5. FUERZA HIDROSTATICA EN SUPERFICIE PLANA

38. Calcular la magnitud y la posición del empuje hidrostático sobre la compuerta circular mostrada en la figura.

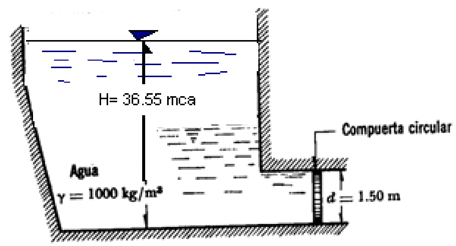


a. Determinación de la altura de agua sobre la compuerta circular, haciendo una equivalencia de presiones en altura de agua, tenemos:

- Para la presión de 3 kgf/cm^2, la altura de agua sería de 30 mca.
- Para la altura de 2m de aceite con un peso específico de 900 kgf/cm^2 seria:

$$h_{mca} = \frac{\gamma_{aceite}}{\gamma_{agua}} h_{aceite} = \frac{900}{1000}(2) = 1.8\ mca$$

- La altura H, resultante sería: 30 mca + 1.8 mca + 4.75 mca =36.55 mca hasta la superficie del agua.



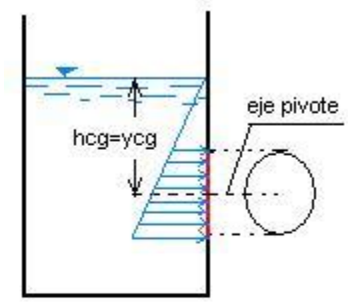
b. Calculo de la fuerza hidrostática:

$$F_h = \gamma_{agua} h_{cg} A = (1000)\left(36.55 - \frac{1.5}{2}\right)\frac{\pi}{4}(1.5)^2 = 63263.82\ kgf$$

c. Ubicación de la fuerza hidrostática desde la superficie del agua:

$$y_{cp} = y_{cg} + \frac{I_{cg}}{y_{cg} A} = 35.8 + \frac{0.25}{(35.8)(1.77)} = 35.804\ m$$

39. Una compuerta circular de 1.2m de diámetro en el lado vertical de un depósito se cierra por medio de un disco circular que ajusta apenas en la abertura y esta pivoteado sobre un eje que pasa a través de su diámetro horizontal. Si el nivel del agua en el depósito se hallara arriba de la parte superior del disco, Calcúlese el momento de volteo sobre el eje requerido para mantener vertical al disco. Haga el esquema.



- La fuerza hidrostática:

$$F_h = \gamma_{agua} h_{cg} A = \gamma_{agua} h_{cg} \frac{\pi d^4}{4}$$

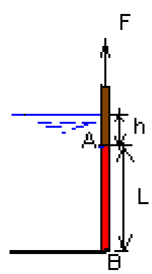
- Su punto de aplicación: $h_{cg} = y_{cg}$ por que la pared esta vertical.

$$y_{cp} = y_{cg} + \frac{I_{cg}}{y_{cg} A} = h_{cg} + \frac{\frac{1}{64}\pi d^4}{h_{cg}\frac{\pi}{4}d^2} \rightarrow e = y_{cp} - y_{cg} = \frac{d^2}{16 h_{cg}}$$

- El valor del momento de volteo seria:

$$M_v = F_h * e = \left(\gamma_{agua} h_{cg} \frac{\pi d^4}{4}\right)\left(\frac{d^2}{16 h_{cg}}\right) = \gamma_{agua} \frac{\pi d^4}{64} = (1000)(9.81)\frac{\pi (1.2)^4}{64} = 998.54\ N.m$$

40. Determine la fuerza que se necesita emplear para elevar la compuerta mostrada, con los siguientes datos: W= 300 kgf (peso de la compuerta), si el ancho de la compuerta es de 1.5 m, h= 4m, L= 2m y µ=0.10 (coeficiente de fricción).



- La fuerza hidrostática:

$$h_{ch} = \left(h + \frac{L}{2}\right) = \left(4 + \frac{2}{2}\right) = 5\ m \quad y \quad A = (1.5)(2) = 3\ m^2$$

$$F_h = \gamma_{agua} h_{cg} A = (1000)(9.81)(5)(3) = 147.15\ KN = 15000\ kgf$$

- La fuerza F para levantar la compuerta:

$$F = W + f_{friccion} \quad \rightarrow f_{friccion} = F_h * \mu$$

$$F = 300 + 15000(0.10) = 1800\ kgf$$

41. Sobre un lado de un muro rectangular de 5.0m de alto, el agua llega a 4.40m de altura, suponiendo que el peso volumétrico de la mampostería es de 2200 kgf/m3 y que no hay fuga debajo de la presa, (a) ¿Cuál debe ser el largo de la base con un metro de ancho para que la resultante de la reacción del piso sobre el muro intercepte a este a una distancia L/3 del paramento seco? (b) suponiendo que el muro puede girar alrededor del eje formando por la intersección del paramento seco con la base, sin romperse la mampostería. ¿Cuál es el coeficiente de seguridad contra el volcamiento bajo las condiciones anteriores? (c) ¿Cuál es la variación de las fatigas de compresión del paramento seco al paramento mojado? Haga el esquema.

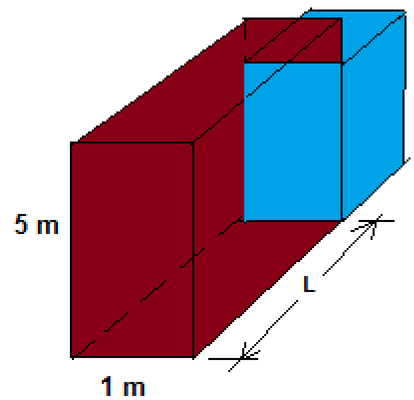
a) Haciendo el esquema y considerando un metro de ancho

- Suponiendo una ancho de un metro, volumen del muro seria

$$V = (1.0)(5.0)B = 5B\ (m^3)$$

- El peso del muro seria

$$W = \gamma V = (2200)(5B) = 11000B$$



b) Determinando la fuerza hidrostática y su punto de aplicación

- La fuerza hidrostática:

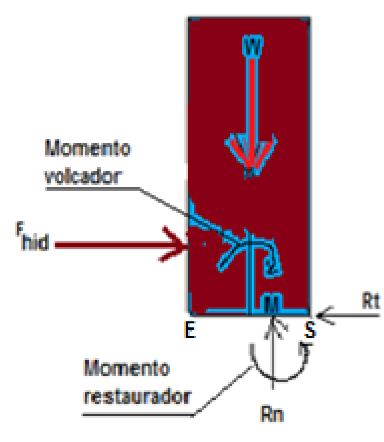
$$F_{hid} = (1000)(2.20)(4.40) = 9680\ Kgf$$

- Su punto de aplicación

$$y_{cp} = y_{cg} + \frac{I_{cg}}{y_{cg}A} = 2.20 + \frac{\frac{1}{12}(1)(4.40)^3}{(2.20)(4.40)} = 2.93\ m$$

Para que haya un equilibrio, los momentos de los pares restaurador y volcador deberán ser iguales; para eliminar dos fuerzas se tomara momento con respecto al punto M, situados a un tercer de B, desde el paramento seco, podemos obtener el largo del muro como:

$$F_{hid}\left(\frac{h}{3}\right) = W\frac{L}{6} \ \rightarrow\ 11000B = \frac{(9680)(4.40)(2)}{L} \rightarrow L = \sqrt{\frac{85184}{11000}} = 2.78\ m$$



- El peso de la mampostería seria:

$$W = 11000(2.78) = 30580\ kgf$$

- El momento par restaurador seria:

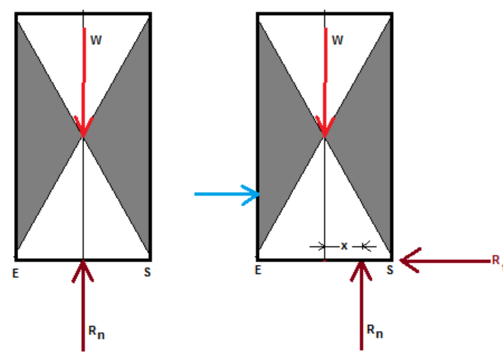
$$W\frac{L}{6} = (30580)(2.78/6) = 14168.73\ Kgf-m$$

El momento máximo que se puede obtener para el par restaurador es cuando R_n pasa por S y es igual a:

$$W\frac{L}{2} = (30580)(2.78/2) = 42506.2\ Kgf-m$$

c) El coeficiente de seguridad contra el volcamiento seria:

$$C_{vol} = \frac{Momento_{maximo}}{Momento_{actial}} = \frac{42506.2}{14168.73} = 3.0$$



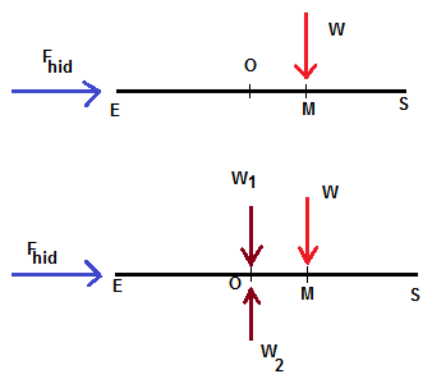
Cuando no hay almacenamiento, el muro esta sujeto a dos fuerzas únicamente, que son su peso propio W, y la reacción normal debido a la cimentación R_n, ambas fuerzas son de igual intensidad, colineales y opuestas y están en equilibrio.

Cuando empieza a haber almacenamiento, empieza el empuje del agua contra el muro y empieza a aparecer el empuje hidrostático que tiende a dos cosas:

1. A volcar el muro alrededor del eje S formado por la intersección del paramento seco y la base, y
2. A hacerlo deslizar sobre el plano de cimentación E-S.

Si el muro permanece en equilibrio quiere decir que los efectos de estas tendencias han sido nulos, el primero por un deslizamiento paralelamente de la reacción normal R_n hacia aguas abajo, y el segundo por la aparición de una fuerza horizontal R_t, como una reacción tangencial, de igual intensidad que el empuje hidrostático. Este sistema de fuerza está en equilibrio.

El fenómeno también se puede interpretar de la siguiente manera:



- El empuje hidrostático origina un esfuerzo cortante y además un desplazamiento del peso W paralelamente así mismo y hacia aguas abajo.
- Se puede agregar dos fuerzas iguales a W, colineales y de sentido contrarios que por estar en equilibrio no afectan el sistema de fuerza y en cambio se pueden hacer algunas consideraciones.
- Las fuerzas W_1 y W_2 se harán pasar por el centro O de la base.
- W_1 produce un esfuerzo de compresión en toda la sección, y el par W_2, W produce una flexión.

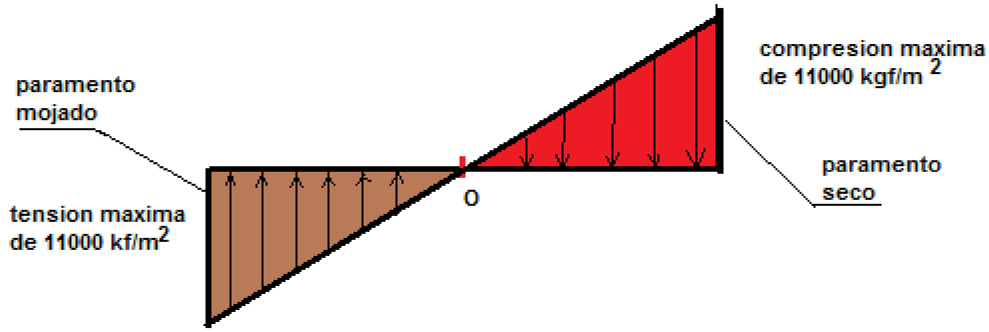
El momento del par de flexión seria:

$$M_{flexion} = W\frac{L}{6} = (30580)(2.78/6) = 14168.73\ Kgf - m$$

Según la fórmula de la escuadría, la distancia de la fibra más fatigada es la extrema, situada a una distancia y=L/2 del eje neutro, esta fatiga vale:

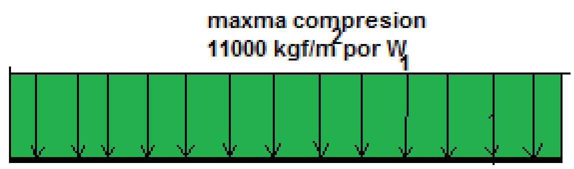
$$f = \frac{M_{flexion}y}{I} = \frac{(14168.73)(1.39)}{\frac{1}{12}(1.0)(2.78)^3} = 11000\ kgf/m^2$$

La fibra del paramento seco y mojado tendrá respectivamente una compresión y una tensión de 11000 kgf/m^2.

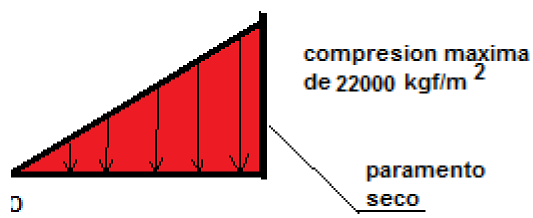


Por otra parte, la carga W_1 produce una fatiga uniforme de compresión que es:

$$f = \frac{W}{BL} = \frac{30580}{(1.0)(2.78)} = 11000\ kgf/m^2$$

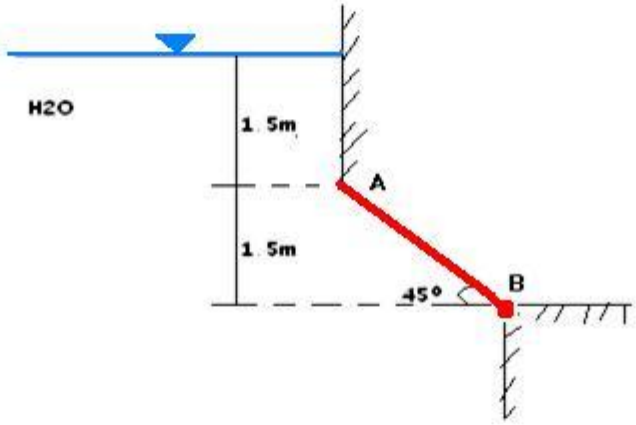


El resultado de la compresión de los dos efectos, el momento flexionante y el de la carga W_1 es un triángulo, por lo tanto la fatiga en el paramento mojado es nulo y la fatiga del paramento seco es de 22000 kgf/m^2.



En la práctica los muros de retención de agua, tienen generalmente una sección trapecial de esfuerzos.

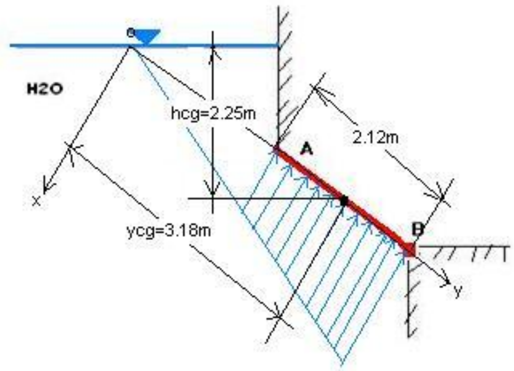
42. En la figura la compuerta AB tiene su eje de giro en B y su anchura es de 1.20m. Que fuerza vertical debe aplicarse en su centro de gravedad necesaria para mantener la compuerta en equilibrio.



- La fuerza hidrostática:

$$h_{cg} = 1.5 + \frac{2.12}{2} \operatorname{sen} 45 = 2.25\ m \quad y \quad A = (2.12)(1.2) = 2.54\ m^2$$

$$F_h = \gamma_{agua} h_{cg} A = (1000)(9.81)(2.25)(2.54) = 56.06\ KN$$

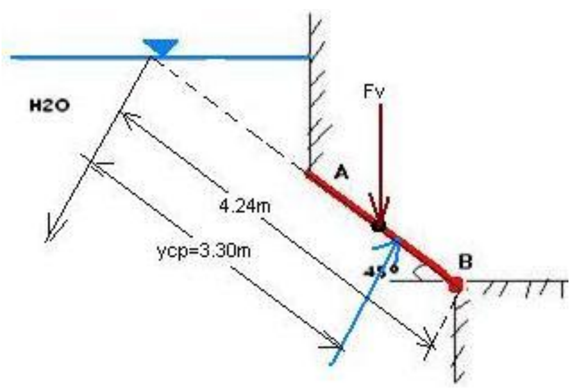


- Su punto de aplicación:

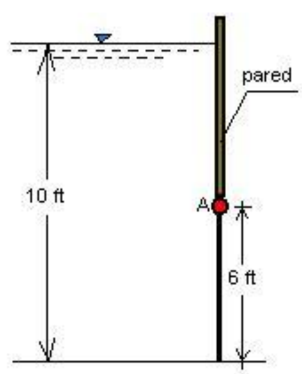
$$y_{cp} = y_{cg} + \frac{I_{cg}}{y_{cg} A} = 3.18 + \frac{\frac{1}{12}(1.2)(2.12)^3}{(3.18)(2.54)} = 3.30m$$

- Haciendo un diagrama de fuerza y aplicando momento en el giro B.

$$F_h(4.24 - 3.30) = F_v \cos 45 \left(\frac{2.12}{2}\right) \rightarrow 0.94F_h = 0.75F_v \rightarrow F_v = \frac{0.94}{0.75}(56.06) = 70.26\ KN$$



43. Determínese el momento con respecto al punto A que se requiere para mantener la compuerta mostrada en la figura. Ancho de la compuerta es de 4 ft.



- La fuerza hidrostática:

$$h_{cg} = 10 - \frac{6}{2} = 7\ m \quad y\ A = (6)(4) = 24\ ft^2$$

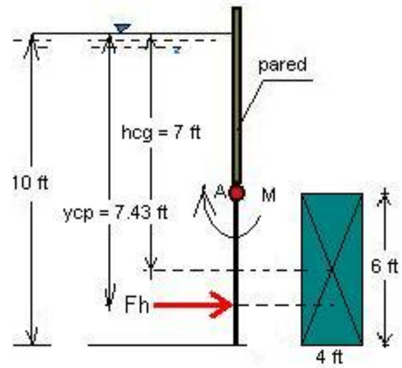
$$F_h = \gamma_{agua} h_{cg} A = (62.4)(7)(24) = 10483.2\ lb$$

- Su punto de aplicación:

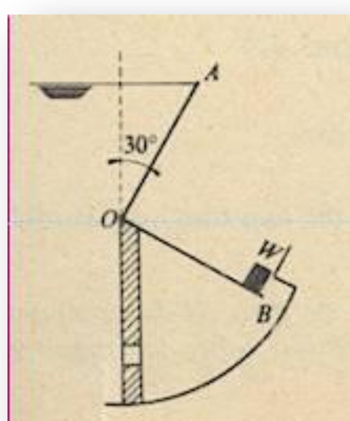
$$y_{cp} = y_{cg} + \frac{I_{cg}}{y_{cg}A} = 7 + \frac{\frac{1}{12}(4)(6)^3}{(7)(24)} = 7.43\ ft$$

- Haciendo un diagrama de fuerza y aplicando momento en el giro A:

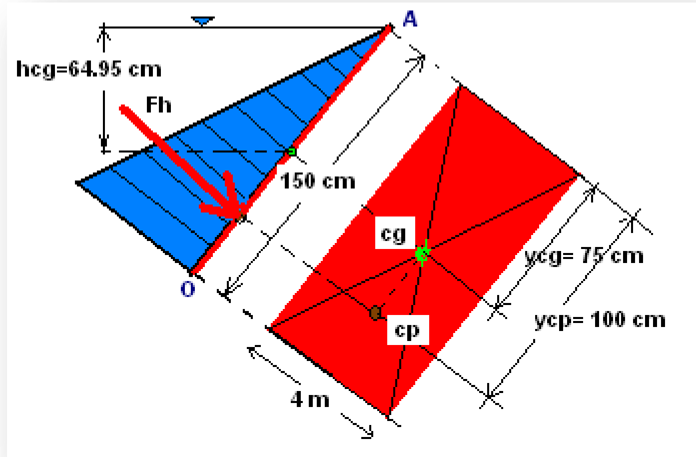
$$M = F * brazo = (10483.2\,)[7.43 - (10-6)]\ = 35.96\ KP - ft$$



44. Si la figura representa un aliviadero automático de presa AOB. El ángulo AOB es rígido; OA = 150 cm.; OB = 180 cm. La hoja OA tiene un peso de 3000 Kgf. y la hoja OB tiene un peso de 3600 kgf. La dimensión normal al dibujo es de 4 m. Despréciese el rozamiento en O y B. W es un contrapeso cuyo centro de gravedad se encuentra a una distancia de 165 cm. de O. El aliviadero esta en equilibrio cuando el nivel de agua se encuentra como en la figura. Calcular: a) Fuerza debida a la presión de agua sobre OA, b) Centro de presión sobre OA (distancia desde O), Fuerza de presión sobre la hoja OB, d) Valor del contrapeso.



a. Fuerza hidrostática debida a la presión en OA



$$F_{AO} = (1000)(0.6495)(4)(1.5) = 3897\ Kgf$$

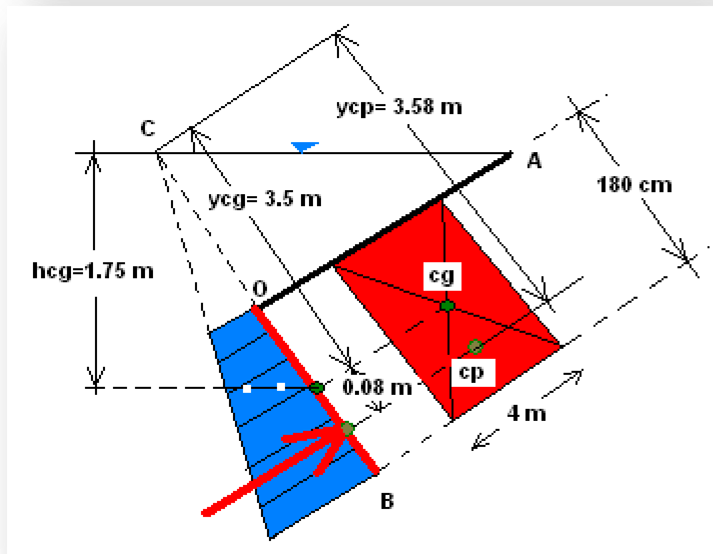
Su punto de aplicación:

$$y_{cp} = 0.75 + \frac{\frac{1}{12}(4)(1.5)^3}{0.75(4)(1.5)} = 1.0\ m$$

b. Distancia des el centro de presión al punto O:

$$Ocp = 1.5 - 1.0 = 0.5\ m$$

c. Fuerza de presión sobre OB



$$F_{BO} = (1000)(1.75)(4)(1.80) = 12600\ Kgf$$

Su punto de aplicación:

$$y_{cp} = 3.75 + \frac{\frac{1}{12}(4)(1.8)^3}{3.75(4)(1.8)} = 3.580\ m$$

La distancia del centro de presión al punto O:

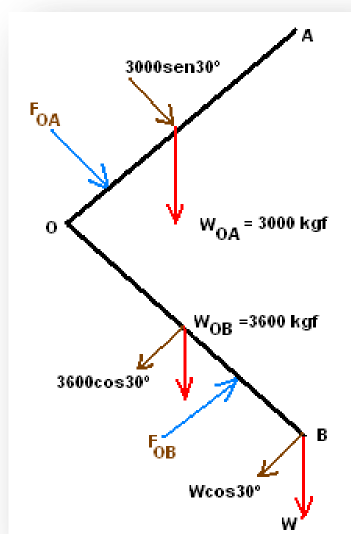
$$0cp = 0.90 + 0.08 = 0.98\ m$$

d. Valor del contrapeso, W

Construyendo el diagrama de cuerpo libre, aplicando sumatoria de momento con respecto al punto o. tenemos.

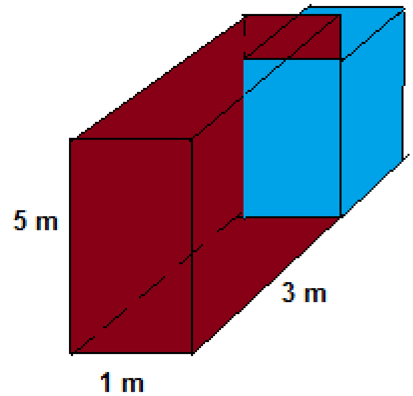
$(\circlearrowleft +) \sum M_O = 0$

$$-3897(0.5) - 1500(0.75) + 12600(0.98) - 3117.69(0.9) - Wcos30^a(1.8) = 0 \quad \rightarrow \quad W = 4149.69\ kgf$$



45. En el paramento mojado de un muro rectangular de mampostería de 3 m de espesor y de 5 m de altura, el agua llega a 4.40 m de altura. Suponiendo que el peso volumétrico de la mampostería es de 2200 kgf/m^3 y que no hay fugas bajo la presa. ¿Dónde interseca la base la reacción total y cuál es el factor de seguridad contra el volcamiento y cuál es el factor de seguridad contra el deslizamiento, si el coeficiente de fricción entre el piso y el muro es de 0.57? Haga el esquema.

a) Haciendo el esquema y considerando un metro de ancho



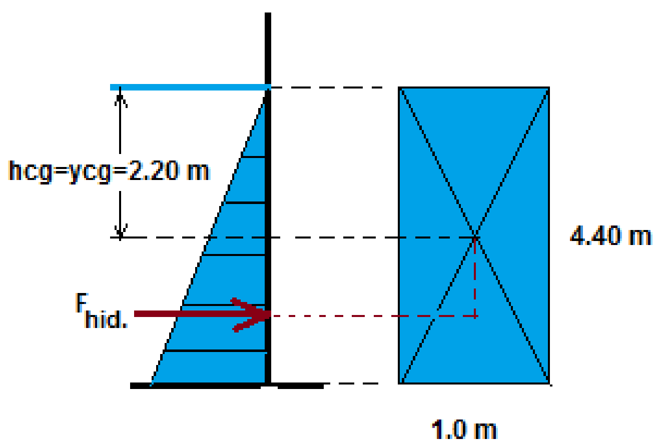
b) Determinando la fuerza hidrostática y su punto de aplicación

- La fuerza hidrostática:

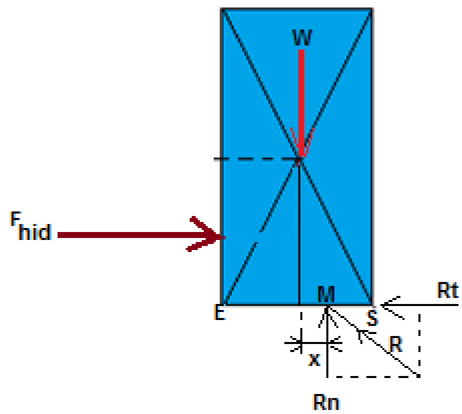
$$F_{hid} = (1000)(2.20)(4.40) = 9680\ Kgf$$

- Su punto de aplicación

$$y_{cp} = y_{cg} + \frac{I_{cg}}{y_{cg}A} = 2.20 + \frac{\frac{1}{12}(1)(4.40)^3}{(2.20)(4.40)} = 2.93\ m$$



c) Idealizando el sistema de fuerza



Tomando momento en el punto M con el objeto de anular los momentos que pueden producir la fuerzas R_t y R_n, tenemos

$$F_{hid}\left(\frac{h}{3}\right) = Wx \;\rightarrow\; x = \frac{(9680)(4.40)}{(3)(2200)(3)(5)(1)} = 0.43\ m$$

Podemos hacer el siguiente analice:

- Cuando no existe almacenamiento de agua, la línea de acción del peso W, pasaría por el centro de gravedad del muro igual a la fuerza normal R_n.
- Cuando empieza a subir el agua, empieza aparecer el empuje hidrostático y paralelamente con ello suceden dos cosas; aparece la fuerza tangencial R_t igual a la fuerza hidrostática y por otra parte se desplaza R_n a 0.43 m hacia la derecha (punto M), del tal manera que el momento del par F_{hid}*R_t es contrarrestado por el momento de par W*R_n.

El momento máximo del par W*R_n (momento de restauración) se obtiene cuando R_n se ha desplazo lo máximo posible, es decir pasa por S y es igual a

$$W\left(\frac{B}{2}\right) = (33000)(1.5) = 49500\ kgf - m$$

El momento de volcamiento seria

$$F_{hid}\left(\frac{h}{3}\right) = (9680)(1.47) = 14230\ kgf - m$$

d) El coeficiente de seguridad contra el volcamiento

$$C_{vol} = \frac{Momento_{maximo}}{Momento_{actial}} = \frac{49500}{14230} = 3.48$$

La reacción máxima R_t que puede oponerse al deslizamiento del muro es

$$W\mu = (33000)(0.57) = 18810\ kgf$$

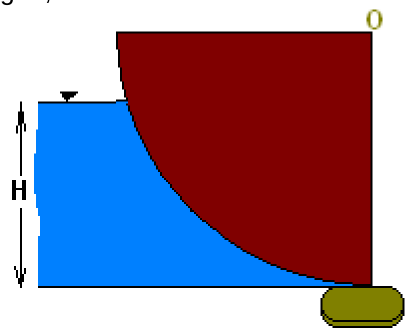
Y la fuerza actual que tiende a producir deslizamiento es F_{hid}= 9680 kgf

e) El coeficiente de seguridad contra el deslizamiento

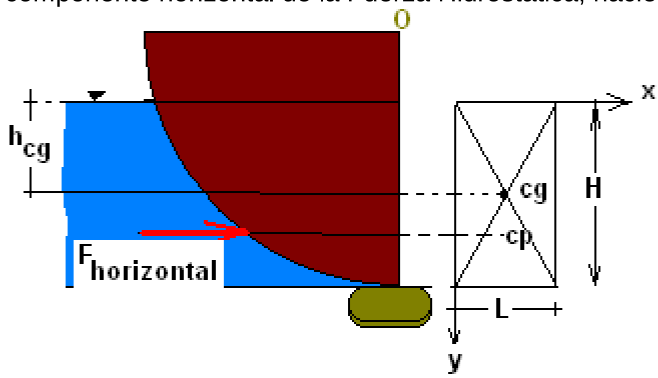
$$C_{desl} = \frac{R_{t\,maximo}}{R_{t\,actial}} = \frac{18180}{9680} = 1.94$$

6. FUERZA HIDROSTATICA EN SUPERCIFIE CURVAS

46. La compuerta de la figura tiene un radio de 30.5m y L=6.10m de longitud. ¿Qué valores tienen las reacciones en el eje de O debida a la acción del agua, Si H= 2.13m?



- Determinando la componente horizontal de la Fuerza Hidrostática, haciendo un esquema:

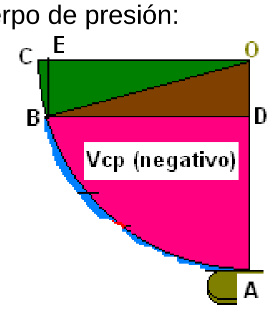


$$F_h = \gamma_{agua} h_{cg} A_{proy} = (1000)(9.817)(1.065)(12.993) = 135.75\ KN\ \rightarrow$$

- Su punto de aplicación:

$$y_{cph} = y_{cg} + \frac{I_{cg}}{y_{cg} A_{proy}} = 1.065 + \frac{\frac{1}{12}(6.10)(30.5)^3}{(6.107)(30.5)} = 1.42\ m$$

- Determinando la componente vertical de la Fuerza Hidrostática, haciendo un esquema y determinando el volumen de cuerpo de presión:



Los segmentos son: OB = 3.05m, OD = (3.05 - 2.13) = 0.92m. Por Pitágoras obtenemos el segmento $OE = \sqrt{(3.05)^2 - (0.92)^2} = 2.91\ m$, y el ángulo $BOE = tg^{-1}\left(\frac{0.92}{2.91}\right) = 17.54^{\circ} = 0.30613\ radianes.$

El volumen del cuerpo de presión seria:

$$V_{cp} = V_{OCA(cuarto\ circulo)} - V_{OBC(sector\ circular)} - V_{OBD(triangulo)}$$

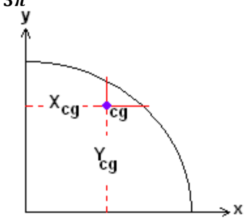
$$V_{cp} = \pi r^2 L - \frac{\theta}{360}\pi r^2 L - \frac{bhL}{2}$$

$$V_{cp} = \pi(3.05)^2(6.10) - \frac{17.54^\circ}{360^\circ}\pi(3.05)^2(6.10) - \frac{(2.91)(0.92)(6.1)}{2} = 161.41\ m^3$$

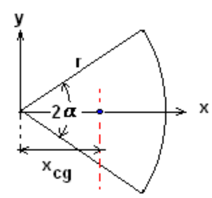
$$F_{vertical} = \gamma_{agua} V_{cp} = (1000)(9.81)(161.41) = 1583.43\ KN\ \uparrow$$

- Los centroides de cada área específica seria:

Para un cuarto de círculo: $x_{cg} = y_{cg} = \frac{4r}{3\pi} = \frac{4(3.05)}{3\pi} = 1.29m$



Para un sector circular: **α** = radianes, $x_{cg} = \frac{2}{3}\frac{r \sin\alpha}{\alpha} = \frac{2}{3}\frac{(3.05)\sin\left(0.30613/2\right)}{\left(0.30613/2\right)} = 2.03\ m$



Haciendo momento con respecto al eje OA, para obtener su punto de aplicación.

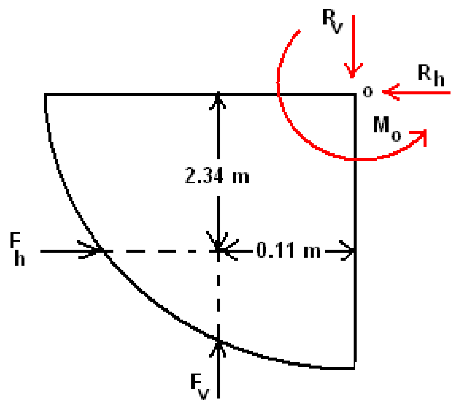
$$y_{cpv} = \frac{(178.27)(1.29) - (8.69)(2.03)\cos\left(17.54/2\right) - (8.17)\left[\left(2/3\right)(2.91)\right]}{161.41} = 0.11\ m$$

Construyendo el diagrama de cuerpo libre, aplicando momento con respecto al punto O.

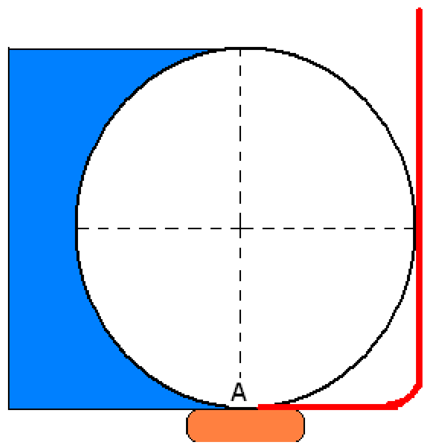
- La reacción horizontal : $F_h = R_h$ = 135.75 KN
- La reacción vertical: $F_v = R_v$ = 1583.43 NK
- La reacción del momento: $\sum M_o = 0$ +

$$(135.75)(2.34) - (1583.43)(0.11) + M_o = 0 \quad \rightarrow \quad M_o = -143.48\ KN.m$$

El signo del momento de M_o, implica que su dirección es contraria la cual se propuso.



47. El cilindro mostrado tiene 3.05m de longitud y 2.44 m de diámetro. Si se supone que en A el ajuste no deja pasar el agua y que el cilindro no puede girar. ¿Qué peso debe tener el cilindro para impedir sus movimientos hacia arriba, si el coeficiente de fricción es de 0.150?

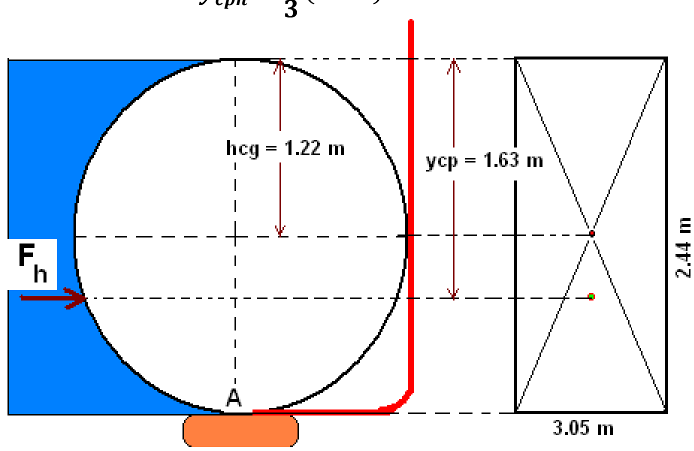


- Calculo de la fuerza horizontal:

$$F_h = \gamma_{agua} h_{cg} A_{proy} = (1000)(9.817)(1.22)(2.44)(3.05) = 89.067\ KN \ \rightarrow$$

Su punto de aplicación:

$$y_{cph} = \frac{2}{3}(2.44) = 1.63\ m$$

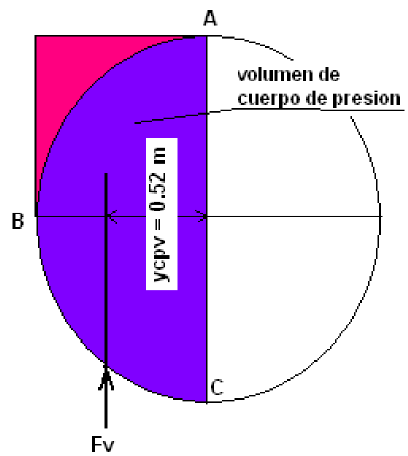


- Calculo de la fuerza vertical:

$$F_v = \gamma_{agua} V_{cp} = (1000)(9.817)(7.13) = 69.945\ KN\ \uparrow$$

Su punto de aplicación:

$$y_{cpv} = \frac{4r}{3\pi} = \frac{4(1.22)}{3\pi} = 0.52\ m$$



- Determinando la fuerza de fricción:

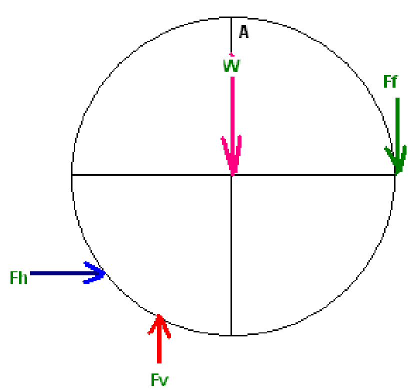
Determinando la fuerza normal al desplazamiento vertical del cilindro:

$$\sum F_x = 0\ \therefore\ F_h - F_N = 0\ \rightarrow\ 89.067 - F_N = 0\ \therefore F_N = 89.067\ KN$$

La fuerza de fricción debido al desplazamiento:

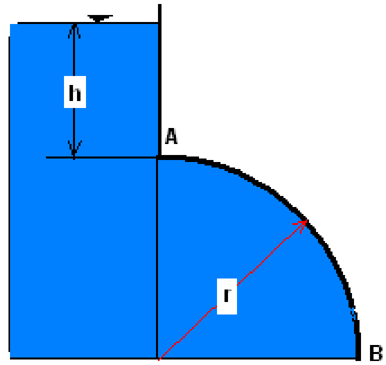
$$F_{friccion} = \mu F_N = (0.15)(89.067) = 13.36\ KN$$

- Haciendo un diagrama de cuerpo libre y suma de fuerzas verticales:



$$(69.945) - (13.36) - W = 0\ \therefore\ W = 56.585\ KN$$

48. El cuarto de cilindro AB tiene 3m de longitud, calcular la magnitud, dirección y localización de la fuerza resultante debida al agua sobre AB. Si h = 2.4m y r = 1.5m.

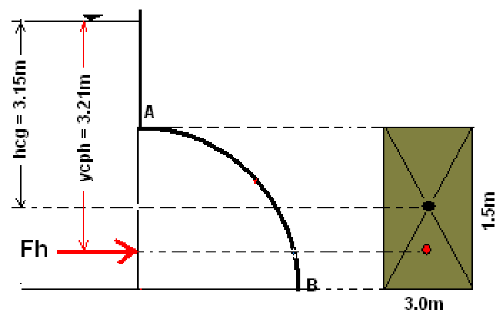


- Calculo de la fuerza horizontal:

$$F_h = \gamma_{agua} h_{cg} A_{proy} = (1000)(9.817)(3.15)(3.0)(1.5) = 139.06\, KN \rightarrow$$

Su punto de aplicación:

$$y_{cph} = y_{cg} + \frac{I_{cg}}{y_{cg} A_{proy}} = 3.15 + \frac{\frac{1}{12}(3.0)(1.5)^3}{(3.15)(4.5)} = 3.21\, m$$

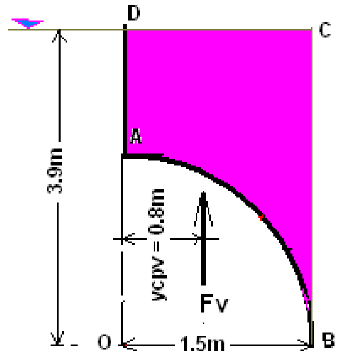


- Calculo de la fuerza vertical:

$$F_v = \gamma_{agua} V_{cp} = (1000)(9.81)(12.25) = 120.17\, KN \quad \uparrow$$

Su punto de aplicación:

$$y_{cpv} = \frac{(3.9)(1.5)\left(1.5/_2\right) - \frac{\pi}{4}(1.5)^2 \frac{(4)(1.5)}{3\pi}}{5.85 - 1.77} = 0.8\, m$$



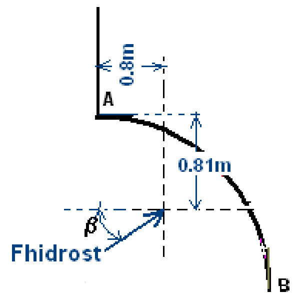
- Magnitud:

$$F_h = \sqrt{(139.06)^2 + (120.17)^2} = 183.79\ KN$$

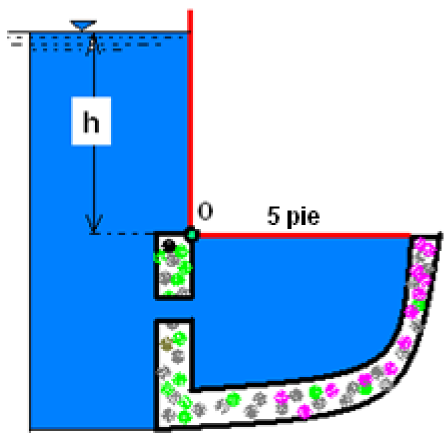
- Dirección:

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{120.17}{139.06}\right) = 40.83°$$

- Ubicación:



49. La compuerta pesa 300 Lb/pie, su centro de gravedad está a 1.5 pie de la cara vertical y 2 pie arriba de la cara horizontal. Tiene su gozne en O. Encuentre h para que la compuerta disponga de la posición mostrada.



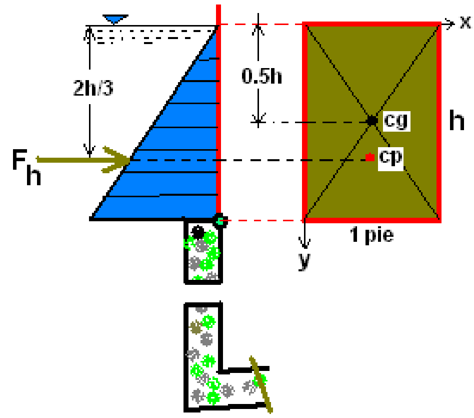
Asumiendo un ancho unitario (1 pie), obtenemos el peso de la compuerta de W = 300 lbs y su posición esta 1.5 pie de la cara vertical.

- Calculo de la fuerza hidrostática horizontal: ρ = 1.94 slug/pie, g = 32.2 pie/s^2.

$$F_h = \gamma_{agua} h_{cg} A = \frac{1}{2}(1.94)(32.2)h^2 = 31.23\ h^2\ \ [lb]\quad \rightarrow$$

su punto de aplicación:

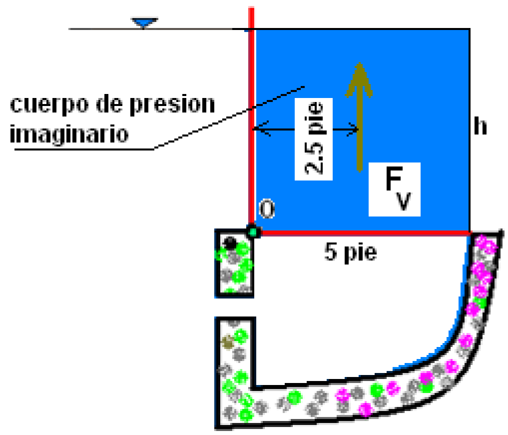
$$y_{cph} = \frac{2}{3}h$$



- Calculo de la fuerza vertical:

$$F_v = \gamma_{agua} V_{cp} = (62.4)(5.0)h = 312h \ [lb] \ \uparrow$$

$$y_{cpv} = 2.5 \, pie \ \ del \ gozne$$

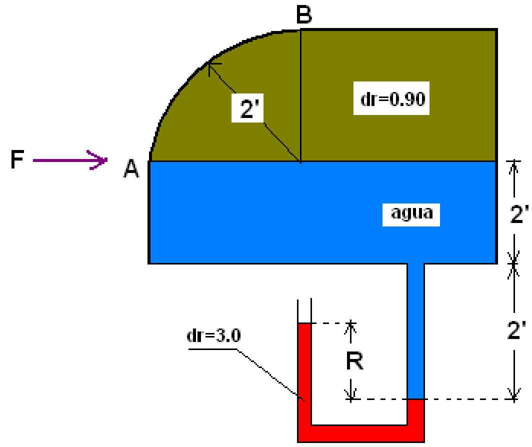


- Aplicando momento en O, $\sum M_o = 0$ (+

$$-31.23h^2\left(\frac{h}{3}\right) + 312h(2.5) - 300(1.5) = 0 \quad \rightarrow \quad h = 0.58 \, pie$$

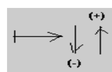
La resolución se hizo por métodos numéricos, Newton – Rawson, también se puede determinar por el método de tanteo (prueba y error).

50. Calcúlese la fuerza F requerida para mantener la compuerta de la figura en posición cerrada, si R= 2 pie. El ancho de la compuerta es de 4 pie.



- Calculo de la presión P_B: γ agua = 62.4 lb/pie^3.

La presión en B, Según la regla



$$P_{atm} - P_B = -(3.0)(62.4)(2) + (62.4)(4) + (0.90)(62.4)(2) \;\therefore\; P_{atm} = 0 \;\rightarrow\; P_B = 12.48\; lb/p^2$$

- Calculo de la fuerza hidrostática horizontal:

$$F_h = P_B A_{proy} + \rho' \gamma_{agua} h_{cg} A_{proy} = (12.48)(2)(4) + (0.90)(62.4)(1.0)(2)(4) = 549.12\; lb \;\leftarrow$$

Otra forma de calcular esta fuerza seria, convirtiendo la P_B en columna de agua, así como el peso de la columna del líquido dr=0.90.

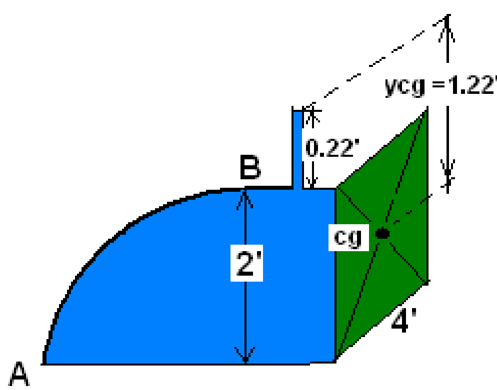
Calculo de la columna del líquido para la presión P_B:

$$P_B = \gamma_{liq} h_{liq} \;\rightarrow h_{liq} = \frac{P_B}{\gamma_{liq}} = \frac{12.48}{(62.4)(0.9)} = 0.22\; pie\; del\; liquido$$

Por lo tanto obtendremos una columna de líquido (dr=0.90) de 2.22 pie.

$$F_h = \gamma_{agua} h_{cg} A_{proy} = (0.90)(62.4)(1.22)(2)(4) = 548.12\; lb \;\leftarrow$$

De forma esquemática:



su punto de aplicación:

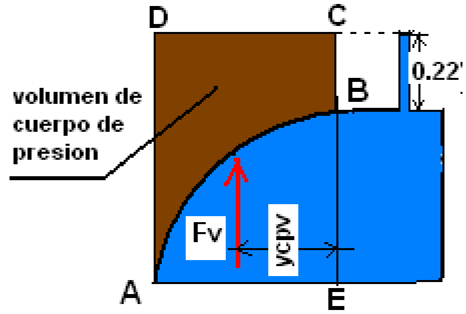
$$y_{cph} = y_{cg} + \frac{I_{cg}}{y_{cg} A_{proy}} = 1.22 + \frac{\frac{1}{12}(4)(2)^3}{(1.22)(4)(2)} = 1.49\; pie$$

El brazo de la fuerza horizontal con respecto al punto B seria de (1.49-0.22)= 1.27 pie

- Calculo de la fuerza vertical:

El volumen del cuerpo de presión seria:

$$V_{cp} = V_{rect} - V_{4to\ circulo} = (2.22)(2.0)(4.0) - \frac{\pi}{4}(2)^2(4.0) = 5.19\ pie^3$$



$$F_v = \gamma_{agua} V_{cp} = (62.4)(5.19) = 324.08\ lb \quad \uparrow$$

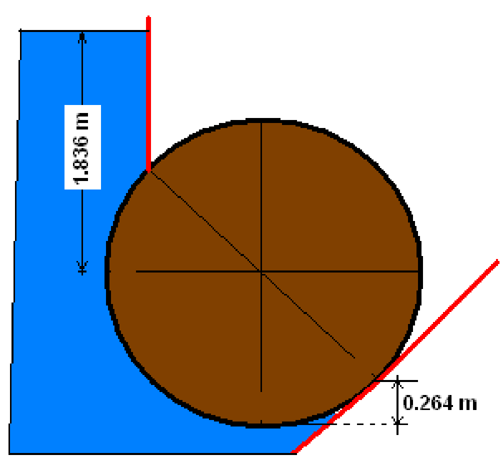
Su punto de aplicación seria el centro de gravedad del cuerpo de presión:(tomando momento con respecto al eje CE)

$$y_{cpv} = \frac{(2.0)(2.22)(1.0) - \left(\frac{\pi}{4}\right)(2.0)^2\left[\frac{4(2.0)}{3\pi}\right]}{(2.0)(2.22) - \left(\frac{\pi}{4}\right)(2.0)^2} = 1.37\ pie$$

- Calculo de la fuerza F: (tomando momento con respecto al punto B) $\sum M_B = 0$ (+

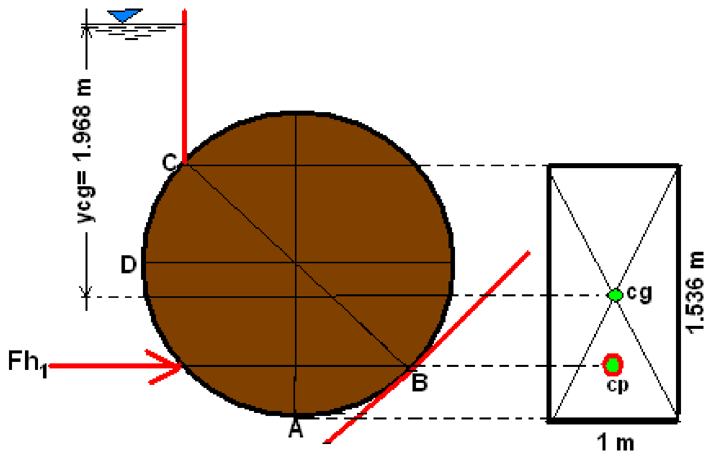
$$F(2) - 549.12(1.27) - 324.08(1.37) = 0 \quad \therefore \quad F = 583.02\ lb \quad \rightarrow$$

51. Determine las fuerzas horizontal y vertical, debidas a la acción del agua sobre el cilindro de 1.8 m de diámetro por un metro de longitud.



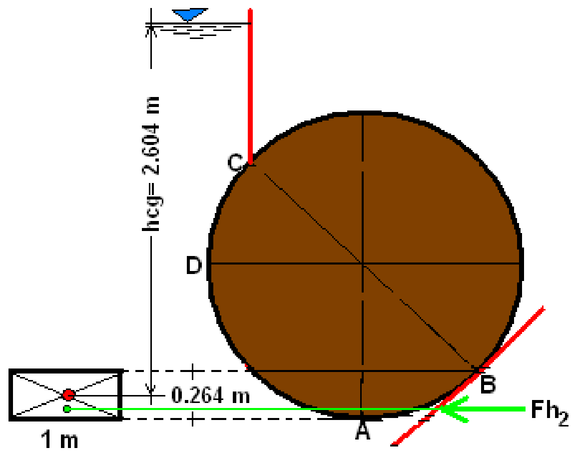
- Calculo de la fuerza hidrostática horizontal: $\gamma_{agua} = 1000\ kgf/m^3$.

Fuerza ejercida en el segmento CDA:



$$F_{h1} = \gamma_{agua} h_{cg} A_{proy} = (1000)(1.968)(1.0)(1.536) = 3022.85\ kgf \quad \rightarrow$$

Fuerza ejercida en el segmento AB:



$$F_{h2} = \gamma_{agua} h_{cg} A_{proy} = (1000)(2.604)(1.0)(0.264) = 687.46\ kgf \quad \leftarrow$$

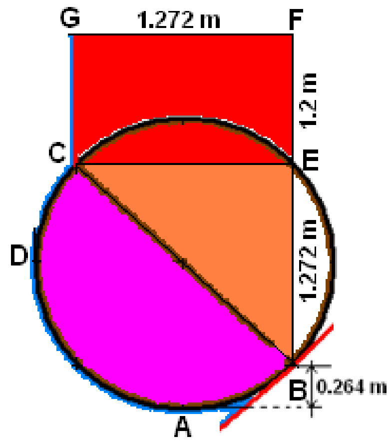
Fuerza hidrostática horizontal resultante es fuerza ejercida sobre CDA menos fuerza ejercida sobre AB, con un sentido de izquierda a derecha, o sea:

$$F_H = F_{h1} - F_{h2} = 3022.85 - 687.46 = 2335.39\ kgf \quad \rightarrow$$

- Calculo de la fuerza vertical:

El volumen del cuerpo de presión seria:

$$V_{cp} = V_{rect} + V_{semi\ circulo} + V_{triangulo}$$

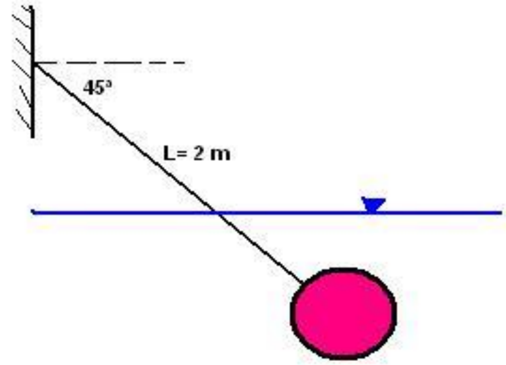


$$V_{cp} = (1.272)(1.2)(1.0) + \frac{\pi}{2}(0.90)^2(1.0) + 0.5(1.272)(1.272)(1.0) = 3.6077\ m^3$$

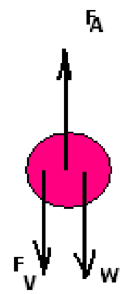
$$F_v = (1000)(3.6077) = 3607.7\ kgf \quad \uparrow$$

7. FLOTACION

52. Determine el momento en el punto O, producido por una esfera de radio de un metro y densidad relativa de 3.0 sumergida en agua.



a) Del diagrama del cuerpo libre producido por la flotación, tenemos:



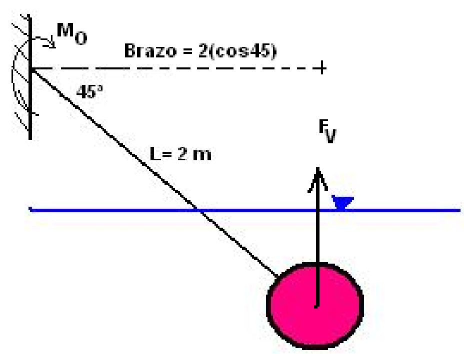
$$F_v = F_A - W_E$$

$$F_v = \rho_{agua} g V_{esfera} - \rho_E^{"} \rho_{agua} g V_{esfera} = \rho_{agua} g V_{esfera}\left(1 - \rho_E^{"}\right)$$

$$F_v = (1000)(9.81)\left[\frac{4}{3}\pi(1)^3\right](1-3) = -82.2\ KN$$

La fuerza F_v tiene sentido contrario al tomado en el DCL.

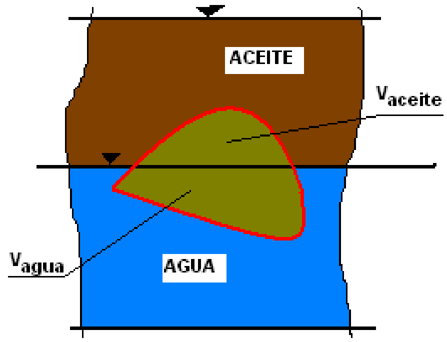
b) Del diagrama del cuerpo libre del sistema de fuerza, tenemos:



$$M_o - 82.2(2cos45) = 0 \quad \rightarrow \quad M_o = 116.23\ KN.m$$

53. En un recipiente lleno de agua y aceite, densidad relativa del aceite es de 0.9, se sumerge totalmente un pedazo de cera (densidad de la cera de 0.96). ¿Determine que parte del volumen de la cera está sumergida en el agua y cual parte quedaría en el aceite? Haga el esquema.

- Haciendo un esquema.



El volumen de la cera seria:

$$V_{cera} = V_{aceite} + V_{agua} \quad (1)$$

Del principio de Arquímedes:

$$W_{acera} = F_{arquim\ agua} + F_{arquim\ aceite} \quad \therefore \quad \rho_{cera} g V_{acera} = \rho_{agua} g V_{agua} + \rho_{aceite} g V_{aceite} \quad (2)$$

Despejando de la ec. 1, el volumen del aceite e introduciéndolo en la ec. 2, obtenemos:

$$\rho_{cera} g V_{acera} = \rho_{agua} g V_{agua} + \rho_{aceite} g (V_{cera} - V_{agua}) \quad \therefore \quad (\rho_{cera} - \rho_{aceite}) V_{acera} = (\rho_{agua} - \rho_{aceite}) V_{agua}$$

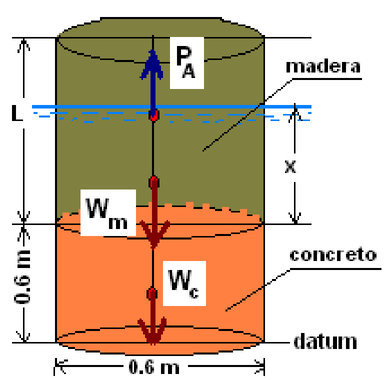
La fracción de la cera que está sumergida en el agua es:

$$\frac{(\rho_{cera} - \rho_{aceite})}{(\rho_{agua} - \rho_{aceite})} = \frac{V_{agua}}{V_{acera}} = \frac{(960 - 900)}{(1000 - 900)} = 0.6$$

o sea, que V_{agua} sumergido (parte de la cera sumergido en el agua) es el 60% del volumen de la cera y el 40% quedara en el aceite.

54. Un cilindro de madera de 600 mm de diámetro parcialmente sumergido con densidad relativa de 0.50 tiene fijo un cilindro de concreto totalmente sumergido de 600 mm de largo del mismo diámetro, con densidad relativa de 2.5. Determine la longitud del cilindro de madera para que el sistema flote en equilibrio estable con su eje en posición vertical. Haga el esquema.

- Haciendo el esquema:



- El sistema debe flotar si:

$$P_A = W_m + W_c$$

la fuerza de Arquímedes seria:

$$P_A = \rho g V_{deslojado} = \rho g \frac{\pi}{4} d^2 (0.60 + x) = 1000(9.81)\frac{\pi}{4}(0.60)^2(0.60 + x) = 1664.23 + 2773.71x$$

Las fuerzas correspondientes a los pesos de los cilindros:

$$W_m = \rho''_m \rho_{agua} g V_m = \rho''_m \rho_{agua} g \frac{\pi}{4} d^2 L = 0.5(1000)(9.81)\frac{\pi}{4}(0.60)^2 L = 1386.86L \ [N]$$

$$W_c = \rho''_c \rho_{agua} g V_c = \rho''_c \rho_{agua} g \frac{\pi}{4} d^2 (0.60) = 2.5(1000)(9.81)\frac{\pi}{4}(0.60)^2(0.60) = 4160.57 \ N$$

Calculando el valor de x:

$$1664.23 + 2773.71x = 1386.86L + 4160.57 \ \therefore \ x = 0.90 + 0.50L$$

Se observa que el calado esta en dependencia de la longitud del cilindro, donde hay que verificar si con este calado se tendrá un sistema estable, el cual deberá cumplir:

$$MC_g = MC_f + C_g C_f \geq 0$$

El centro de gravedad del cilindro de madera y del concreto: (momento con respecto al Datum)

$$C_g = \frac{\frac{\pi}{4}(0.60)^2 L(0.50L + 0.60)(500) + \frac{\pi}{4}(0.60)^2(0.60)(0.30)(2500)}{\frac{\pi}{4}(0.60)^2 L(500) + \frac{\pi}{4}(0.60)^2(0.60)(2500)} = \frac{0.5L^2 + 0.6L + 0.9}{L + 3}$$

El centro de flotación del cilindro de madera y concreto: (momento con respecto al Datum)

$$C_f = \frac{x + 0.60}{2} = \frac{(0.90 + 0.50L) + 0.60}{2} = 0.75 + 0.25L$$

El momento de inercia de la sección transversal:

$$I_o = \frac{\pi}{64} d^4 = \frac{\pi}{64}(0.60)^4 = 0.0064 \ m^4$$

El radio metacéntrico seria:

$$MC_f = \frac{I_o}{V_{desalojado}} = \frac{0.0064}{\frac{\pi}{4}(0.60)^2(0.60 + x)} = \frac{0.0064}{0.17 + 0.283x}$$

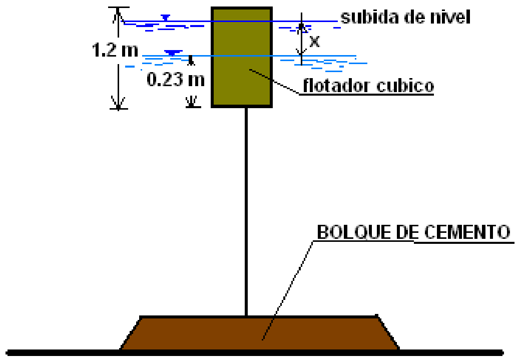
Sustituyendo el valor de x=f(L) y verificando la estabilidad:

$$MC_g = \frac{0.0064}{0.17 + 0.283x} + \left[\left(\frac{0.5L^2 + 0.6L + 0.9}{L + 3}\right) - (0.75 + 0.25L)\right] \geq 0$$

Utilizando métodos numéricos, obtendremos L ≥ 4.71 m.

55. Un flotador cubico de 120 cm de lado pesa 180 kgf y se ancla mediante un bloque de cemento que pesa 680 kgf en el aire. El flotador está sumergido 23 cm cuando la cadena que la une al bloque de cemento esta tensa. ¿Qué subida de nivel de agua hará separarse del fondo al bloque de cemento? El peso específico del cemento es de 2400 kgf/cm^3. Haga el esquema.

- Haciendo el esquema:



Por el principio de Arquímedes resulta que el peso del flotador cubico y el bloque de cemento será igual a la fuerza de empuje producida por el flotador cubico y el bloque de cemento, o sea:

$$(180+680)=P_{A\,flotador}+P_{A\,bloque}$$
$$860=\rho_{agua}g\left(V_{des.flotador}+V_{des.bloque}\right)$$

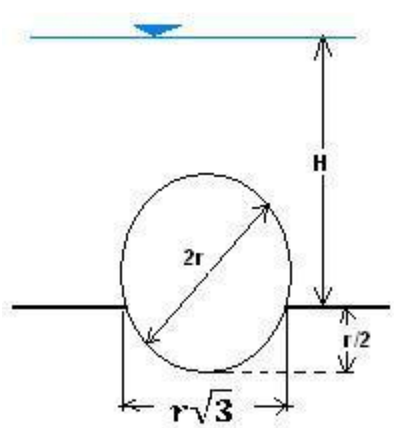
Los volúmenes desalojados correspondientes a del flotador y del bloque son:

$$V_{des.flotador}=(1.20)(1.20)(0.23+x) \quad y \quad V_{des.bloque}=\frac{W_{bloque}}{\gamma_{bloque}}=\frac{680}{2400}=0.2833\ m^3$$

Sustituyendo, obtenemos ($\gamma_{agua}=1000\ kgf/m^3$):

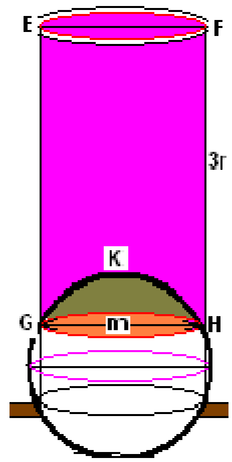
$$860=1000[1.44(0.23+x)\ +0.2833] \quad \therefore \quad x=0.1704\ m$$

56. El orificio redondo en el fondo del depósito va tapado con una bola cuyo peso es igual a G y de radio r. ¿Cuál es la fuerza necesaria aplicarse a la bola para elevarla?, si H = 4r, $m=r\sqrt{3}$

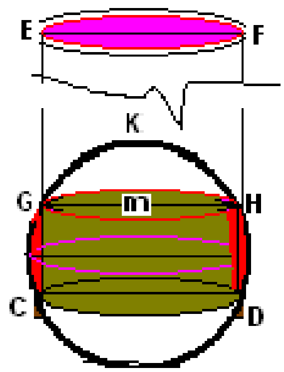


- Para determinar la fuerza necesaria debemos construir los cuerpos de presión.

Según el cuerpo de presión, la fuerza de presión sobre la esfera de arriba – abajo es igual al peso del líquido en el volumen del cilindro de diámetro $m = r\sqrt{3}$ y de altura de 3r, o sea, **V**$_{\mathbf{EFGH}}$ menos el peso del líquido en el volumen del casquete esférico de altura r/2, o sea **V**$_{\mathbf{GKH}}$, como se muestra en la figura.



Según el cuerpo de presión, la fuerza de presión sobre la esfera de abajo – arriba es igual al peso de la faja esférica de altura r, o sea, **V**$_{\mathbf{GCDH}}$ menos el peso del cilindro de la misma altura y de diámetro $m = r\sqrt{3}$, o sea **V**$_{\mathbf{GCDH}}$, como se muestra en la figura.



- Calculo de los volúmenes de cuerpo de presión:

Volumen del cilindro:

$$\mathbf{V_{EFGH}} = \frac{\pi}{4}\mathbf{D^2h} = \frac{\pi}{4}\left[\mathbf{r}\sqrt{3}\right]^2(\mathbf{3r}) = \frac{9}{4}\pi\mathbf{r}^3$$

Volumen del casquete esférico: $\boldsymbol{V_{esfera}} = {(\boldsymbol{4\pi r^3})}/{\boldsymbol{3}}$

$$\mathbf{V_{GHK}} = \pi\mathbf{h}^2\left(\mathbf{r} - {\mathbf{h}}/{\mathbf{3}}\right) = \pi\left({\mathbf{r}}/{\mathbf{2}}\right)^2\left(\mathbf{r} - \frac{{\mathbf{h}}/{\mathbf{2}}}{\mathbf{3}}\right) = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{24}}\pi\mathbf{r}^3$$

Volumen del casquete esférico lateral:

$$\mathbf{V_{GAC}} + \mathbf{V_{DBH}} = 2\left[\frac{2}{3}\pi\mathbf{r}^3 - \left(\frac{5}{24}\pi\mathbf{r}^3 + \frac{\pi}{4}\left(\mathbf{r}\sqrt{3}\right)^2\left(\frac{\mathbf{r}}{2}\right)\right)\right] = \frac{4}{3}\pi\mathbf{r}^3 - \frac{10}{24}\pi\mathbf{r}^3 - \frac{16}{8}\pi\mathbf{r}^3 = \frac{1}{6}\pi\mathbf{r}^3$$

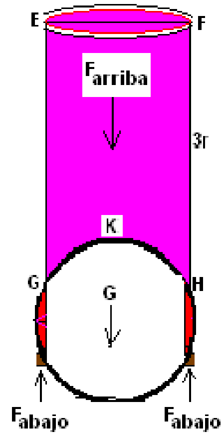
- Calculo de las fuerzas:

$$\boldsymbol{F_{arriba}} = \gamma\left(\frac{9}{4}\pi\mathbf{r}^3 - \frac{5}{24}\pi\mathbf{r}^3\right) = \frac{29}{24}\gamma\pi\mathbf{r}^3$$

$$F_{abajo} = \frac{1}{6}\pi r^3$$

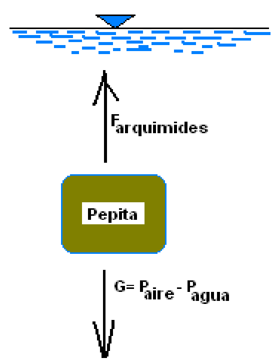
Aplicando sumatoria de las fuerzas verticales que es igual a la fuerza necesaria para levantar la bola:

$$F_{necesaria} = \gamma\left(\frac{29}{24}\gamma\pi r^3 - \frac{1}{6}\pi r^3\right) + G = \frac{15}{8}\gamma\pi r^3 + G$$



57. Determinar el contenido de impurezas de roca de una pepita de oro, si se ha establecido que el peso de esta en el aire es de 9.65 N y en el agua es de 9.15 N. La densidad del oro puro es de 19.3 x 10^3 kg/m^3.

- Haciendo un esquema:



- Definiendo la densidad de la pepita:

$$\rho_{pepita} = \frac{m_{pepita}}{V_{pepita}} = \frac{m_{pepita}g}{V_{pepita}g} = \frac{P_{aire\ pepita}}{V_{pepita}g}$$

- Del principio de Arquímedes:

$$W_{pepita} = F_{arquim\ pepita}$$

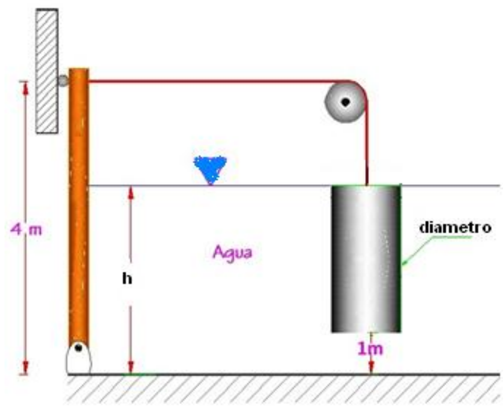
$$P_{aire\ pepita} - P_{agua\ pepita} = \rho_{agua} g V_{pepita} \therefore \ gV_{pepita} = \frac{P_{aire\ pepita} - P_{agua\ pepita}}{\rho_{agua}}$$

la densidad de la pepita seria:

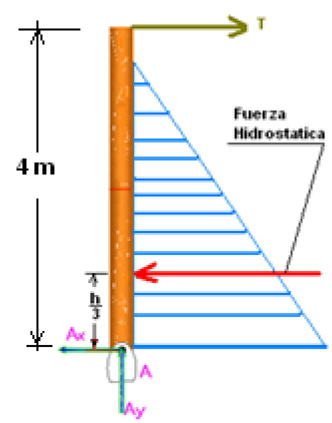
$$\rho_{pepita} = \frac{(P_{aire\ pepita})(\rho_{agua})}{P_{aire\ pepita} - P_{agua\ pepita}} = \frac{(9.65)(1000)}{(9.65)-(9.154)} = 19.3\ x\ 10^3\ kg/m^3$$

Comprobando la densidad de la pepita con la densidad del oro puro se deduce que la pepita no tiene impureza, ya que ambas son iguales numéricamente.

58. Una masa cilíndrica M de 1 m de diámetro y una compuerta rectangular de 2m de ancho como se muestra en la figura. La compuerta se debe abrir cuando el nivel h del agua desciende por debajo de 2.5 m. determinar el valor necesario para M. ignorar la fricción en la articulación.



Del análisis gráfico se desprende que en el sistema se involucran varias fuerzas como es las fuerzas hidrostáticas y la fuerza de Arquímedes, para un mejor análisis se hará el análisis en dos diagrama de cuerpo libre.



- Calculo de la fuerza hidrostática sobre la compuerta

$$F_h = \gamma_{agua} h_{cg} A_{proy} = (1000)g\left(\frac{h}{2}\right)(h)(2) = 1000gh^2\ N \ \leftarrow$$

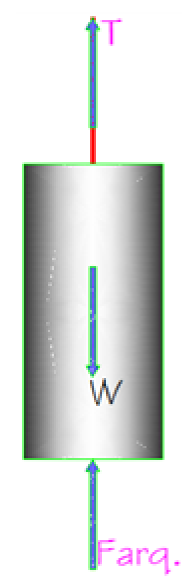
- Su punto de ubicación

$$y_{cp} = \frac{2h}{3}$$

- Primer diagrama de cuerpo libre, aplicando momento en el apoyo, tenemos:

$$\circlearrowright (+)\sum M_{apoyp} = 0 \ \rightarrow 4T - F_h\left(\frac{h}{3}\right) = 0$$

$$T = (1000gh^2)\left(\frac{h}{12}\right) = \frac{1000gh^3}{12}$$



- Del segundo diagrama de cuerpo libre, sumatoria de fuerzas verticales

$$\uparrow (+)\sum F_v = 0 \ \rightarrow T - W - F_{arq.} = 0$$

$$\frac{1000gh^3}{12} - W - 1000g\frac{\pi}{4}(1.0)^2(h-1) = 0$$

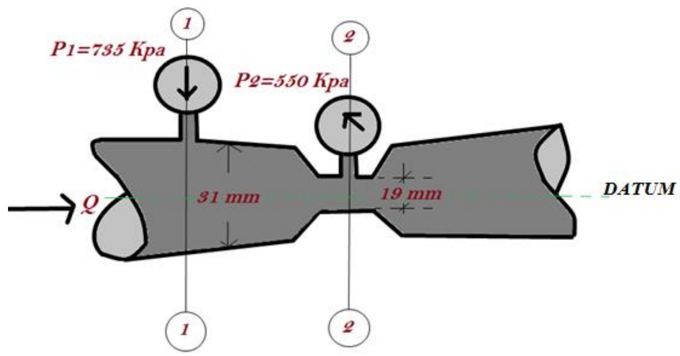
Despejando el peso W:

$$W = \frac{1000gh^3}{12} - 1000g\frac{\pi}{4}(1.0)^2(h-1) = mg$$

Para cuando h=2.5 m, el valor de la masa seria m= 123.97 kg.

8. FLUIDOS IDEAL

59. Determinar el caudal a través del medidor Venturi que se muestra en la figura. Existen condiciones ideales.



Aplicando Bernoulli entre la sección (1-1) y (2-2)

$$Z_1+\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V1^2}{2g}=Z_2+\frac{P2}{\gamma}+\frac{V_2{}^2}{2g}$$

$$0+\frac{735}{9.81}+\frac{V_1^2}{2g}=0\ +\frac{550}{9.81}+\frac{V_2^2}{2g}\ \ \rightarrow\ \ 80.769+\frac{V_1^2}{2g}\ =60.439+\frac{V_2^2}{2g}$$

$$20.03\ =\frac{V_2^2}{2g}-\frac{V_1^2}{2g}$$

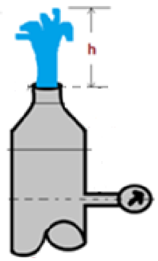
De la ecuación de continuidad, tenemos: $\frac{V_1{}^2}{2g}=\frac{V_2{}^2}{2g}\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4$

$$20.03=\frac{V_2^2}{2g}\left[(1-\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4\right]\ \ \rightarrow\ \ V_2=\sqrt{\frac{(20.03)(2)(9.81)}{1-\left(\frac{19}{31}\right)^4}}=21.39\ m/s$$

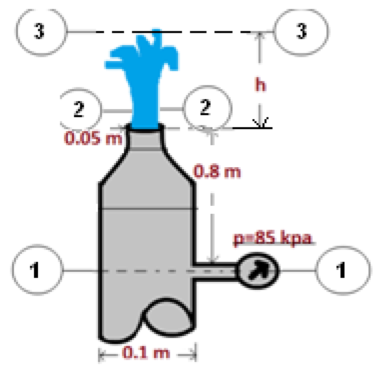
De la ecuación del caudal.

$$Q=V_2\,A_2=Q=(21.39)\left[\frac{\pi}{4}(0.019)^2\right]=0.00606\ {m^3}/{s}=6.06\ lps$$

60. De la boquilla que se muestra en la figura sale agua sin efectos viscosos. Determine el caudal y la altura h a que puede fluir el agua. Si los diámetros de la boquilla y de la tubería son 5 mm y 100 mm respectivamente. Se ubica un manómetro que marca una presión de 86 KPa a una distancia de la boquilla de 80 cm.



Aplicando Bernoulli entre las secciones (1-1) y (2-2): Datum en (1-1)



$$Z_1+\frac{P_1}{\gamma}+\frac{{V_1}^2}{2g}=Z_2+\frac{P_2}{\gamma}+\frac{{V_2}^2}{2g} \rightarrow 0+\frac{80}{9.81}+\frac{{V_1}^2}{2g}=0.8+0+\frac{{V_2}^2}{2g}$$

$$8.665+\frac{V1^2}{2g}=0.8+\frac{V1^2}{2g} \rightarrow 7.865=\frac{{V_2}^2}{2g}-\frac{{V_1}^2}{2g}$$

De la ecuación de continuidad, tenemos: $\frac{{V_1}^2}{2g}=\frac{{V_2}^2}{2g}\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4$

$$V_1=\sqrt{\frac{2(9.81)(7.865)}{1-(\frac{0.05}{0.1})^4}}=12.83\ m/s$$

El caudal seria:

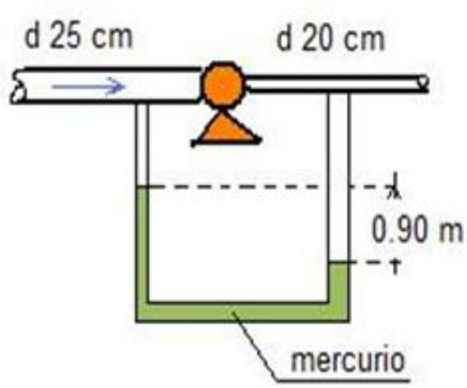
$$Q=(12.829)\left[\frac{\pi}{4}(0.05^2)\right]=25\ lps$$

Aplicando Bernoulli entre las secciones (2-2) y (3-3): Datum en (2-2)

$$Z_2+\frac{P_2}{\gamma}+\frac{{V_2}^2}{2g}=Z_3+\frac{P_3}{\gamma}+\frac{{V_3}^2}{2g} \rightarrow 0+0+\frac{{V_2}^2}{2g}=h+0+0$$

$$\frac{{V_2}^2}{2g}=h=\frac{8(0.025)^2}{g\pi^2(0.05)^4}=8.26\ m$$

61. Si la bomba de la figura desarrolla 5 CV sobre el flujo, ¿Cuál es el caudal? Diagrámese la línea de carga total.

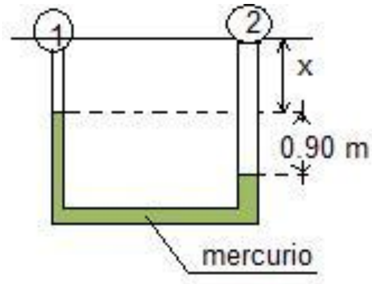


Aplicando Bernoulli entre 1 y 2: (Datum en el eje de la tubería)

$$H_B + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{{V_1}^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{{V_2}^2}{2g}$$

Despejando la diferencia de presiones:

$$H_B + \left(\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma}\right) = \frac{8Q^2}{g\pi^2}\left(\frac{1}{(0.20)^4} - \frac{1}{(0.25)^4}\right) = 30.489Q^2 \quad ec.1$$



De la potencia de la bomba:

$$H_B = \frac{75(5)\left({}^{100}/_{100}\right)}{1000Q} = \frac{0.375}{Q}$$

Del manómetro diferencial: (la densidad relativa del mercurio es (13.6)

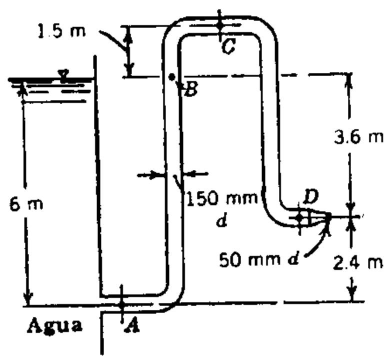
$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma} = -x - \rho_{hg}^{"}(0.90) + (0.90 + x) = -11.34\ m$$

Sustituyendo los valores anteriores en la Ec. 1:

$$\frac{0.375}{Q} - 11.34 = 30.489Q^2$$

Resolviendo para el caudal, Q = 0.03297 m^3/s. El diagrama de la línea de carga total deberá graficarla el estudiante.

62. Calcular el régimen de flujo a través de esta tubería y boquilla. Calcular la presión en los puntos A, B, C y D.



a) Aplicando Bernoulli entre el nivel del agua del depósito y la descarga en la boquilla (Datum en A)

$$Z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{{V_D}^2}{2g} = Z_{Boq} + \frac{P_{Boq}}{\gamma} + \frac{{V_{Boq}}^2}{2g}$$

Por lo tanto:

$$6 = 2.4 + \frac{{V_{Boq}}^2}{2g} \therefore \frac{{V_{Boq}}^2}{2g} = 3.6\ m$$

b) a través de la ecuación de continuidad, calculara la carga de velocidad de la tubería.

$$Q = V_B \frac{\pi}{4}(D_t)^2 = V_{Boq}\frac{\pi}{4}(D_{Boq})^2 \to V_B = V_{Boq}\left(\frac{D_{Boq}}{D_t}\right)^2 \therefore \frac{V_B{}^2}{2g} = \frac{V_{Boq}{}^2}{2g}\left(\frac{D_{Boq}}{D_t}\right)^4 = 3.6\left(\frac{50}{150}\right)^4 = 0.044\,m$$

c) cálculo de las presiones.

Aplicando Bernoulli entre el nivel del agua del depósito y en cada punto donde se quiere calcular la presión (Datum en A), donde $V_A = V_B = V_C = V_D$ por tener el mismo diámetro.

$$Z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{V_D{}^2}{2g} = Z_i + \frac{P_i}{\gamma} + \frac{V_t{}^2}{2g} \quad \to \quad \frac{P_i}{\gamma} = (Z_D - Z_i) - \frac{V_t{}^2}{2g}$$

- para el punto A:

$$\frac{P_A}{\gamma} = (6-0) - 0.044 = 5.956\,m$$

- para el punto B:

$$\frac{P_B}{\gamma} = (6-6) - 0.044 = -0.044\,m$$

- para el punto C:

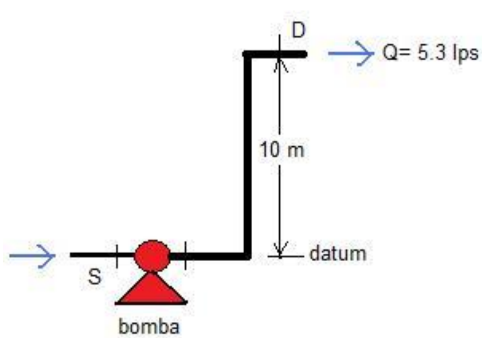
$$\frac{P_C}{\gamma} = (6-7.5) - 0.044 = -1.544\,m$$

- en el punto D:

$$\frac{P_C}{\gamma} = (6-2.4) - 0.044 = 3.556\,m$$

63. Se bombea aceite con densidad relativa de 0.92, a 0.0053 m^3/s, por medio de una bomba centrifuga, desde un tanque de abastecimiento hasta un tanque ubicado arriba del tanque. Los manómetros colocados en las tuberías de succión (punto S) y descarga (punto D) indican una presión de -35 KN/m^2 y 550 NN/m^2 respectivamente, cuando la distancia vertical entre los puntos de medición es de 10 m. Si los diámetros de las tuberías de succión y descarga son de 5 cm y 76 cm respectivamente, calcule la potencia suministrada por la bomba, suponiendo un 75% de eficiencia total de la bomba. Haga el esquema.

Haciendo el esquema del problema.



Aplicando Bernoulli entre S y D:

$$Z_S + \frac{P_S}{\gamma} + \frac{{V_S}^2}{2g} + H_B = Z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{{V_D}^2}{2g}$$

Despejando la altura de la bomba:

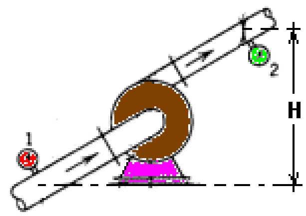
$$H_B = (10 - 0) + \left[\frac{550\ x\ 10^3}{0.92(1000)(9.81)} - \frac{-35\ x\ 10^3}{0.92(1000)(9.81)}\right] + \left[\frac{8(0.0053)^2}{g\pi^2(0.076)^4} - \frac{8(0.0053)^2}{g\pi^2(0.05)^4}\right] = 75.12\ m$$

La potencia de la bomba:

$$P_B = \frac{(0.92)(1000)(75.12)(0.0053)}{75\left(^{75}/_{100}\right)} = 6.51\ CV$$

$$P_B = 6.51(0.736) = 4.79\ KWatt$$

64. Cuanta potencia debe suministrar la bomba para mantener las lecturas de 250 mm de vació de mercurio y de 275 KPa en los medidores 1 y 2, respectivamente, mientras se suministra un caudal de 0.15 m^3/s de agua. Si H= 3 m, los diámetros de succión y de descarga son 200 mm y 150 mm respectivamente.



Aplicando Bernoulli entre las secciones 1 y 2, tenemos: (Datum en la sección 1)

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{{V_1}^2}{2g} + H_B = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{{V_2}^2}{2g} \quad \rightarrow \quad H_B = (z_2 - z_1) + \left(\frac{P_2}{\gamma} - \frac{P_1}{\gamma}\right) + \left(\frac{{V_2}^2}{2g} - \frac{{V_1}^2}{2g}\right) \quad EC.1$$

Conversiones de presiones:

$$\frac{P_1}{\gamma_{hg}} = -0.250\ m \rightarrow P_1 = (-0.25)(13.6)(9.81)(1000) = -2452.5\ Pa$$

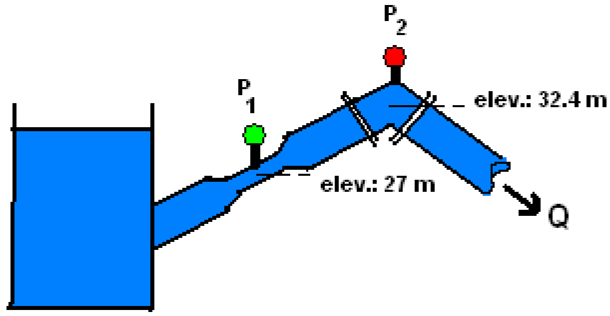
Calculando la altura de la bomba con la ec. 1:

$$H_B = 3 + \left[\frac{275000}{(9.81)(1000)} + \frac{2452.5}{(9.81)(1000)}\right] + \left[\frac{8(0.15)^2}{g\pi^2(0.15)^4} - \frac{8(0.15)^2}{g\pi^2(0.20)^4}\right] = 33.79\ m$$

La potencia de la bomba.

$$P_{bomba} = \frac{\gamma H_B Q}{75\eta} = \frac{(1000)(33.79)(0.15)}{75\left(\frac{100}{100}\right)} = 67.58\ CV$$

65. Si cada medidor muestra la misma lectura para un caudal de 28 lps, ¿Cuál es el diámetro de la contracción?, si el diámetro de la tubería de descarga es de 75 mm



Aplicando Bernoulli entre las secciones 1 y 2, tenemos:

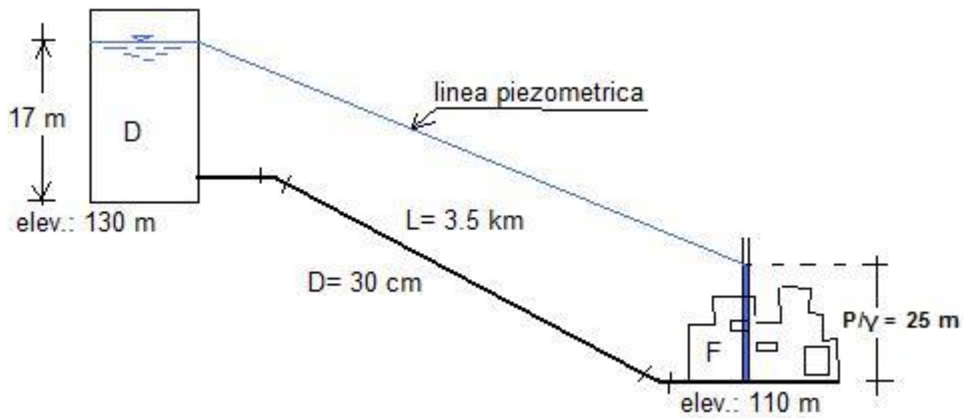
$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{{V_1}^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{{V_2}^2}{2g} \quad \rightarrow 27 + 0 + \frac{8(0.028)^2}{g\pi^2 D_1^4} = 32.4 + 0 + \frac{8(0.028)^2}{g\pi^2 (0.075)^4}$$

$$D_1 = \sqrt[4]{\frac{\frac{8(0.028)^2}{g\pi^2}}{32.4 + \frac{8(0.028)^2}{g\pi^2(0.075)^4} - 27}} * 100 = 5.43\ cm$$

9. DARCY WEISBACH - PERDIDAS POR FRICCION

66. Se suministra agua a una fábrica por una tubería de hierro fundido (ε=0.0046 cm) de 3.5 km de longitud y de 300 mm de diámetro desde un deposito elevado. La cota del terreno en el sitio del depósito es de 130 m. La distancia del nivel del agua en el depósito es de 17 m. La cota del terreno en la fábrica es de 110 m. El agua a tener una presión de 25 mca en la fábrica. Calcular: a) ¿Qué altura deberá tener el nivel de agua en el depósito para asegurar en la fábrica un caudal de 100 lps en las mismas condiciones anteriores? (υ = 1 x 10-6 cm^2/s).

Haciendo un esquema del sistema a resolver, tenemos:



SISTEMA POR GRAVEDAD

a) Determinando el caudal en el tramo:

Aplicando Bernoulli entre D y F, tenemos:

$$Z_D = Z_F + \frac{P_F}{\gamma} + \frac{V_F^2}{2g} + hp_{DF} \quad ec. 1$$

Dónde:

$$\frac{V_F^2}{2g} = \frac{8Q^2}{g\pi^2 D^4} = \frac{8Q^2}{g\pi^2 (0.3)^4} = 10.2Q^2 \quad y \quad hp_{DF} = \lambda \frac{3500}{(0.3)^5} \frac{8Q^2}{g\pi^2} = 119009.88\lambda Q^2$$

Introduciendo los valores en la Ec. 1, tenemos:

$$147 = 110 + 25 + 10.2Q^2 + 119009.88\lambda Q^2$$

Despejando el caudal:

$$Q = \sqrt{\frac{12}{10.2 + 119009.88\lambda}} \quad ec. 2$$

El número de Reynolds:

$$R = \frac{4Q}{\pi D v} = \frac{4Q}{\pi(0.3)(1\,x\,10^{-6})} = 4.244\,x\,10^6 Q \quad ec. 3$$

Para la solución de esta ecuación Ec. 2 se tendría que hacer a través de un proceso de iteraciones, donde se supondría un valor del coeficiente de fricción para el tramo de λ=0.030, después se obtiene un valor para el caudal y con este se calculara el número de Reynolds para el tramo y de la misma forma el coeficiente de fricción corregido. La determinación del caudal en el tramo se obtendría cuando el coeficiente de fricción del tramo de forma consecutiva sea prácticamente igual.

Para los cálculos de las iteraciones se pueden tabular:

LAMBDA	Q	R	10D/E	500D/E	TIPO
0.0300	0.0579	2.46E+05	6.52E+04	3.26E+06	TRANSICION
0.0158	0.0796	3.38E+05	6.52E+04	3.26E+06	TRANSICION
0.0151	0.0815	3.46E+05	6.52E+04	3.26E+06	TRANSICION
0.0150	0.0816	3.46E+05	6.52E+04	3.26E+06	TRANSICION
0.0150	0.0816	3.47E+05	6.52E+04	3.26E+06	TRANSICION

El caudal seria de Q= 0.0816 m^3/s = 81.6 lps.

b) ¿Qué altura deberá tener el nivel de agua en el depósito para asegurar en la fábrica con un caudal de 100 lps en las mismas condiciones anteriores?

Aplicando Bernoulli entre D y F, tenemos:

$$Z_D = Z_F + \frac{P_F}{\gamma} + \frac{V_F^2}{2g} + hp_{DF}$$

Calculando las pérdidas con el nuevo caudal Q = 100 lps.

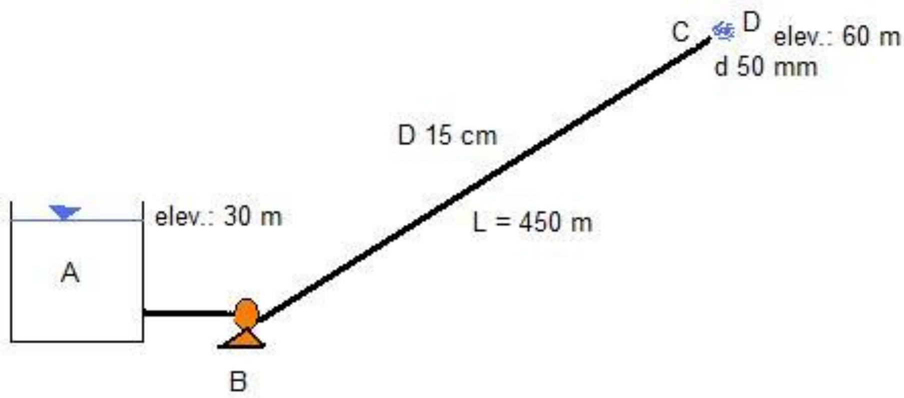
R	10D/E	500D/E	TIPO	LAMBDA	L(m)	hp(m)
4.24E+05	6.52E+04	3.26E+06	TRANSICION	0.0146	3500.00	17.42

La altura del nivel de agua en el depósito seria:

$$Z_D = 110 + 25 + 10.2(0.1)^2 + 17.42 = 142.52\ m$$

67. Una bomba cercana a un depósito de elevación de superficie 30 m, bombea agua a través de una tubería de 150 mm y de 450 m de longitud y descarga en la elevación 60 m a través de una tobera de 50 mm de diámetro. ¿Calcúlese la potencia necesaria en la bomba para mantener una presión de 345 KPa detrás de la tobera?, y diagrámese con precisión de 0.1 m la línea de energía, tomando λ = 0.020.

Haciendo el esquema del problema:



a) Determinando la potencia de la bomba:

Aplicando Bernoulli entre A y C:

$$30 + H_B = 60 + \frac{345x10^3}{(1000)(9.81)} + \frac{8Q^2}{g\pi^2(0.15)^4} + 0.020\frac{450}{(0.15)^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2}$$

Despejando la altura de la bomba:

$$H_B = 95.17 + 9956.03Q^2 \quad ec.1$$

Aplicando Bernoulli entre A y D:

$$30 + H_B = 60 + \frac{8Q^2}{g\pi^2(0.05)^4} + 0.020\frac{450}{(0.15)^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2}$$

Despejando la altura de la bomba e igualándola con la Ec. 1:

$$H_B = 30 + 23013.11Q^2$$

Obtenemos un caudal = 0.0172 m^3/s, una altura de H_B = 98.115 m y una P_B = 22.50 CV = 16.25 Kwatt.

b) Construyendo el diagrama de la línea de energía con precisión de 0.1 m

Calculando la línea de energía en los puntos D, C y B (punto de descarga de la bomba)

Para el punto D:

$$(z + \frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g})_D = 60 + \frac{8(0.052)^2}{g\pi^2(0.05)^4} = 95.75\ m$$

Para el punto C:

$$(z + \frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g})_C = 60 + \frac{345x10^3}{(1000)(9.81)} + \frac{8(0.052)^2}{g\pi^2(0.15)^4} = 95.75\ m$$

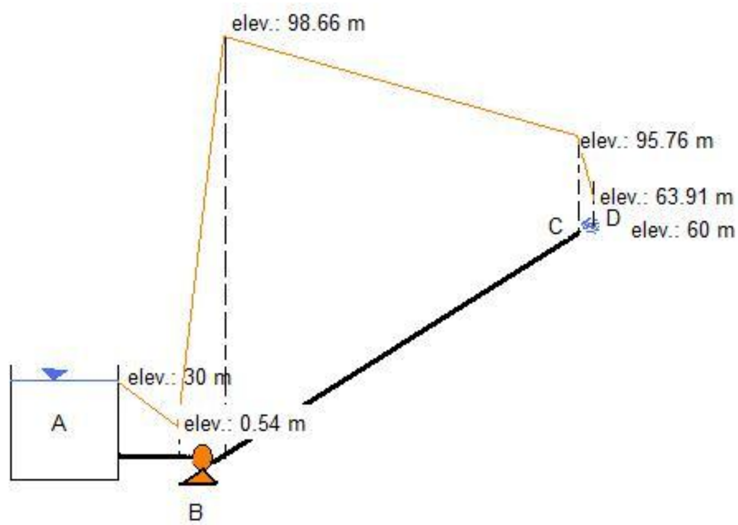
Para el punto B (sección de descarga de la bomba)

$$(z + \frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g})_{Bdescarga} = 60 + \frac{345x10^3}{(1000)(9.81)} + \frac{8(0.0172)^2}{g\pi^2(0.15)^4} + 0.020\frac{450}{(0.15)^5}\frac{8(0.0172)^2}{g\pi^2} = 98.66\ m$$

Para el punto B (sección de succión de la bomba)

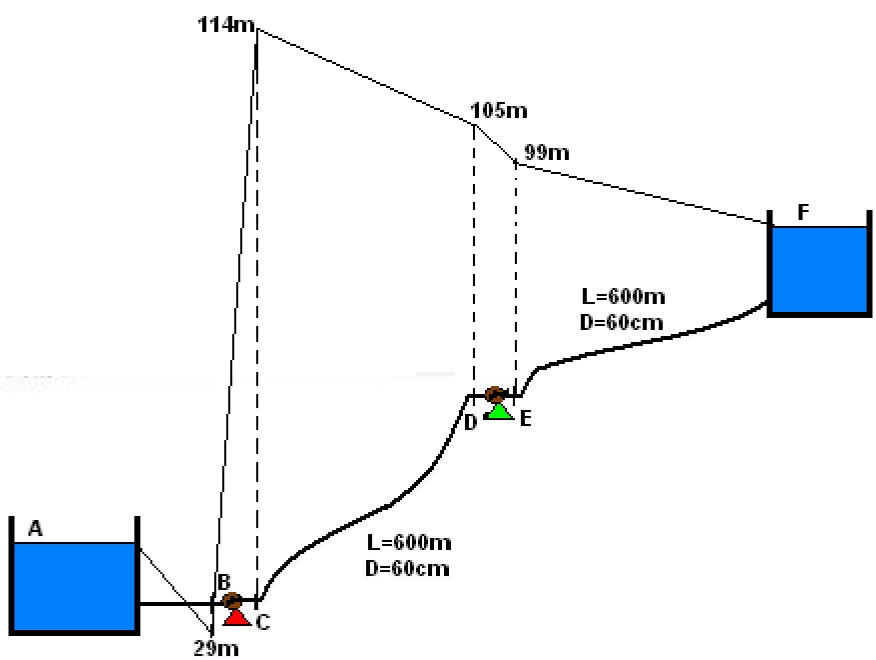
$$(z + \frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g})_{Bsuccion} = (98.66 - 98.115) = 0.54\ m$$

Graficando la línea de energía.



LINEA DE ENERGIA HIDRAULICA

68. La bomba BC transporta agua hasta el depósito F y en la figura se muestra la línea Piezometrica. Determínese: a) la potencia suministrada por la bomba BC, b) la potencia extraída por la turbina DE y, c) la cota de la superficie libre mantenida en el depósito F. (ε=0.0046 cm, υ = 1.0x10-6 m^2/s).



a) Calculo del coeficiente de fricción según la ecuación de Colebrook.

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -0.86ln\left(\frac{\varepsilon/_D}{3.7} + \frac{2.51}{R\sqrt{\lambda}}\right)$$

Las pérdidas son conocidas por diferencia de alturas Piezometrica en el tramo DE, podemos usar la siguiente expresión que se correlaciona con la ecuación de Colebrook:

$$R\sqrt{\lambda} = \sqrt{2g\frac{D^3}{v^2}\frac{hp}{L}} = \sqrt{2(9.81)\frac{(0.6)^3}{(1\,x\,10^{-6})^2}\frac{(110-105)}{600}} = 1.87926\,x\,10^5$$

Determinando el valor del coeficiente de fricción:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -0.86ln\left[\frac{(0.0046/60)}{3.7} + \frac{2.51}{1.87926\ x\ 10^5}\right] = 8.8467 \therefore\ \lambda = 0.0128$$

b) De la ecuación de Darcy Weisbach, despejando el caudal:

$$hp = \lambda\frac{L}{D^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2} \quad \rightarrow \quad Q = \sqrt{\frac{g\pi^2}{8\lambda}\frac{D^5}{L}hp} = \sqrt{\frac{(9.81)\pi^2}{8(0.0128)}\frac{(0.6)^5}{600}5} = 0.78275\ {m^3}/{s}$$

c) La potencia de la bomba: H_B= (110-29)=81 m

$$P_B = \frac{(1000)(0.78275)(81)}{75(\frac{100}{100})} = 845.37\ CV$$

d) La potencia de la turbina: H_T= (105-99)= 6 m

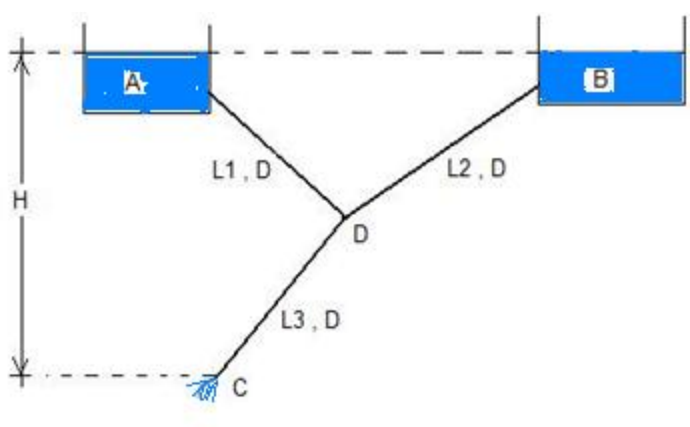
$$P_T = \frac{(1000)(0.78275)(6)}{75(\frac{100}{100})} = 62.62\ CV$$

e) La cota del depósito F: se aplica Bernoulli entre el punto E y el depósito F.

$$Z_E + \frac{P_E}{\gamma} + \frac{{V_E}^2}{2g} = Z_F + \frac{P_F}{\gamma} + \frac{{V_F}^2}{2g} + hp_{EF}$$

$$Z_F = Z_E + \frac{P_e}{\gamma} + hp_{EF} = 99 + 5 = 104\ m$$

69. En el sistema mostrado de tubos, calcular H de manera que Q= 12 lps para los siguientes datos: L_1=L_3=50 m, L_2=200 m, D= 100 mm, (ε=0.2 mm, υ = 0.01 cm^2/s).



Aplicando Bernoulli entre D y C: Datum en C, y $\frac{{V_D}^2}{2g} = \frac{{V_C}^2}{2g}$ por tener el mismo diámetro.

$$Z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{{V_D}^2}{2g} = Z_C + \frac{P_C}{\gamma} + \frac{{V_C}^2}{2g} + hp_{DC}$$

$$Z_D + \frac{P_D}{\gamma} = hp_{DC}$$

Determinando las pérdidas entre D y C:

- Numero de Reynolds:

$$R = \frac{4Q}{\pi D \nu} = \frac{4(0.012)}{\pi(0.1)(1\,x\,10^{-6})} = 1.52\,x\,10^5$$

Chequeando el intervalo para clasificar el flujo.

$$10\frac{D}{\varepsilon} = 5\,x\,10^3 < R = 1.52\,x\,10^5 < 500\frac{D}{\varepsilon} = 2.5\,x\,10^5$$

El régimen se clasifica como flujo en transición, por lo tanto el coeficiente de fricción se calcula como:

$$\lambda = 0.11(\frac{\varepsilon}{D} + \frac{68}{R})^{0.25} = 0.11\left(\frac{0.02}{10} + \frac{68}{1.52\,x\,10^5}\right)^{0.25} = 0.0244$$

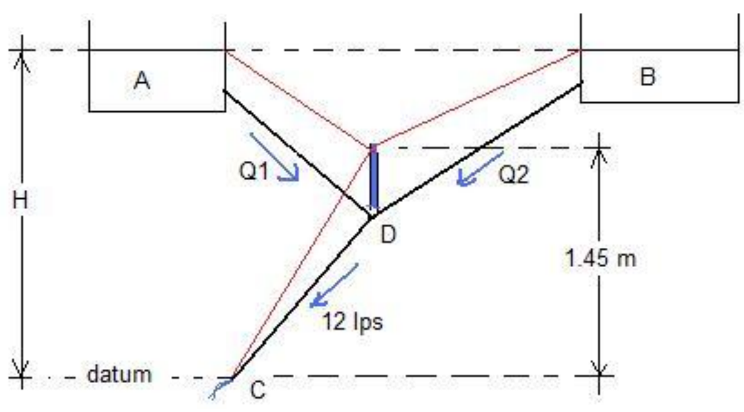
$$hp_{DC} = \lambda\frac{L}{D^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2} = 0.0244\frac{50}{(0.1)^5}\frac{8(0.012)^2}{g\pi^2} = 1.45\,m$$

Por lo tanto la carga piezometrica en el punto D:

$$Z_D + \frac{P_D}{\gamma} = 1.45\,m$$

Aplicando Bernoulli entre A y D, si $\frac{V^2}{2g} = \frac{8Q^2}{g\pi^2 D^4} = \frac{8(0.012)^2}{g\pi^2(0.1)^4} = 0.12\,m$

$$H = 1.45 + 0.12 + \lambda_1\frac{50}{(0.1)^5}\frac{8Q_1^2}{g\pi^2} = 1.57 + 413134.286\lambda_1 Q_1^2 \quad Ec.1$$



TRAZADO DE LA LINEA PIEZOMETRICA

Aplicando Bernoulli entre B y D, si $\frac{V^2}{2g} = \frac{8Q^2}{g\pi^2 D^4} = \frac{8(0.012)^2}{g\pi^2(0.1)^4} = 0.12\,m$

$$H = 1.45 + 0.12 + \lambda_2\frac{50}{(0.1)^5}\frac{8Q_2^2}{g\pi^2} = 1.57 + 1652537.144\lambda_2 Q_2^2 \quad Ec.2$$

Igualando las Ec.1 y la Ec. 2, tenemos:

$$\mathbf{413134.286\lambda_1 Q_1^2 = 1652537.144\lambda_2 Q_2^2}$$

$$\boldsymbol{Q_1 = 2Q_2\sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}}} \qquad \textcolor{red}{\boldsymbol{Ec.3}}$$

Si Q = Q_1 + Q_2 $\boldsymbol{Q = Q_2(2\sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}} + 1)}$ **,** despejando el Q_2, tenemos:

$$\boldsymbol{Q_2 = \frac{Q}{(2\sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}} + 1)} = \frac{0.012}{(2\sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}} + 1)}} \qquad \textcolor{red}{\boldsymbol{Ec.4}}$$

Para la solución de esta ecuación se tendría que hacer a través de un proceso de iteraciones, donde se supondría valores de los coeficientes de fricción para ambos tramos de λ=0.030, después se obtiene un valor para cada caudal y con este se calcularían los números de Reynolds para cada tramo y de la misma forma los coeficientes de fricción corregidos. La determinación de los caudales en cada tramo se obtendría cuando los coeficientes de fricción de los tramos de forma consecutivas sean prácticamente iguales.

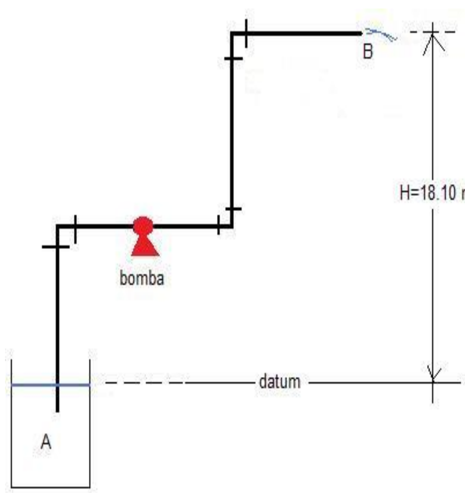
Para los cálculos de las iteraciones se pueden tabular:

Lambda 1	Lambda 2	Q_2	Q_1	R_2	R_1
0.030	0.030	0.004	0.008	5.1E 4	1.02 E 5
0.0249	0.0264	0.0039	0.0081	4.9 E 4	1.03 E 5
0.0249	0.0265	**0.0039**	**0.0081**		

Los caudales son: Q_1 = 8.1 lps y Q_2 = 3.9 lps y la distancia H = 2.245 m

70. Una bomba deberá elevar 5 lps por medio de una tubería de 4” de diámetro. La longitud del tubo de succión es de 5.20 m y la del tubo de descarga es de 317.40 m. La diferencia de nivel entre el nivel del agua de succión y la boca de la descarga de salida de la tubería es de 18.10 m. Despreciando las perdidas menores y suponiendo que la eficiencia del conjunto (motor y bomba) es de 63%. ¿Qué potencia deberá tener el motor de la bomba? Dibuje la línea Piezometrica e indique sus alturas. (ε=0.0046 cm, υ = 1.0x10-6 m^2/s).

Haciendo un esquema de sistema hidráulico planteado:



Aplicando Bernoulli entre A y B:

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A{}^2}{2g} + H_B = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B{}^2}{2g} + hp_{AB}$$

$$H_B = (Z_B - Z_A) + \frac{V_B{}^2}{2g} + hp_{AB}$$

La carga de velocidad:

$$\frac{V_B^2}{2g} = \frac{8Q^2}{g\pi^2 D^4} = \frac{8(0.005)^2}{g\pi^2(0.1)^4} = 0.021\ m$$

Las pérdidas de energía:

- Numero de Reynolds:

$$R = \frac{4Q}{\pi D\nu} = \frac{4(0.005)}{\pi(0.1)(1\ x\ 10^{-6})} = 6.37\ x\ 10^4$$

Chequeando el intervalo para clasificar el flujo.

$$10\frac{D}{\varepsilon} = 2.17\ x\ 10^4 < R = 6.37\ x\ 10^4 < 500\frac{D}{\varepsilon} = 10.8\ x\ 10^6$$

El régimen se clasifica como flujo en transición, por lo tanto el coeficiente de fricción se calcula como:

$$\lambda = 0.11(\frac{\varepsilon}{D} + \frac{68}{R})^{0.25} = 0.11\left(\frac{0.0046}{100} + \frac{68}{6.37\ x\ 10^4}\right)^{0.25} = 0.0217$$

$$hp_{1D} = \lambda\frac{L}{D^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2} = 0.0217\frac{322.6}{(0.1)^5}\frac{8(0.005)^2}{g\pi^2} = 1.44\ m$$

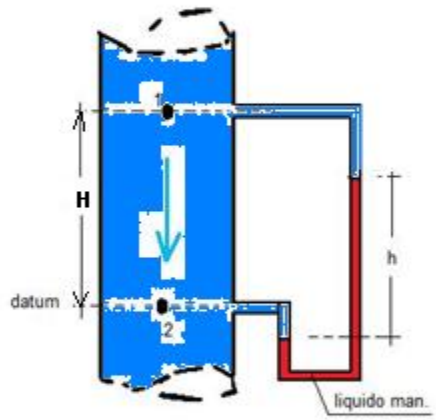
La altura de la bomba y su potencia:

$$H_B = 18.10 + 0.021 + 1.44 = 19.561\ m$$

$$P_B = \frac{(1000)(19.561)(0.005)}{75(0.63)} = 2.07\ CV$$

71. Por una tubería vertical de 50 mm de diámetro desciende 1 lps de aceite cuya viscosidad cinemática es de 20 x 10^{-6} m^2/s y su densidad relativa de 0.92. Se conecta un manómetro diferencial entre dos puntos situados a una distancia de 400 cm. El líquido manométrico tiene una densidad relativa de 1.4. No hay aire en las conexiones. Calcular la lectura del manómetro diferencial.

Haciendo un esquema de sistema hidráulico planteado: donde h es la lectura del manómetro diferencial

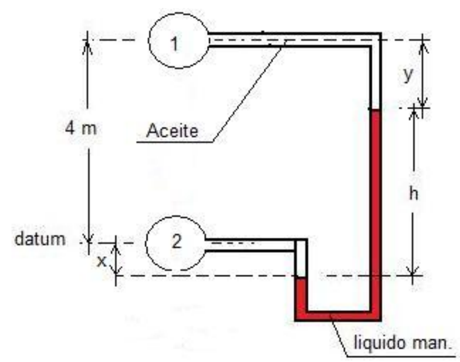


Aplicando Bernoulli entre 1 y 2:

$$Z_1+\frac{P_1}{\gamma}+\frac{{V_1}^2}{2g}=Z_2+\frac{P_2}{\gamma}+\frac{{V_2}^2}{2g}+hp_{12}$$

$$4+\frac{P_1}{\gamma}=\frac{P_2}{\gamma}+hp_{12}\rightarrow\frac{P_1-P_2}{\gamma}=hp_{12}-4\quad Ec(1)$$

Calculando las pérdidas de energía:



- Determinando el número de Reynolds.

$$R=\frac{4Q}{\pi Dv}=\frac{4(0.001)}{\pi(0.05)(20\,x\,10^{-6})}=1273.23<2300$$

Como el Reynolds es menor que 2300, tenemos un flujo laminar, el coeficiente de fricción se calcula como:

$$\lambda=\frac{64}{R}=\frac{64}{1273.23}=0.0503$$

Las pérdidas de energía:

$$hp_{12}=\lambda\frac{L}{D^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2}=0.0503\frac{4}{(0.05)^5}\frac{8(0.001)^2}{g\pi^2}=0.05\,m\quad Ec(2)$$

Sustituyendo la Ec. (2) en la Ec. (1), obtenemos:

$$\frac{P_1-P_2}{\gamma}=0.05-4=-3.95\,m\quad Ec(3)$$

En la Ec. (3), la presión en el punto 2 es mayor que la presión en el punto 1, o sea: $P_2>P_1$.

Del manómetro diferencia:

$$P_1-P_2=-\rho_{ac}gy-\rho_{man}gh+\rho_{ac}gx$$

Dividiendo por el peso específico del aceite:

$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma} = -y - \frac{\rho''_{man}}{\rho''_{aceite}} h + x = (-y + x) - \frac{\rho''_{man}}{\rho''_{aceite}} h \quad Ec.(4)$$

de la geometría del manómetro diferencial:

$$4 + x = h + y \quad \therefore \quad (-y + x) = h - 4$$

Sustituyendo esta última ecuación en la ecuación (4), tenemos:

$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma} = h - 4 - \frac{\rho''_{man}}{\rho''_{aceite}} h = h\left(1 - \frac{\rho''_{man}}{\rho''_{aceite}}\right) - 4 \quad Ec.(5)$$

Igualando las Ec. (3) y Ec. (5):

$$h\left(1 - \frac{\rho''_{man}}{\rho''_{aceite}}\right) - 4 = -3.95$$

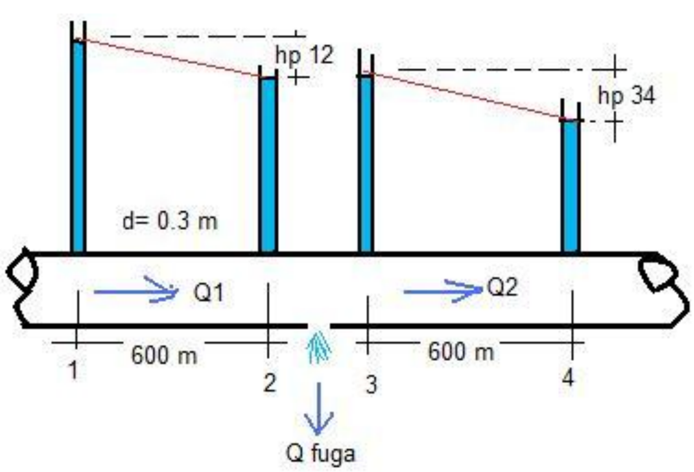
Despejando el valor de h:

$$h = \frac{4 - 3.95}{\left(1 - \frac{\rho''_{man}}{\rho''_{aceite}}\right)} = \frac{0.05}{(1 - \frac{1.4}{0.92})} = \frac{0.05}{-0.52} = -0.096\ m$$

La altura h, se mediría por debajo del punto 2.

72. En tubería horizontal de 0.3 m de diámetro tiene un factor de fricción de 0.025, existe una fuga. Corriente arriba de la fuga, dos medidores de presión separados entre sí 600 m muestra una diferencia de presión de 138 KPa. Corriente debajo de la fuga dos medidores de presión separados entre sí 600 m muestra una diferencia de presión de 124 KPa. Cuánta agua por segundo se está perdiendo en el tubo. Haga el esquema.

Haciendo el esquema.



Tubería con fuga

El caudal de fuga seria:

$$Q_{fuga} = Q_1 - Q_2$$

Aplicando Bernoulli entre 1 y 2:

$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma} = \frac{138\ x\ 10^3}{9.81(1000)} = hp_{12} = 14.07\ m$$

Calculando el caudal en el tramo si $hp_{12} = \lambda_1 \frac{L_1}{D_1^5}\frac{8{Q_1}^2}{g\pi^2}$

$$Q_1 = \sqrt{\frac{(14.07)(0.30)^5(9.81)\pi^2}{0.025(600)8}} * 1000 = 166.09\ lps$$

Aplicando Bernoulli entre 3 y 4:

$$\frac{P_3 - P_4}{\gamma} = \frac{124\ x\ 10^3}{9.81(1000)} = hp_{12} = 12.64\ m$$

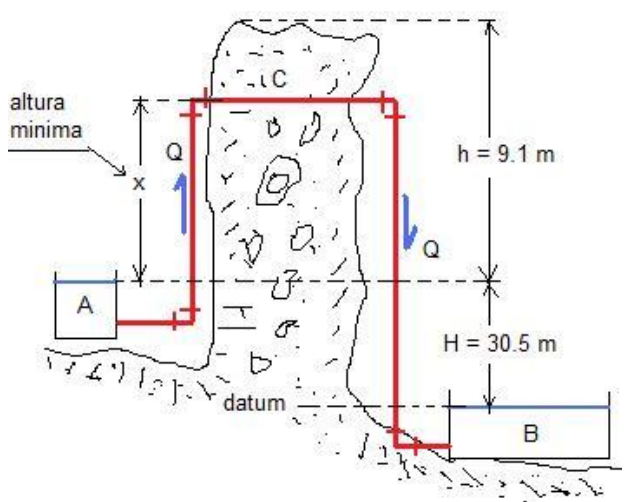
Calculando el caudal en el tramo si $hp_{34} = \lambda_2 \frac{L_2}{D_2^5}\frac{8{Q_2}^2}{g\pi^2}$

$$Q_2 = \sqrt{\frac{12.64(0.30)^5(9.81)\pi^2}{0.025(600)8}} * 1000 = 157.42\ lps$$

El caudal de fuga:

$$Q_{fuga} = 166.09 - 157.42 = 8.67\ lps$$

73. Dos depósitos, cuyos niveles difieren por 30.5 m, están conectados por medio de una tubería de 600 mm de diámetro y 3050 m de longitud. La tubería pasa sobre una loma cuya cima se encuentra 9.1 m arriba del nivel del depósito más alto, y a una distancia de 305 m de él. Determine la profundidad mínima bajo la cima a la que debe tender la tubería si se desea que la altura total en esta no sea menor que 3 m de agua, y calcule la descarga en m^3/s (λ= 0.0075, si la presión atmosférica es de 10.35 mca). Haga el esquema.
Haciendo un esquema del problema.



Aplicando Bernoulli entre A y B:

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{{V_A}^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{{V_B}^2}{2g} + hp_{AB}$$

$$30.5 = 0.0075\frac{3050}{(0.6)^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2}$$

Despejando el caudal, Q= 1.12 m^3/s.

Aplicando Bernoulli entre A y C:

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{{V_A}^2}{2g} = Z_C + \frac{P_C}{\gamma} + \frac{{V_C}^2}{2g} + hp_{AC}$$

$$\left(\frac{P_A}{\gamma} - \frac{P_C}{\gamma}\right) = (Z_C - Z_A) + \frac{{V_C}^2}{2g} + hp_{AC}$$

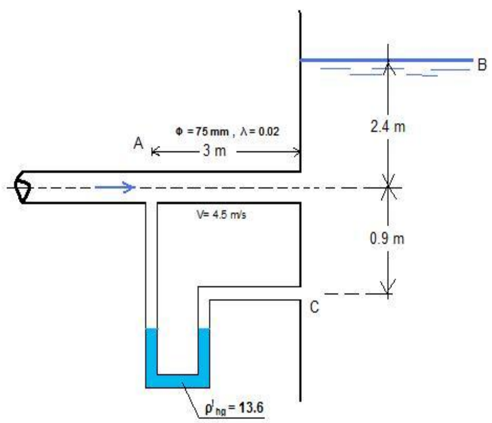
Donde : $Z_C - Z_A = x$

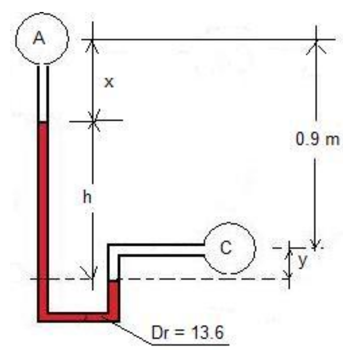
Despejando el valor de x:

$$x = 10.35 - 3.0 - \frac{8(1.12)^2}{g\pi^2} - 0.0075\frac{305}{(0.6)^5}\frac{8(1.12)^2}{g\pi^2} = 3.5\ m$$

La profundidad de la tubería bajo la cima seria: (9.1 - 3.5) = 5.6 m

74. Calcúlese la magnitud y dirección de la lectura del manómetro. Circula agua.





Aplicando Bernoulli entre A y B. (Datum en A)

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{{V_A}^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{{V_B}^2}{2g} + hp_{AB}$$

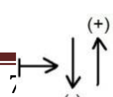
$$\frac{P_A}{\gamma} + \frac{(4.5)^2}{2g} = 2.4 + 0.020\frac{3}{0.075}\frac{(4.5)^2}{2g} \quad \therefore \quad \frac{P_A}{\gamma} = 2.19\ mca$$

Del manómetro diferencial, tenemos:

La presión en C, se puede calcular por hidrostática relacionándola con la superficie del depósito B:

$$P_C = P_B + \rho g(3.3) = 0 + (1000)(9.81)(3.3) = 32.373\ KPa$$

$$\frac{P_C}{\gamma} = 3.3\ mca$$



Comparando las presiones en los puntos A y C, observamos:

$$\frac{P_C}{\gamma} = 3.3\,mca > \frac{P_A}{\gamma} = 2.19\,mca$$

Por lo tanto, el líquido manométrico debe ascender en el tubo en la parte de A. (como se indica en la fig.), resolviendo el manómetro a través de la regla, se obtiene:

$$P_A = -\rho g x - \rho_{H2O} h + \rho_{H2O} y + P_C$$

Despejando las presiones:

$$\frac{P_A}{\gamma} - \frac{P_C}{\gamma} = (y - x) - \rho'_{Hg} h \quad ec.1$$

De la geometría de la instalación del manómetro:

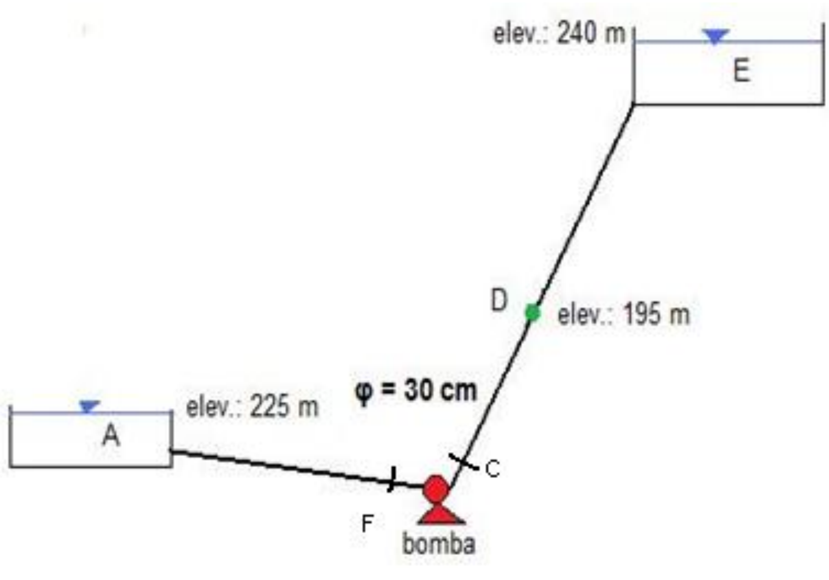
$$(x + h) = (y + 0.9) \;\rightarrow\; (y - x) = h - 0.9 \quad ec.2$$

Sustituyendo la Ec. 2 en la Ec. 1, tenemos:

$$2.19 - 3.33 = (h - 0.9) - 13.6h$$

$$-0.24 = h(1 - 13.6) \quad \rightarrow \quad h = 0.019\,m = 19\,mm$$

75. Determine el caudal y la potencia en CV suministrada por la bomba. Si la presión en D es de 5.6 kgf/cm^2, hp_{AB} = 0.6 m, $\mathbf{hp_{BD}} = 38\frac{V^2}{2g}$; $\mathbf{hp_{DE}} = 40\frac{V^2}{2g}$. Dibuje la línea piezometrica y ubique el valor de la presión en cada punto.



a. Calculo del caudal.

Aplicando Bernoulli entre D y E:

$$Z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{V_D{}^2}{2g} = Z_E + \frac{P_E}{\gamma} + \frac{V_E{}^2}{2g} + hp_{DE}$$

$$195 + 56 + \frac{8Q^2}{g\pi^2(0.3)^4} = 240 + 40\frac{8Q^2}{g\pi^2(0.3)^4}$$

$$11 = 39\frac{8Q^2}{g\pi^2(0.3)^4}$$

Despejando el caudal:

$$Q = 0.16628\ {m^3}/{s} = 166.28\ lps$$

b. Calculo de la altura piezometrica en C (altura de descarga de la bomba).

Aplicando Bernoulli entre C y D: ($V_c = V_D$)

$$(Z + \frac{P}{\gamma})_C + \frac{V_C{}^2}{2g} = (Z + \frac{P}{\gamma})_D + \frac{V_D{}^2}{2g} + hp_{CD}$$

$$(Z + \frac{P}{\gamma})_D = (195 + 56) + 38\frac{8(0.16628)^2}{g\pi^2(0.3)^4} = 261.72\ m$$

c. Calculo de la altura piezometrica en F (altura de succión positiva de la bomba).

Aplicando Bernoulli entre A y F:

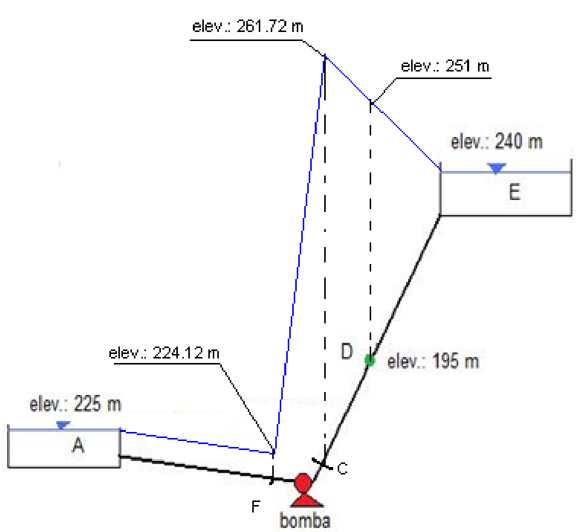
$$(Z + \frac{P}{\gamma})_A + \frac{V_A{}^2}{2g} = (Z + \frac{P}{\gamma})_F + \frac{V_F{}^2}{2g} + hp_{AF}$$

$$(Z + \frac{P}{\gamma})_F = 225 - \frac{8(0.16628)^2}{g\pi^2(0.3)^4} - .6 = 224.12\ m$$

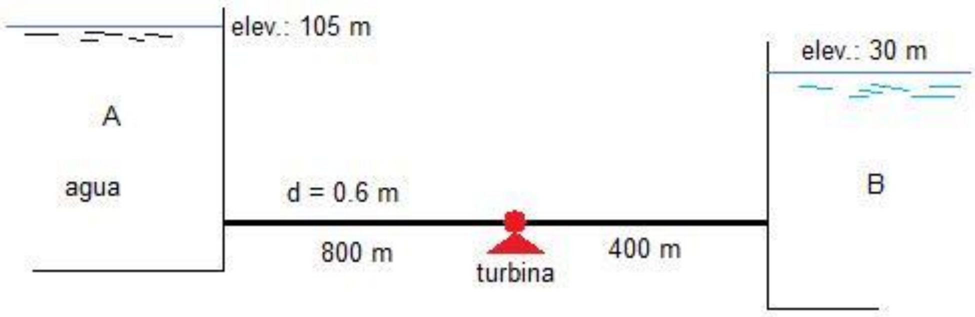
d. La potencia de la bomba.

$$H_B = (261.72 - 224.12) = 37.6 \quad \rightarrow \quad P_B = \frac{(1000)(0.16628)(37.6)}{75(\frac{100}{100})} = 83.36\ CV$$

Dibujando la línea piezometrica del sistema:



76. La turbina extrae del flujo 400 kw. ¿Qué régimen de flujo estará pasando a través del sistema? ¿Cuál es la potencia máxima obtenida de la turbina?, si λ=0.020



Turbina entre depósitos

a) Calculando el caudal para las condiciones dadas:

Aplicando Bernoulli entre A y B. si $P_T = {}^{\gamma Q H_T}/_{75\eta}$

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A{}^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B{}^2}{2g} + H_T + hp_{AB}$$

$$105 = 30 + H_T + hp_{AB} \quad ec.1$$

De la ecuación de la potencia de la turbina, y considerado un 100% de la eficiencia: KW=1.385 CV

$$H_T = \frac{75(544)({}^{100}/_{100})}{1000Q} = \frac{40.8}{Q}$$

Calculando las pérdidas:

$$hp_{AB} = 0.020\frac{1200}{(0.6)^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2} = 25.5Q^2$$

Introduciendo estas ecuaciones en la Ec. 1, tenemos:

$$105 = 30 + \frac{40.8}{Q} + 25.5Q^2$$

Resolviendo la ecuación cuadrática, tendremos dos caudales: Q_1 = 1.312 m^3/s y Q_2 = 0.628 m^3/s

b) Determinando la potencia máxima que se obtiene de la turbina para los datos dados.

Despejando la altura de la turbina de la Ec. 1:

$$P = \frac{\gamma Q}{75\eta}\left[75 - \lambda\frac{L}{D^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2}\right]$$

Si derivamos la ecuación con respecto al caudal y lo igualamos a cero para encontrar la potencia máxima:

$$\frac{dP}{dQ} = \left[-\lambda\frac{L}{D^5}\frac{16Q}{g\pi^2}\right]\frac{\gamma Q}{75\eta} + \frac{\gamma}{75\eta}\left[75 - \lambda\frac{L}{D^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2}\right] = 0$$

$$\left[-0.020\frac{1200}{(0.6)^5}\frac{16Q}{g\pi^2}\right]\frac{1000Q}{75}+\frac{1000}{75}\left[75-0.020\frac{1200}{(0.6)^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2}\right]=0$$

$$(-51Q)\frac{1000Q}{75}+\frac{1000}{75}[75-25.5Q^2]=0$$

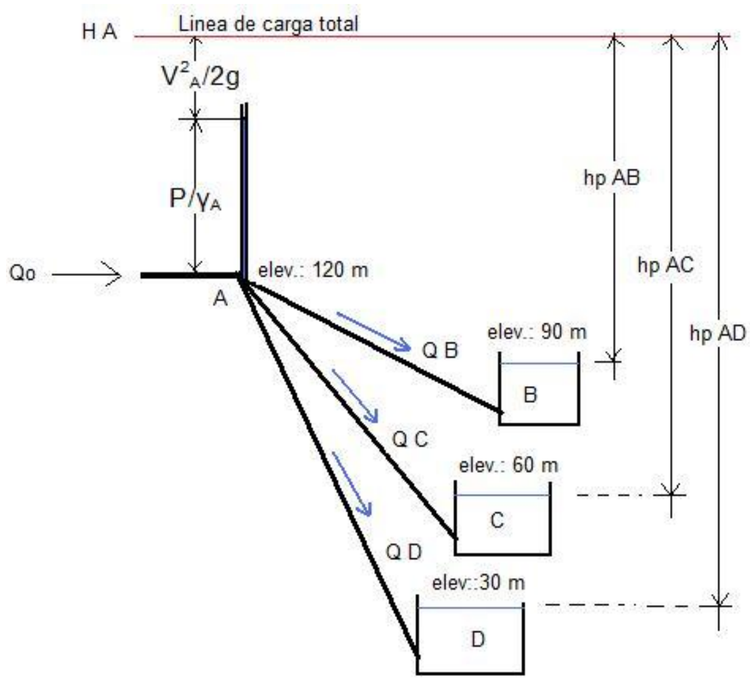
$$51Q^2+25.5Q^2-75=0$$

Donde encontramos un $Q_{Máx.}$ = 0.99 m^3/s. La respuesta correcta del a) es el Q_2= 0.628 m^3/s que es menor que $Q_{Máx.}$ Encontrando la potencia máxima: 400 Kw = 554 CV

$$P_{max}=\frac{1000(0.99)}{75(^{100}/_{100})}\left[75-0.020\frac{1200}{(0.6)^5}\frac{8(0.99)^2}{g\pi^2}\right]=660.07\,CV=476.58\,Kwatt$$

77. Un tubo de 0.90 m se divide, en la elevación 120, en tres tubos de 0.45 m. Los tubos de 0.45 m conducen a depósitos que tienen elevaciones de superficies de 90, 60 y 30, teniendo los tubos longitudes respectivas de 3.2, 4.8 y 6.8 Km. Cuando en el tubo de 0.90 m fluyen 1.4 m^3/s, ¿Cómo se dividirá el flujo? Supóngase un λ = 0.017 para todos los tubos. Haga el esquema.

Haciendo el esquema del problema:



El caudal que entra al sistema de los depósitos es:

$$Q_0=Q_B+Q_C+Q_D=1.4\frac{m^3}{s}\qquad EC.1$$

Aplicando Bernoulli entre A y los niveles de los depósitos: $H=z+{}^{P}/_{\gamma}+{}^{V^2}/_{2g}$

$$H_A=H_B+hp_{AB}$$
$$H_A=H_C+hp_{AC}$$
$$H_A=H_D+hp_{AD}$$

Por lo tanto:

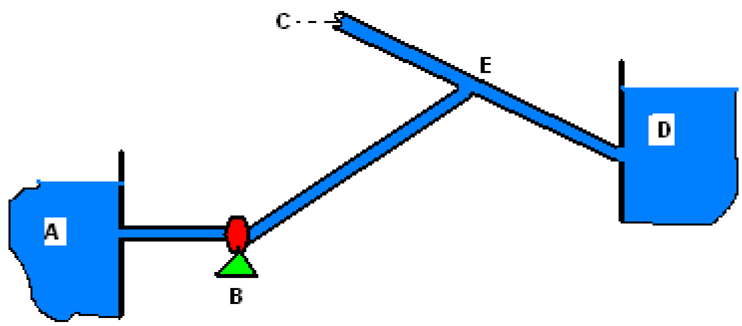
$$H_A = 90 + 0.017\frac{3200}{(0.45)^5}\frac{8Q_B^2}{g\pi^2} \quad \therefore \quad H_A = 90 + 243.59Q_B^2$$
$$H_A = 60 + 0.017\frac{4800}{(0.45)^5}\frac{8Q_C^2}{g\pi^2} \quad \therefore \quad H_A = 60 + 365.38Q_C^2$$
$$H_A = 30 + 0.017\frac{6800}{(0.45)^5}\frac{8Q_D^2}{g\pi^2} \quad \therefore \quad H_A = 30 + 517.63Q_D^2$$

Introduciendo estas ecuaciones en la Ec. 1:

$$1.4 = \sqrt{\frac{H_A - 90}{243.59}} + \sqrt{\frac{H_A - 60}{365.38}} + \sqrt{\frac{H_A - 30}{517.63}}$$

Resolviendo la ecuaciones por métodos numéricos, obtenemos: H_A = 141.90 m, Q_B = 0.462 m^3/s, Q_C = 0.473 m^3/s, Q_D = 0.465 m^3/s. Si sumamos los caudales el Q_0 = 1.4 m^3/s.

78. La bomba debe suministrar 110 lps a la salida en el punto C con una elevación 165 m y 220 lps al depósito superior D con elevación de 150 m. Calcúlense la potencia de la bomba y el diámetro requerido del tubo EC de 300 m, si el tramo AB tiene una L=450m, D=0.6m y λ = 0.032, tramo BE tiene L=200m, D=0.45m y λ = 0.020 y el tramo ED tiene L=600m, D=0.3m y λ = 0.022. El deposito A tiene una elevación de 60m.



Determinando las pérdidas de fricción en los tramos: $hp = \lambda\frac{L}{D^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2}$

- Tramo ED hacia el depósito:

$$hp_{ED} = 0.022\frac{600}{(0.3)^5}\frac{8(0.220)^2}{g\pi^2} = 21.72\ m$$

- Tramos antes (AB) y después (BE) de la bomba:

$$hp_{AB} = 0.032\frac{450}{(0.6)^5}\frac{8(0.33)^2}{g\pi^2} = 1.67\ m$$

$$hp_{BE} = 0.020\frac{1200}{(0.45)^5}\frac{8(0.33)^2}{g\pi^2} = 11.70\ m$$

Aplicando Bernoulli entre los depósitos

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A{}^2}{2g} + H_B = Z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{V_D{}^2}{2g} + hp_{AD}$$

$$60 + 0 + 0 + H_B = 150 + 0 + 0 + 1.67 + 11.70 + 21.72$$

Despejando la altura de carga que suministra la bomba al sistema, H_B=125.09 m, la potencia de la bomba con un 100% de eficiencia seria:

$$P_B = \frac{\gamma Q H_B}{75\eta} = \frac{(1000)(0.33)(125.09)}{75(\frac{100}{100})} = 550.396\ CV$$

Aplicando Bernoulli entre el depósito inferior y el punto de desviación al depósito superior, punto E ($\frac{V^2}{2g} = \frac{8Q^2}{g\pi^2 D^4}$)

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A{}^2}{2g} + H_B = Z_E + \frac{P_E}{\gamma} + \frac{V_E{}^2}{2g} + hp_{AE}$$

$$60 + 0 + 0 + 125.09 = Z_E + \frac{P_E}{\gamma} + \frac{V_E^2}{2g} + (1.67 + 11.70)$$

La altura carga en ese punto E, seria:

$$Z_E + \frac{P_E}{\gamma} + \frac{V_E^2}{2g} = 171.72\ m$$

Determinando el diámetro en el tramo EC de los 300 m

$$Z_E + \frac{P_E}{\gamma} + \frac{V_E{}^2}{2g} = Z_c + \frac{P_c}{\gamma} + \frac{V_c{}^2}{2g} + hp_{EC}$$

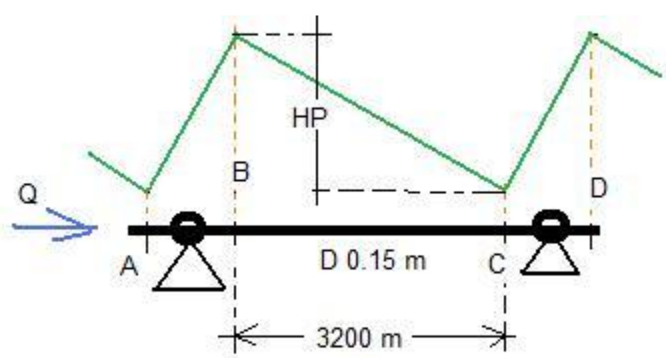
$$171.72 = 165 + 0 + \frac{8(0.110)^2}{g\pi^2 D^4} + 0.027\frac{300}{D^5}\frac{8(0.110)^2}{g\pi^2}$$

$$\frac{0.000997}{D^4} + \frac{0.00809}{D^5} - 6.72 = 0$$

Resolviendo la ecuación por métodos numéricos tenemos un diámetro calculado de D=0.262 m = 10.5 plg. En el mercado fabrican diámetros superiores de las 4 plg solo pares, o sea que tendríamos que escoger un diámetro de 10 plg o de 12 plg. Por economía se escogería el diámetro de 10 plg.

79. Una tubería que transporta aceite crudo (ρ" = 0.93) a 120 l/min está hecha de con conducto de acero de 6", calibre 80 (ε = 0.0046 cm.). Las estaciones de bombeo están espaciadas 3.2 Km. entre sí. Si el aceite está a 10°C (μ = 1.07x10^{-1} N s. /m^2), calcule (a) la caída de presión entre estaciones y (b) la potencia requerida para mantener la misma presión en la entrada de cada bomba. Haga el esquema.

Haciendo el esquema del problema:



a) Calculando la caída de presión entre las estaciones de bombeo:

Calculando las pérdidas por fricción entre las bombas:

R	$10\frac{D}{\varepsilon}$	$500\frac{D}{\varepsilon}$	TIPO	λ	L(m)	hp(m)
1.48E+03	3.26E+04	1.63E+06	LAMINAR	0.0434	3200.00	60.38

Aplicando Bernoulli entre B y C:

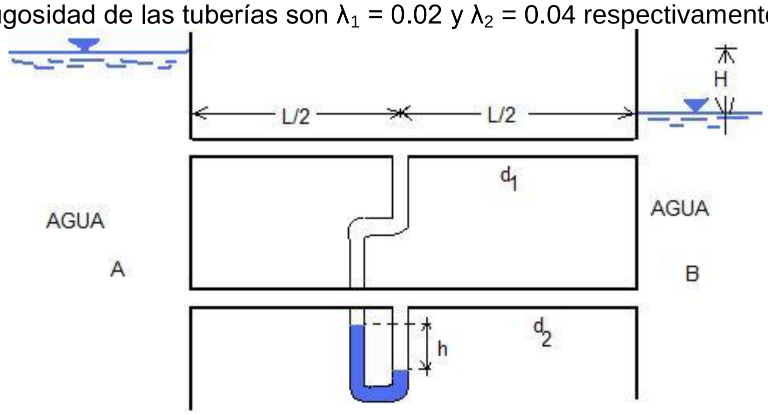
$$Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B{}^2}{2g} = Z_C + \frac{P_C}{\gamma} + \frac{V_C{}^2}{2g} + hp_{BC}$$

$$\frac{P_B}{\gamma} - \frac{P_C}{\gamma} = hp_{BC} = 60.38\ mcaceite \quad \longrightarrow \quad P_B - P_C = (60.38)(0.93)(1000) = 56.15\ KPa$$

b) Calculando la potencia requerida para mantener la misma presión en la entrada de la bomba:

$$P_{bomba} = \frac{0.93(1000)(0.020)(60.38)}{75\left(^{100}/_{100}\right)} = 14.97\ CV = 11.02\ Kwatt$$

80. Los depósitos A y B con nivel de superficie constante están unidos por dos tuberías en paralelo de igual longitud de L = 8 m, diámetro d_1 = 40 mm, d_2 = 10 mm. ¿Determinar la diferencia de nivel H de los depósitos y los caudales Q_1 y Q_2 en las tuberías?, si el manómetro diferencial tiene una lectura de h= 67 mm de mercurio y los coeficientes de rugosidad de las tuberías son λ_1 = 0.02 y λ_2 = 0.04 respectivamente.



a. Determinando los caudales en cada tubería.

- Resolviendo el manómetro diferencial:

Según la regla, obtenemos: (la densidad relativa del mercurio es igual a 13.6) $\mapsto \underset{(-)}{\downarrow} \overset{(+)}{\uparrow}$

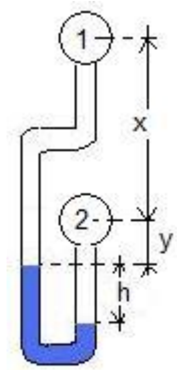
$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma} = -(x+y) - \rho^{"}_{hg} h + (h+y) = -(x + 0.8442)$$

- Aplicando Bernoulli entre A y 1, (tubería 1) con Datum en 2.

$$(x + \Delta H + H) = x + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{8Q_1^2}{g\pi^2 D_1^4} + hp_{A1}$$

Despejando la presión en el punto 1:

$$\frac{P_1}{\gamma} = (\Delta H + H) - 32276.12Q_1^2 - hp_{A1}$$



- Aplicando Bernoulli entre A y 2, (tubería 2) con Datum en 2.

$$(x + \Delta H + H) = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{8Q_2^2}{g\pi^2 D_2^4} + hp_{A2}$$

Despejando la presión en el punto 2:

$$\frac{P_2}{\gamma} = (\Delta H + H + x) - 8262685.72Q_2^2 - hp_{A2}$$

Resolviendo la diferencia de presión: $hp_{A2} = hp_{A1}$

$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma} = -(x + 0.8442) = -x - 32276.12Q_1^2 + 8262685.72Q_2^2$$

Donde se obtiene:

$$-0.8442 = -32276.12Q_1^2 + 8262685.72Q_2^2 \qquad ec.1$$

Las pérdidas de energía a la mitad de los tramos de las tuberías son iguales:

$$hp_{A1} = 0.02\frac{8}{(0.040)^5}\frac{8Q_1^2}{g\pi^2} = 0.04\frac{8}{(0.010)^5}\frac{8Q_2^2}{g\pi^2}$$

$$Q_1^2 = 2048Q_2^2$$

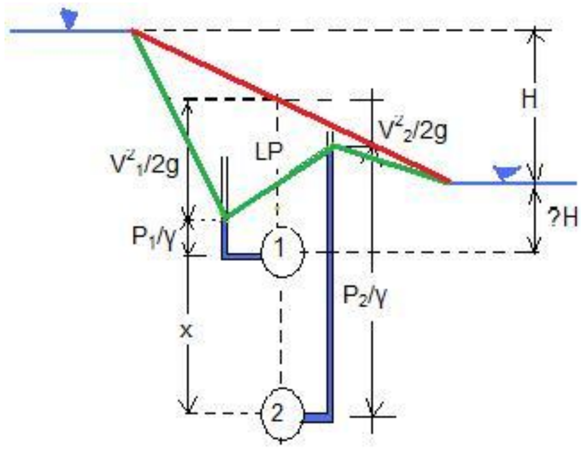
Introduciendo esta relación en la Ec. 1, obtenemos los siguientes valores para los caudales en cada tramo. Q_1 = 5.47 lps y Q_2 = 0.121 lps.

b. Calculando la altura H.

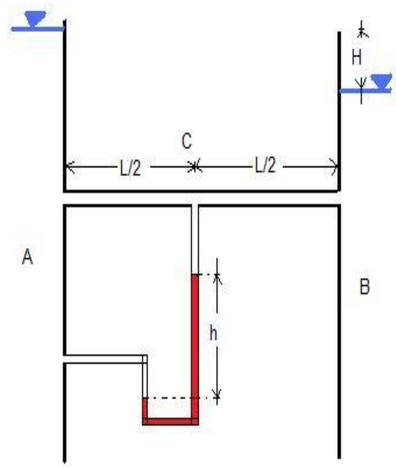
Aplicando Bernoulli entre los niveles de los depósitos. (Escogiendo la tubería 1)

$$H = \lambda_1 \frac{L}{D_1^5}\frac{8Q_1^2}{g\pi^2} = 0.02\frac{8}{(0.040)^5}\frac{8(0.00547)^2}{g\pi^2} = 3.86\ m$$

La interpretación energética seria:



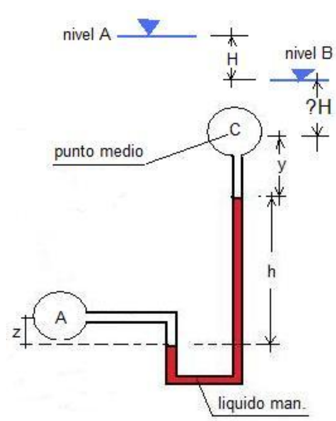
81. Determinar el caudal Q, de aceite desde el depósito A al depósito B y la diferencia de nivel H, si la lectura del manómetro diferencial h = 440 mm de mercurio. La longitud del tramo L = 10 m y su diámetro d = 20 mm y rugosidad absoluta de 0.01 mm. La densidad del aceite es de 850 kg/m3 y su viscosidad cinemática de 4.0 x 10^{-6} m^2/s.



Aplicando Bernoulli entre el nivel del depósito A y C.

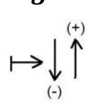
$$(\Delta H + H) = \frac{P_c}{\gamma} + \frac{{V_c}^2}{2g} + \lambda \frac{L}{D^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2}$$

Despejando la presión:



$$\frac{P_c}{\gamma} = (\Delta H + H) - \frac{8Q^2}{g\pi^2 D^4}\left[1 + \lambda\frac{L}{D}\right] \quad ec.1$$

Del manómetro diferencial:



Despejando la presione en C:

$$\frac{P_C}{\gamma} = \frac{P_A}{\gamma} - (y - z) - \frac{\rho^*_{hg}}{\rho^*_a}h$$

Calculando la presión en A, desde el nivel del recipiente A y aplicando la ecuación fundamental de la hidrostática:

$$\frac{P_A}{\gamma} = (H + \Delta H + y + h - z)$$

La presión en el punto C, finalmente:

$$\frac{P_C}{\gamma} = (H + \Delta H + y + h - z) - (y - z) - \frac{\rho^*_{hg}}{\rho^*_a} h$$

$$\frac{P_C}{\gamma} = (H + \Delta H) + \left(1 - \frac{\rho^*_{hg}}{\rho^*_a}\right) h \quad ec.2$$

Igualando las Ec. 1 y 2:

$$(\Delta H + H) - \frac{8Q^2}{g\pi^2 D^4}\left[1 + \lambda\frac{L}{D}\right] = (H + \Delta H) + \left(1 - \frac{\rho^*_{hg}}{\rho^*_a}\right) h$$

$$-\frac{8Q^2}{g\pi^2 D^4}\left[1 + \lambda\frac{L}{D}\right] = \left(1 - \frac{\rho^*_{hg}}{\rho^*_a}\right) h$$

$$-\frac{8Q^2}{g\pi^2 (0.02)^4}\left[1 + \lambda\frac{10}{2(0.02)}\right] = \left(1 - \frac{1.36}{0.85}\right) 0.44 \quad \rightarrow \quad 6.6 = 516417.86Q^2(1 + 250\lambda)$$

Despejando el caudal y calculando el número de Reynolds:

$$Q = \sqrt{\frac{1.278\ x\ 10^{-5}}{1 + 250\lambda}}$$

y

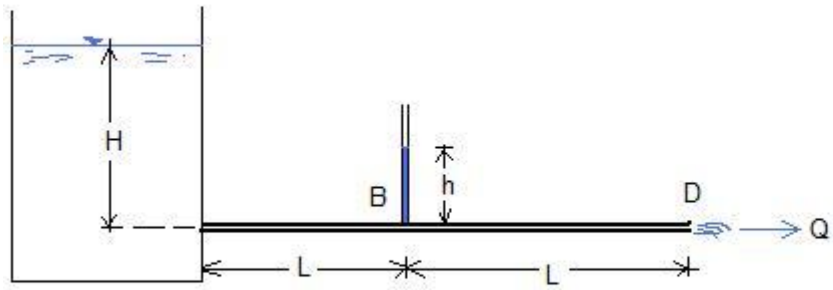
$$R = \frac{4Q}{\pi D \nu} = \frac{4Q}{\pi(0.02)(4x10^{-6})} = 1.6\ x\ 10^{7} Q$$

Para la solución de la ecuación se tendría que hacer a través de un proceso de iteraciones, donde se supondría un valor del coeficiente de fricción para el tramo de λ=0.030, después se obtiene un valor para el caudal y con este se calculara el número de Reynolds para el tramo y de la misma forma el coeficiente de fricción corregido. La determinación del caudal en el tramo se obtendría cuando el coeficiente de fricción del tramo de forma consecutiva sea prácticamente igual.

LAMBDA	Q(m3/s)	R	10D/E	500D/E	TIPO	Q(lps)
0.0300	0.00123	1.95E+04	2.00E+04	1.00E+06	TUBO LISO	1.23
0.0267	0.00129	2.05E+04	2.00E+04	1.00E+06	TRANSICION	1.29
0.0273	0.00128	2.03E+04	2.00E+04	1.00E+06	TRANSICION	1.28
0.0274	0.00128	2.03E+04	2.00E+04	1.00E+06	TRANSICION	1.28
0.0274	0.00128	2.03E+04	2.00E+04	1.00E+06	TRANSICION	1.28

El caudal seria Q = 1.28 lps y la carga H = 11.58 m se obtiene aplicando Bernoulli entre los niveles de los depósitos.

82. Desde el depósito se conduce agua a la atmosfera a través de una tubería horizontal con una longitud de L = 10 m, diámetro d = 40 mm con una carga H = 10 m, dando como resultado, que el nivel el piezómetro instalado a la mitad de la longitud de la tubería es de h = 4.5 m. ¿Determinar el caudal Q y el coeficiente de rozamiento de la tubería?



Aplicando Bernoulli entre el nivel del depósito A y la posición del piezómetro, Datum en B.

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{{V_A}^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{{V_B}^2}{2g} + hp_{AB}$$

$$H = h + \frac{8Q^2}{g\pi D^4} + \lambda \frac{L}{D^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2} \quad \Rightarrow \quad (H - h) = \frac{8Q^2}{g\pi D^4}\left(1 + \lambda \frac{L}{D}\right) \quad ec.1$$

Aplicando Bernoulli entre el nivel del depósito A y la descarga en D, Datum en B.

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{{V_A}^2}{2g} = Z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{{V_D}^2}{2g} + hp_{AD}$$

$$H = \frac{8Q^2}{g\pi^2 D^4}\left[1 + \lambda \frac{2L}{D}\right] \quad \Rightarrow \quad 10 = \frac{8Q^2}{g\pi^2 (0.04)^4}\left[1 + \lambda \frac{2(10)}{0.04}\right]$$

Despejando el valor del coeficiente de fricción:

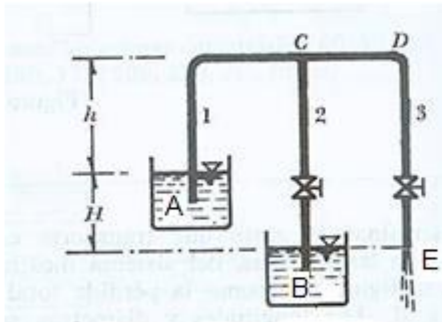
$$\lambda = 0.002\left[\frac{3.10\ x\ 10^{-4}}{Q^2} - 1\right]$$

Introduciendo en la Ec. 1:

$$5.5 = 32276.12Q^2\left[1 + 0.002\left(\frac{3.10\ x\ 10^{-4}}{Q^2} - 1\right)\frac{10}{0.04}\right]$$

Resolviendo obtenemos, Q = 5.5 lps y λ = 0.0185

83. El sifón mostrado tiene la siguientes características geometrías: L_1= 50 m; D_1= 75 mm, λ_1= 0.025; L_2= 100 m; D_2= 50 mm, λ_2= 0.028; L_3= 150 m; D_3= 75 mm, λ_3 = 0.025. a) Determinar la carga H, necesaria para que Q_2 = 3 lps, b) si h = 2 m y longitud del tramo CD de 20 m, determinar en qué punto (C o D) se presenta la mínima presión y calcular la magnitud de esta.



a) Determinando la carga H, necesaria para Q_2 = 3 lps.

Determinando las pérdidas en la tubería 2.

$$hp_2 = 0.028\frac{100}{(0.05)^5}\frac{8(0.003)^2}{g\pi^2} = 6.66\ m$$

Aplicando Bernoulli entre C y B: si $H = z + {}^{P}/_{\gamma} + {}^{V^2}/_{2g}$. Datum en B.

$$H_C = H_B + hp_2 \longrightarrow \ H_C = hp_2 = 6.66\ m$$

Aplicando Bernoulli entre C y E:

$$H_C = H_E + hp_3 \longrightarrow \ 6.66 = \frac{8Q_3^2}{g\pi^2(0.075)^4} + 0.025\frac{150}{(0.075)^5}\frac{8Q_3^2}{g\pi^2}$$

$$6.66 = 133182.26Q_3^2 \ \therefore \ Q_3 = 7.07\ lps$$

Donde $Q_1 = Q_2 + Q_3$ = 3.0 + 7.07 = 10.07 lps.

Aplicando Bernoulli entre A y B:

$$H_A = H_B + hp_1 + hp_2 \longrightarrow \ H = hp_1 + hp_2 = 0.025\frac{50}{(0.075)^5}\frac{8(0.01007)^2}{g\pi^2} + 6.66 = 4.42 + 6.66 = 11.08\ m$$

b) Determinando en qué punto se presenta la mínima presión en el sifón.

Aplicando Bernoulli entre A y C:

$$H_A = H_C + hp_1 \longrightarrow \ 11.08 = H_C + 4.42 \ \therefore \ H_C = 6.66\ m$$

La presión en el punto C: si z_C = H+h

$$H_C = z_C + \frac{P_C}{\gamma} + \frac{V_C^2}{2g} \quad \longrightarrow \ \frac{P_C}{\gamma} = 6.66 - (11.64 + 2.0) - \frac{8(0.01007)^2}{g\pi^2(0.075)^4} = -7.28\ mca$$

Aplicando Bernoulli entre C y D:

$$H_C = H_D + hp_{CD} \longrightarrow \ 6.66 = H_D + \ 0.025\frac{20}{(0.075)^5}\frac{8(0.00707)^2}{g\pi^2} \ \therefore \ H_D = 6.66 - 0.87 = 5.79m$$

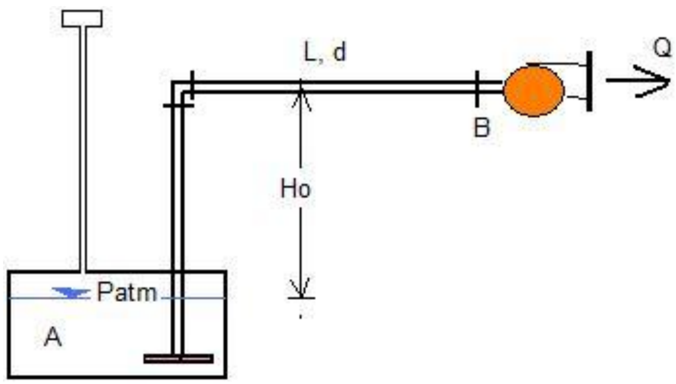
La presión en el punto D: si z_D = H+h

$$H_D = z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{V_D^2}{2g} \quad \longrightarrow \quad \frac{P_D}{\gamma} = 5.79 - (11.64 + 2.0) - \frac{8(0.00707)^2}{g\pi^2(0.075)^4} = -7.72\, mca$$

La presión mínima que se presenta en el sifón está en el punto D:

$$\frac{P_C}{\gamma} = -7.28\, mca > \frac{P_D}{\gamma} = -7.72\, mca$$

84. Determine el caudal Q de petróleo, si la presión absoluta en la sección de succión de la bomba es de 42 KPa. Cuantifique las perdidas locales como el 10% de las perdidas por fricción. Densidad del petróleo es de 750 kg/m^3 y su ν = 0.01x10-6 m^2/s. El diámetro de la tubería es de 100 mm, L = 120 m, ε = 0.1 mm. H_o = 3.8 m, la presión en el depósito es de P_{atm} = 101 KPa.



Aplicando Bernoulli entre A y B, Datum en A.

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{{V_A}^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{{V_B}^2}{2g} + hp_{AB}$$

$$0 + \frac{101\,x10^3}{(750)(9.81)} = 3.8 + \frac{42\,x10^3}{(750)(9.81)} + \frac{8Q^2}{g\pi^2(0.1)^4} + 1.1\lambda\frac{120}{(0.1)^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2}$$

$$13.73 = 3.8 + 5.71 + 826.268Q^2 + 1090674.515\lambda Q^2$$

Despejando el caudal:

$$Q = \frac{2.054}{\sqrt{826.268 + 1090674.515\lambda}}$$

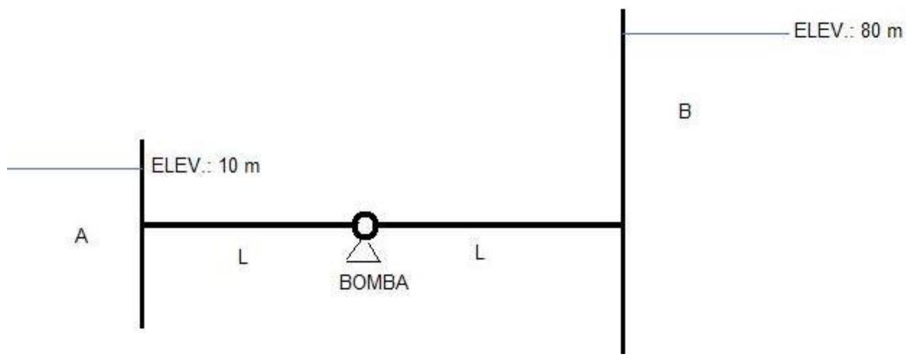
Para la solución de la ecuación se tendría que hacer a través de un proceso de iteraciones, donde se supondría un valor del coeficiente de fricción para el tramo de λ=0.030, después se obtiene un valor para el caudal y con este se calculara el número de Reynolds para el tramo y de la misma forma el coeficiente de fricción corregido. La determinación del caudal en el tramo se obtendría cuando el coeficiente de fricción del tramo de forma consecutiva sea prácticamente igual.

LAMBDA	Q(m3/s)	R	10D/E	500D/E	TIPO	Q(lps)

0.0300	0.01121	1.43E+07	1.00E+04	5.00E+05	TURBULENTO	11.21
0.0196	0.01380	1.76E+07	1.00E+04	5.00E+05	TURBULENTO	13.80
0.0196	0.01380	1.76E+07	1.00E+04	5.00E+05	TURBULENTO	13.80

El valor del caudal es de 13.80 lps.

85. Que potencia de bomba (eficiencia 85%) se requiere para una razón de flujo de 0.01 m^3/s en la figura. ¿A qué distancia máxima del depósito de la izquierda puede colocarse la bomba?, (ε=0.0015 mm, $\boldsymbol{\nu}$ = 1.141x10^{-6} m^2/s, D=4 cm, L=400m).



BOMBA ENTRE DEPOSITOS

Para determinar la potencia de la bomba, se aplicara Bernoulli entre los depósitos A y B:

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{{V_A}^2}{2g} + H_B = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{{V_B}^2}{2g} + hp_{friccion}$$

$$H_B = hp_{friccion} + (Z_B - Z_A)$$

Calculando las pérdidas por fricción: $R = \frac{4Q}{\pi D \upsilon}$

Clasificación de flujo y determinación del coeficiente de fricción:

R	10D/E	500D/E	TIPO	LAMBDA
2.79E+05	2.67E+05	1.33E+07	TRANSICION	0.0142

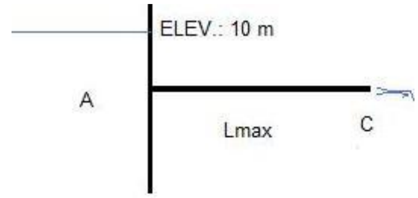
$$hp_{friccion} = 0.0142 \frac{80050}{(0.04)^5} \frac{800(0.01)^2}{g\pi^2} = 916.64\ m$$

- Por lo tanto la altura de la bomba y su potencia seria:

$$H_B = 916.64 + 70 = 986.64\ m$$

$$P_B = \frac{\gamma H_B Q}{75\eta} = \frac{(1000)(986.64)(0.01)}{75(0.85)} = 154.77\ CV$$

Para obtener la distancia máxima, se tendrá que gastar la energía inicial de la elevación de 10 m, para que el líquido recorra esta distancia y que actué la presión atmosférica y su carga de velocidad se puede despreciar.

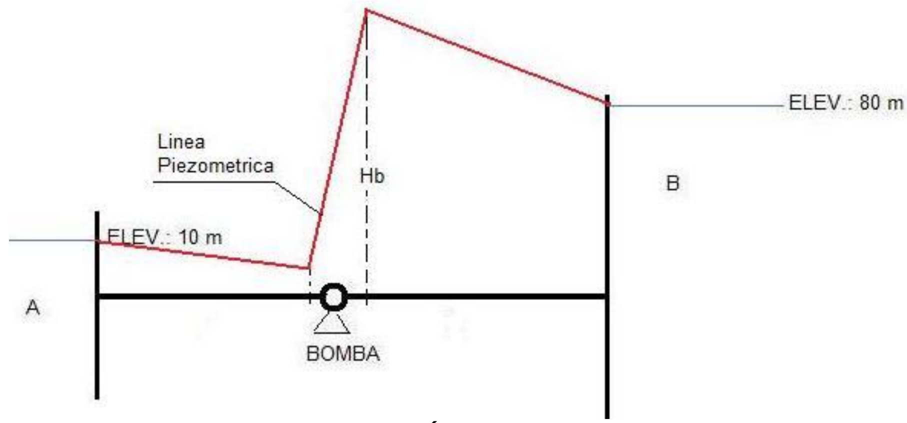


UBICACION DE LA BOMBA

Aplicando Bernoulli entre el depósito A y la descarga en C:

$$10 = \lambda \frac{L_{max}}{D^5} \frac{8Q^2}{g\pi^2} = 0.0142 \frac{L_{max}}{0.04^5} \frac{8(0.01)^2}{g\pi^2}$$

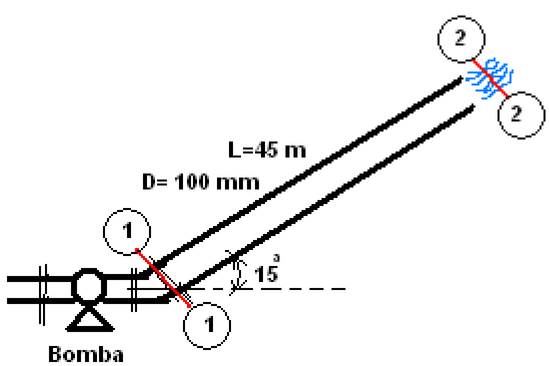
Despejando la L_{max}= 8.75 m. Esta distancia puede ser menor para que la bomba trabaje a carga positiva. La línea piezometrica se presentaría como:



TRAZADO DE LÍNEA PIEZOMETRICA

86. A través de un tubo recto de 100 mm de diámetro y 45 m de longitud, inclinado a 15 grados con respecto a la horizontal, se bombea glicerina (densidad relativa de 1.26 y viscosidad absoluta de 0.9 Pa.s) bajo un régimen de 20 lps. La presión de medidor en el extremo más bajo (de entrada) del tubo, es de 590 KPa. ¿Calcúlese la presión en el extremo de la salida del tubo. Haga todos los esquemas.

Haciendo el esquema:



Aplicando Bernoulli entre la sección (1-1) y (2-2): Datum en la sección (1-1)

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma_{glicerina}} + \frac{V_1{}^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma_{glicerina}} + \frac{V_2{}^2}{2g} + hp_{friccion} \qquad ec.1$$

Conversiones:

$$\frac{P_1}{\gamma_{glicerina}} = \frac{590000}{(9.81)(1000)(1.26)} = 47.73\ m$$

Calculando las pérdidas por fricción:

- El número de Reynolds:

$$R = \frac{4Q}{\pi D v} = \frac{4(0.020)(1.26x10^3)}{\pi(0.1)(0.9)} = 356.51$$

Se observa que el número de Reynolds igual a 356.51 es menor que 2000, por lo tanto el tipo de flujo es laminar, el coeficiente de fricción se calcula como:

$$\lambda = \frac{64}{R} = \frac{64}{356.51} = 0.1795$$

- las pérdidas por fricción serian:

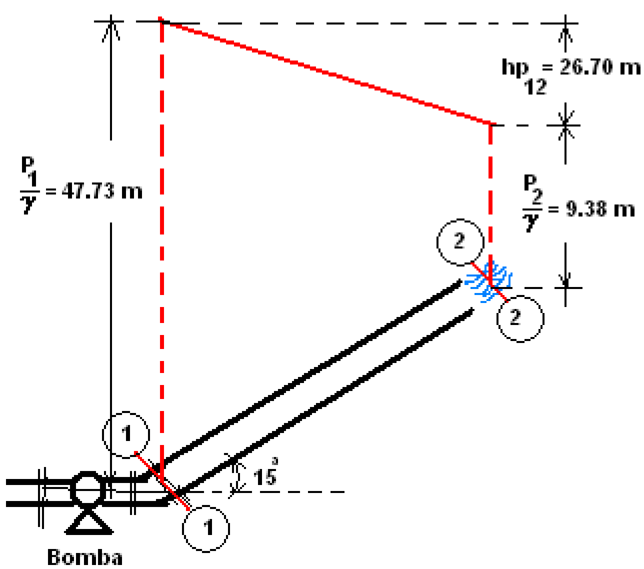
$$hp_{friccion} = \lambda \frac{L}{D^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2} = (0.1795)\frac{(45)}{(0.1)^5}\frac{8(0.020)^2}{g\pi^2} = 26.70\ m$$

Sustituyendo estos valores en la ec. 1:

$$\frac{P_1}{\gamma_{glicerina}} = 11.65 + 47.73 + 26.70 \ = \ 9.38\ m$$

$$P_1 = (9.38)(9.81)(1000)(1.26) = 115.95\ KPa$$

Trazando la línea Piezometrica



87. Cuando el caudal de agua en tubo liso dado, es de 114 lps, el factor de fricción es de 0.060. ¿Qué factor de fricción se esperaría si el caudal aumenta a 684 lps.

a) Cuando el Q= 114 lps

- Determinando el número de Reynolds para el tipo de flujo en tubos lisos

$$\lambda = 0.060 = \frac{0.3146}{R^{0.25}} \quad \rightarrow \quad R = \left(\frac{0.3146}{0.060}\right)^{\frac{1}{0.25}} = 755.84$$

$$R = 755.84 = \frac{4Q}{\pi D \upsilon} \quad \rightarrow \quad \pi D \upsilon = \frac{4(0.114)}{755.84} = 6.03x10^{-4} = const$$

b) Determinando el factor de fricción para un caudal de 684 lps

- El número de Reynolds seria

$$R = \frac{4Q}{\pi D \upsilon} \quad = \frac{4(0.684)}{6.03x10^{-4}} = 4535.04$$

- Determinando el coeficiente de fricción para el tipo de flujo en tubos lisos

$$\lambda = \frac{0.3146}{R^{0.25}} = \frac{0.3146}{(4535.04)^{0.25}} = 0.0386$$

Hay una disminución del 36% del coeficiente de fricción cuando el caudal aumenta de 114 lps a 684 lps

88. Determinar el diámetro adecuado para una tubería de 305 m de longitud que transporta 57 lps de aceite, en la cual se debe vencer una carga de 13.6 m, debida a las perdidas por fricción. A la temperatura de trabajo, el peso específico del aceite es de 900 Kgf/m^3 y la viscosidad dinámica de 0.14646 kg s. /m^2. Calcular también la potencia hidráulica que la bomba debe proporcionar al fluido. Haga el esquema.

Las pérdidas por fricción seria:

$$hp_{friccion} = \lambda \frac{L}{D^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2} \quad \rightarrow \quad 13.6 = \lambda \frac{305}{D^5}\frac{8(0.057)^2}{g\pi^2} \quad \rightarrow \quad D = 0.3597\sqrt[5]{\lambda}$$

El número de Reynolds:

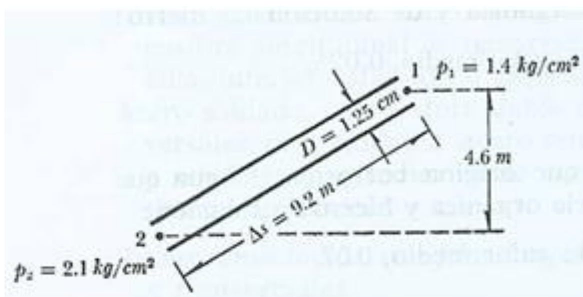
$$R = \frac{4Q}{\pi D \upsilon} \quad = \frac{4(0.057)(900)}{\pi D(0.14646)(0.91)} = \frac{45.461}{D}$$

Resolviendo por iteraciones:

λ	D(m)	R	TIPO DE FLUJO	Observación
0.0300	0.1784	2.55E+02	LAMINAR	
0.2509	0.2728	1.67E+02	LAMINAR	iterar
0.3837	0.2970	1.53E+02	LAMINAR	iterar
0.4177	0.3021	1.51E+02	LAMINAR	iterar
0.4249	0.3031	1.50E+02	LAMINAR	iterar
0.4263	0.3033	1.50E+02	LAMINAR	iterar
0.4266	0.3033	1.50E+02	LAMINAR	iterar
0.4267	0.3033	1.50E+02	LAMINAR	parar
0.4267	0.3034	1.50E+02	LAMINAR	parar

Por lo tanto el diámetro seria D= 0.3034 m = 30.34 cm = 11.94 plg, se propone un diámetro comercial de D= 12 plg.

55. Determine la dirección del flujo en el tubo mostrado en la figura, así como el caudal que transporta, donde γ = 800 kgf/m^3, μ = 0.14x10^{-2} kg seg. /m^2.

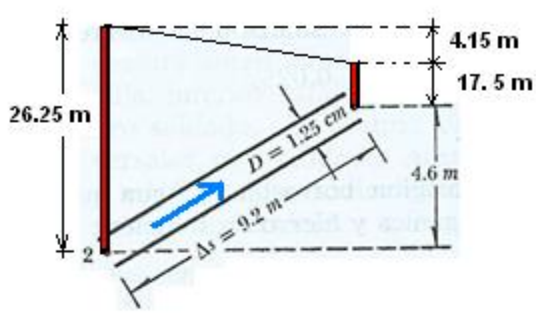


Determinando la carga en las secciones (1-1) y (2-2): (Datum en 2-2), donde V_1=V_2

$$H_1 = Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = 4.6 + \frac{1.4x10^4}{800} + 0 = 22.10\ m$$

$$H_2 = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} = 0 + \frac{2.1x10^4}{800} + 0 = 26.25\ m$$

a) Determinando la dirección del flujo:



Como la carga H_2=26.25 m > H_1=22.10 m, se concluye que el flujo va del punto 2 al punto 1.

b) Determinando el caudal transportado:

$$hp_{friccion} = \lambda \frac{L}{D^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2} \quad \rightarrow \quad 4.15 = \lambda \frac{9.2}{(0.0125)^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2}$$

$$\rightarrow \quad Q = \frac{4.082x10^{-5}}{\sqrt{\lambda}}$$

El número de Reynolds.

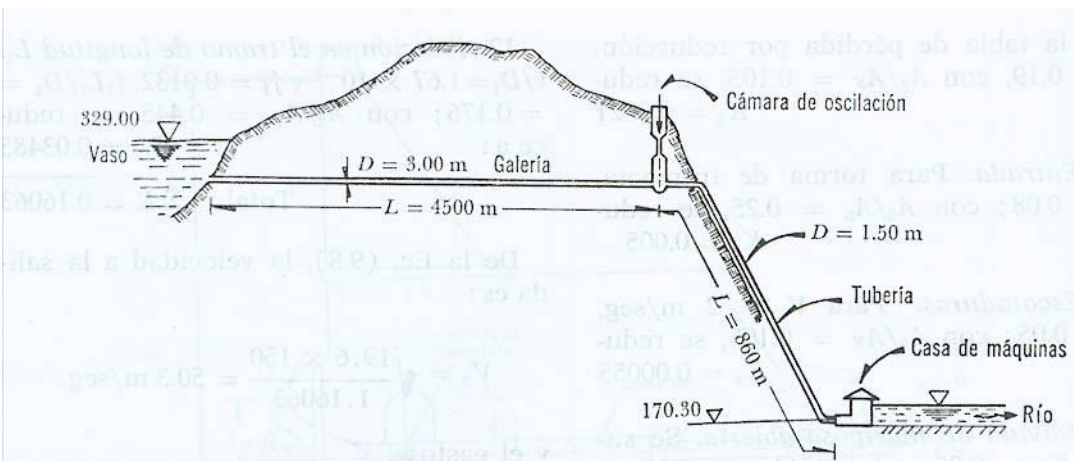
$$R = \frac{4Q}{\pi D v} = \frac{4(4.082x10^{-5})}{\pi(0.0125)(17.17x10^{-6})\sqrt{\lambda}} \rightarrow R\sqrt{\lambda} = 242.14022$$

Resolviendo por iteraciones

λ	Q(m^3/s)	R	TIPO	Q(lps)	Observación
0.0700	0.00015	9.15E+02	LAMINAR	0.154	
0.0699	0.00015	9.16E+02	LAMINAR	0.154	parar
0.0699	0.00015	9.16E+02	LAMINAR	0.154	parar

Por lo tanto el caudal seria de Q= 0.154 lps

89. La instalación hidroeléctrica, con la geometría mostrada en la figura, abastece agua a una casa de máquinas un caudal de 8.98 m^3/s. La instalación consta de una galería con acabado interior de cemento (ε = 1.5 mm) de 3.0 m de diámetro, una cámara de oscilación y una tubería de acero soldado (ε = 0.075 mm), nuevo, de 1.50 m de diámetro. Determinar: a) la carga neta sobre las maquinas, b) la potencia neta en kw que produce el sistema, si las maquinas tienen una eficiencia de un 82%, c) el nivel de la superficie del agua en la cámara de oscilación que, para las condiciones del flujo permanente, actúa como un simple tubo de presión. ν = 1.45x10^{-6} m^2/s.



a) Determinando la carga neta sobre las maquinas.

- Aplicando Bernoulli entre el vaso y la salida de la tubería en la casa de maquina

$$329 = 170.30 + \frac{P_t}{\gamma} + \frac{V_t^2}{2g} + hp_{vt}$$

- Perdidas por fricción

- En la galería:

$$R = \frac{4Q}{\pi D v} = \frac{4(8.98)}{\pi(3)(1.45x10^{-6})} = 2.63x10^6$$

Clasificación de flujo y determinación del coeficiente de fricción:

CALCULO DEL COEFICIENTE DE FRICCION			
$10\frac{D}{\varepsilon}$	$500\frac{D}{\varepsilon}$	TIPO	λ
2.00E+04	1.00E+06	TURBULENTO	0.0164

Las pérdidas de energía:

$$hp_{galeria} = 0.0164\frac{4500}{(3)^5}\frac{8(8.98)^2}{g\pi^2} = 2.03\ m$$

- En el tubo:

$$R = \frac{4Q}{\pi D\upsilon} = \frac{4(8.98)}{\pi(1.5)(1.45x10^{-6})} = 5.26x10^6$$

Clasificación de flujo y determinación del coeficiente de fricción:

CALCULO DEL COEFICIENTE DE FRICCION			
$10\frac{D}{\varepsilon}$	$500\frac{D}{\varepsilon}$	TIPO	λ
2.00E+05	1.00E+07	TRANSICION	0.0098

Las pérdidas de energía:

$$hp_{galeria} = 0.0098\frac{860}{(1.5)^5}\frac{8(8.98)^2}{g\pi^2} = 7.39\ m$$

La carga neta sobre las maquinas seria:

$$\frac{P_t}{\gamma} + \frac{{V_t}^2}{2g} = 158.7 - (2.03 + 7.39) = 149.28\ m$$

b) La potencia neta del sistema:

$$P = \frac{\gamma Q H_{neta}}{\eta} = \frac{(1000)(8.98)(149.28)}{(0.82)} = 1634798.05\ kgf.m/s$$

$$P = \frac{\gamma Q H_{neta}}{75\eta} = \frac{(1000)(8.98)(149.28)}{75(0.82)} = 21797.31\ cv$$

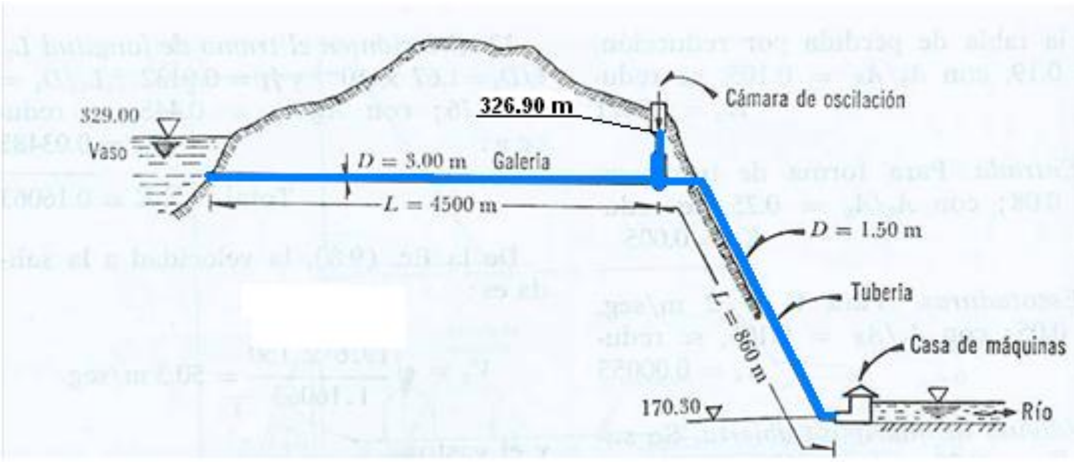
$$P = \frac{\frac{\gamma Q H_{neta}}{75\eta}}{0.736} = \frac{\frac{(1000)(8.98)(149.28)}{75(0.82)}}{0.736} = 29615.91\ Kwatt$$

c) Determinando el nivel de la superficie del agua en la cámara:

- Aplicando Bernoulli entre el vaso y la cámara

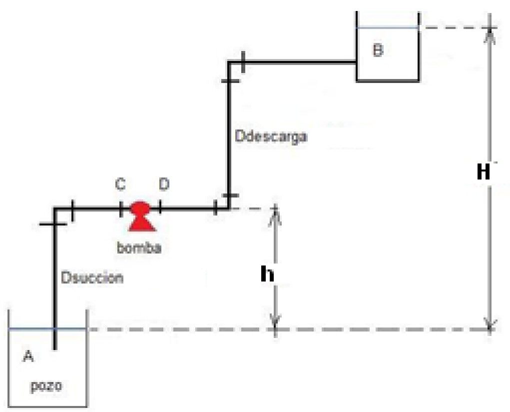
$$329 = Z_C + \frac{P_C}{\gamma} + \frac{8Q^2}{g\pi^2 D^4} + hp_{vg}$$

$$329 = Z_C + 0 + \frac{8(8.98)^2}{g\pi^2(3)^4} + 2.02 \quad \rightarrow Z_C = 326.90\ m$$



90. Por medio de una bomba, se extrae agua de un pozo colector y se descarga en un tanque donde el nivel del agua es de 80 m arriba del nivel del pozo. Los diámetros de las tuberías de succión y de descarga son de 100 mm y 50 mm respectivamente. Las secciones de entrada y salida de la bomba se encuentran en el mismo plano horizontal, 6 m arriba del nivel del agua del pozo. La pérdida en la tubería de succión es igual a dos veces la altura de velocidad en esa tubería y la de descarga equivale a 25 veces la altura de velocidad en esa tubería. La bomba transmite una potencia de 40 Kw, la presión en la entrada de la bomba es de - 7 mca. Calcule el caudal que pasa por la bomba. Dibuje la línea Piezometrica. Haga el esquema.

Haciendo el esquema.



a) Determinando el caudal.

- Aplicando Bernoulli entre A y B (Datum en A)

$$H_B = 80 + hp_{AB}$$

- Las pérdidas de energía:

$$hp_{AB} = 2\frac{8Q^2}{g\pi^2(0.1)^4} + 25\frac{8Q^2}{g\pi^2(0.05)^4} = 332159.97Q^2$$

- La altura de bomba:

$$P = \frac{\gamma QH}{75\eta} \quad \rightarrow \quad \frac{40}{0.736} = 54.5 = \frac{(1000)QH_B}{75\left(^{100}/_{100}\right)} \quad \rightarrow \quad H_B = \frac{4.09}{Q}$$

Introduciendo estos valores en la ecuación de Bernoulli:

$$\frac{4.09}{Q} = 80 + 332159.97Q^2$$

Resolviendo la ecuación, se tiene un caudal de Q= 19.65 lps y la altura de la bomba seria:

$$H_B = \frac{4.09}{0.01965} = 208.14\ m$$

b) Determinando las cargas Piezometricas de la bomba:

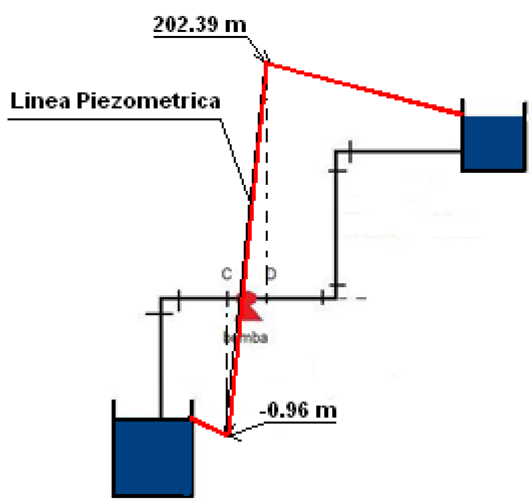
- Altura Piezometrica en la sección de succión de la bomba, aplicando Bernoulli entre A y C

$$0 = \left(z + \frac{P}{\gamma}\right)_s + \frac{8(0.01965)^2}{g\pi^2(0.1)^4} + 2\frac{8(0.01965)^2}{g\pi^2(0.1)^4} \rightarrow \left(z + \frac{P}{\gamma}\right)_s = -0.96\ m$$

- Altura Piezometrica de la sección de descarga de la bomba, aplicando Bernoulli entre C y D

$$\left(z + \frac{P}{\gamma}\right)_s + \frac{8Q^2}{g\pi^2 D_s^4} + H_B = \left(z + \frac{P}{\gamma}\right)_d + \frac{8Q^2}{g\pi^2 D_d^4}$$

$$\left(z + \frac{P}{\gamma}\right)_d = -0.96 + \frac{8(0.01965)^2}{g\pi^2(0.1)^4} + 208.14 - \frac{8(0.01965)^2}{g\pi^2(0.05)^4} = 202.39\ m$$

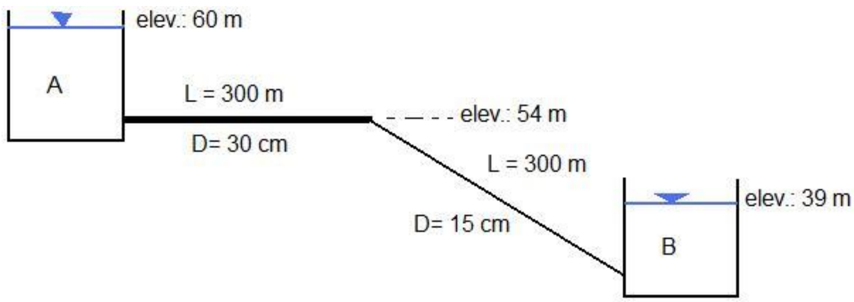


TRAZADO DE LA LINEA PIEZOMETRICA

10. HAZEN WILLIAMS - PERDIDAS POR FRICCION

91. Un tubo horizontal de 300 mm y de 300 m de largo sale de un deposito con elevación de superficie de 60 m, en la elevación 54 m, esta línea se conecta, con contracción súbita, con un tubo de 150 mm y de 300 m de longitud que va hacia la elevación 30 m, en donde entra en un deposito con elevación de superficie 39 m. Suponiendo un C = 100. ¿Calcule el régimen de flujo a través de la línea?

Haciendo un esquema del sistema planteado.



Aplicando Bernoulli entre A y B.

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^{\,2}}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^{\,2}}{2g} + hp_{AB}$$

$$60 = 39 + 10.67\left(\frac{Q}{100}\right)^{1.852}\left[\frac{300}{(0.3)^{4.87}} + \frac{300}{(0.15)^{4.87}}\right]$$

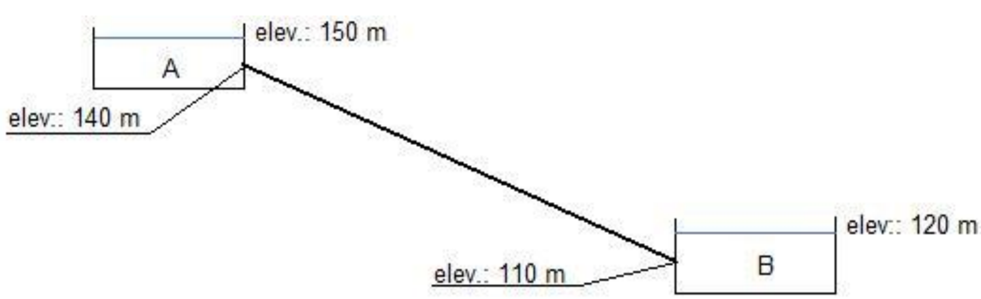
Despejando el caudal:

$$Q = 0.04434\ {m^3}/{s} = 44.34\ lps$$

92. Una tubería de 30 cm de diámetro y de 3.2 km de largo se encuentra tendida sobre una pendiente uniforme entre dos depósitos de elevación de superficie de 150 y 120 m, respectivamente, entrando a los depósitos a 10 m debajo de las superficies. El régimen de flujo a través de la línea es inadecuado y se instala una bomba en la elevación 125 m, para aumentar la capacidad de la línea. Suponiendo un C=100, ¿Qué potencia se requerirá en la bomba para bombear 170 lps, pendiente a bajo, a través de la línea? Diagrámese con precisión las líneas Piezometrica y de carga, antes y después de la instalación de la bomba.

a) Haciendo un esquema del sistema a resolver, tenemos:

- Antes de la instalación de la bomba.



P.40.- LINEA INADECUADA ENTRE DEPOSITOS

Aplicando Bernoulli entre A y B:

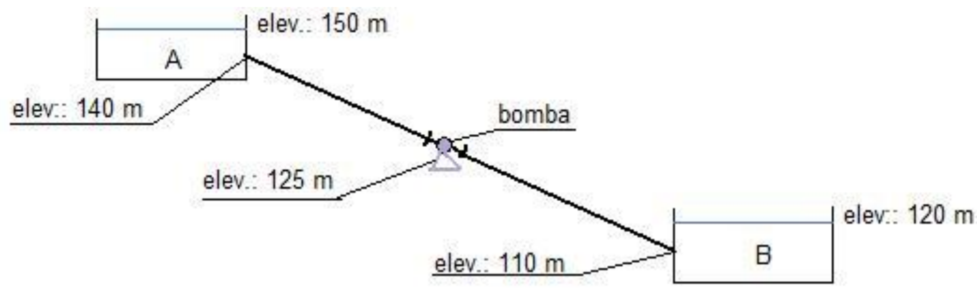
$$Z_A - Z_B = hp_{AB}$$

Calculando las pérdidas:

$$hp_{AB} = 10.67(\frac{0.17}{100})^{1.852}\frac{3200}{(0.3)^{4.87}} = 89.23\ m$$

Se observa que la energía de posición disponible por la diferencia de cotas es de 30 m y la que se necesita para vencer las resistencias hidráulicas son de 89.23 m, por lo tanto se confirma la línea es inadecuada para el flujo de 170 lps, por lo tanto es necesario la instalación de la bomba.

- Después de la instalación de la bomba



P.40.- LINEA CON BOMBA INSTALADA

Aplicando Bernoulli entre A y B, pero con la bomba instalada.

$$(Z_A - Z_B) + H_B = hp_{AB}$$

La altura de la bomba necesaria:

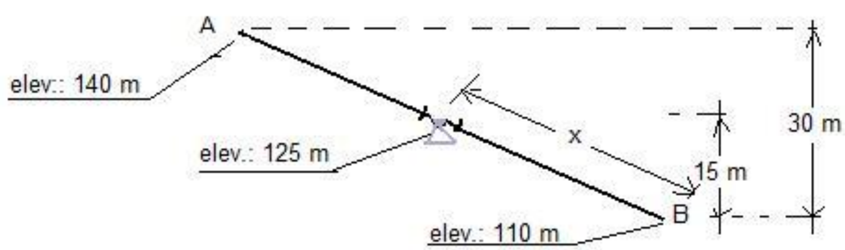
$$H_B = (120 - 150) + 89.23 = 59.23\ m$$

Su potencia:

$$P_B = \frac{(1000)(0.17)(59.23)}{75(\frac{100}{100})} = 134.25\ CV$$

b) Haciendo los diagramas de las línea Piezometrica y de carga.

- Determinando la longitud sobre la línea de la ubicación de la bomba:



Por relación de triángulo se determina la longitud sobre la línea de la ubicación de la bomba, o sea:

$$\frac{3200}{30} = \frac{x}{15} \therefore\ x = 1600\ m$$

Las pérdidas de energía de A hasta la ubicación de la bomba:

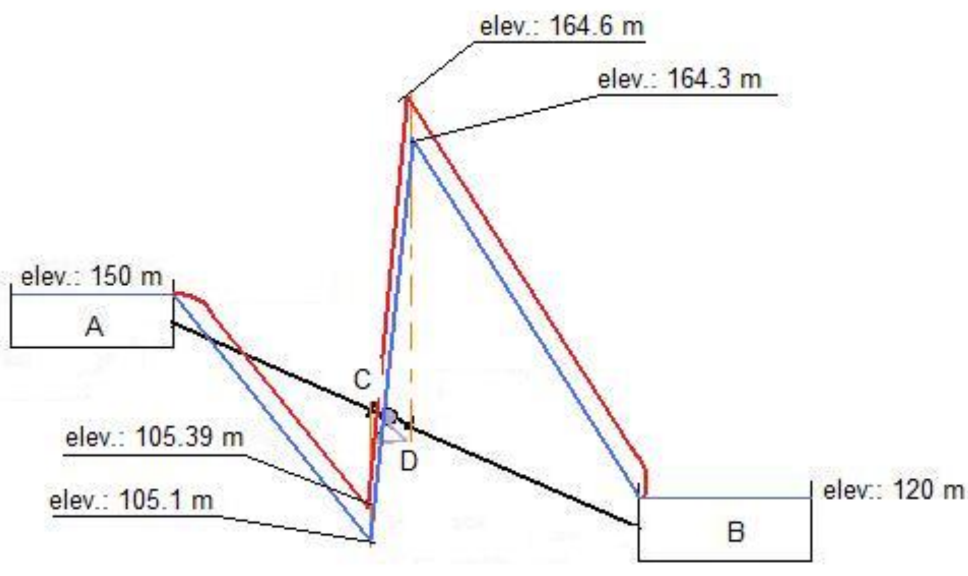
$$hp_{A-bomba} = 10.67(\frac{0.17}{100})^{1.852}\frac{1600}{(0.3)^{4.87}} = 44.61\ m$$

Su carga de velocidad:

$$\frac{V^2}{2g}=\frac{8Q^2}{g\pi^2D^4}=\frac{8(0.17)^2}{g\pi^2(0.3)^4}=0.29\ m$$

Puntos	A	C	D	B
Carga(H)	150.0	105.39	164.6	120.0
hp tramo	0.0	44.61	0.0	44.61
$\frac{V^2}{2g}$	0.0	0.29	0.29	0.0
$(z+\frac{P}{\gamma})$	150.0	105.1	164.3	120.0
L	0	1600	10	1600

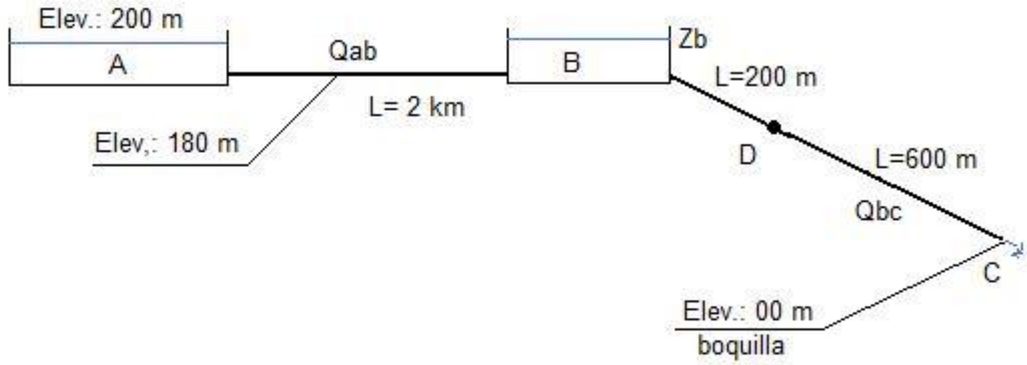
Construyendo la gráfica:



TRAZADO DE LINEAS PIEZOMETRICA Y DE CARGA

93. Un lago A, en el que la superficie libre se mantiene constante a la cota 200, esta comunicado a un recipiente B mediante una galería horizontal de 2 km de longitud y de 1.5 m de diámetro, con el eje situado a la cota 180. Del recipiente B a la misma cota de 180, parte un conducto de acero de 600 m de longitud, que descarga a la cota 0, al aire libre. Este conducto BC está constituido sucesivamente por un tramo de 200 m de longitud y 500 mm de diámetro, un tramo de 400 m de longitud y 300 m de diámetro, una boquilla tronconica de 100 mm de abertura y en la que las pérdidas de carga valen $\mathbf{0.1}\,{\mathbf{V^2}}/{\mathbf{2g}}$, en donde V es la velocidad de salida en la boquilla. Determine: a) el caudal, b) la carga utilizable, c) el nivel del agua en el recipiente B y d) las líneas de carga y piezometrica con una aproximación de 0.1 m. utilice la ecuación de Hazen – Williams (C =150).

Haciendo un esquema de sistema hidráulico planteado:



a) Determinar el caudal.

Aplicando Bernoulli entre **A** y **B**, obtenemos:

$$\boldsymbol{200 = Z_B + hp_{AB}}$$

$$\boldsymbol{hp_{AB} = 10.67\left(\frac{Q_{AB}}{C}\right)^{1.852}\frac{L}{D^{4.87}} = 10.67\left(\frac{Q_{AB}}{150}\right)^{1.852}\frac{2000}{(1.5)^{4.87}} = 0.2764Q_{AB}^{1.852}}$$

Donde:

$$\boldsymbol{Z_B = 200 - 0.2764Q_{AB}^{1.852}} \quad \boldsymbol{ec.(1)}$$

Aplicando Bernoulli entre **B** y **C**.

$$\boldsymbol{Z_B = \frac{8Q_{BC}^2}{g\pi^2 D_C^4} + 0.1\frac{8Q_{BC}^2}{g\pi^2 D_C^4} + hp_{BC}}$$

$$\boldsymbol{hp_{BC} = 10.67\left(\frac{Q_{AB}}{C}\right)^{1.852}\left[\frac{200}{(0.5)^{4.87}} + \frac{600}{(0.3)^{4.87}}\right] = 216.01Q_{BC}^{1.852}}$$

$$\boldsymbol{Z_B = 908.9Q_{BC}^2 + 216.01Q_{BC}^{1.852}} \quad \boldsymbol{ec.(2)}$$

Igualando las ecuaciones (1) y (2), obtenemos:

$$\boldsymbol{200 - 0.2764Q_{AB}^{1.852} = 908.9Q_{BC}^2 + 216.01Q_{BC}^{1.852}}$$

Si Q_{AB}= Q_{BC}= Q_o tenemos:

$$\boldsymbol{200 = 908.9Q_o^2 + 216.2864Q_o^{1.852}}$$

Resolviendo la ecuación anterior: $Q_o = 0.4161\ {m^3}/{s} = 416.1\ lps$. Introduciendo este valor en la Ec. (1) se obtiene un valor de $Z_B = 199.95\ m$.

b) La carga utilizable en los puntos A a B va ser igual a las perdidas hp_{AB} y de B a C, a la cota Z_B, o sea:

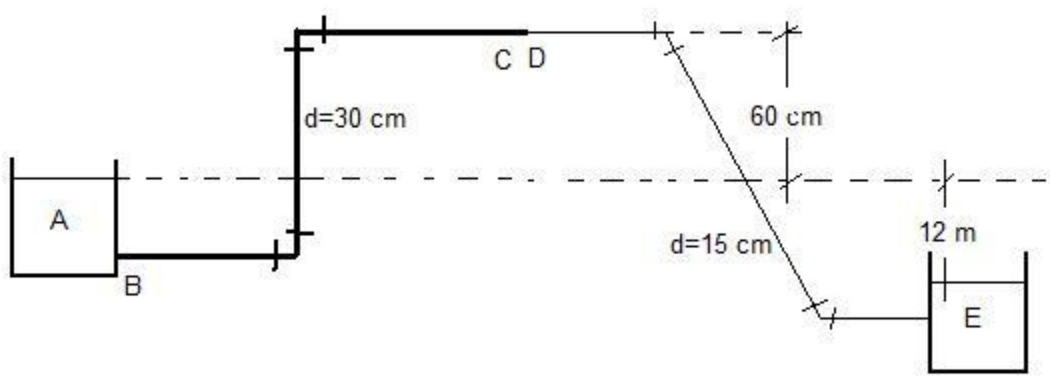
$$hp_{AB} = 0.2764(0.4161)^{1.852} = 0.055\ m \quad y \quad Z_B = 199.95\ m$$

El inciso d) el alumno deberá construir su gráfica.

11. PERDIDAS LOCALES CON DW Y HW

94. Un aceite de densidad relativa 0.761 fluyendo desde el depósito A al depósito E, según se muestra en la figura. Determine: a) el caudal en lps, b) la presión en C en kgf/cm^2, c) la potencia en C en CV, tomando como Datum en el punto E. Las distintas perdidas de carga están dadas por la siguiente tabla.

Tramo	AB	BC	CD	DE
Perdidas (m)	0.80 $V^2/2g$	8.0 $V^2/2g$	0.5 $V^2/2g$	8.0 $V^2/2g$



a) Determinando el caudal:

Aplicando Bernoulli entre **A** y **E**, obtenemos:

$$12 = hp_{AE}$$

$$12 = \frac{8Q^2}{g\pi^2}\left[\frac{0.80}{(0.3)^4} + \frac{8.0}{(0.3)^4} + \frac{0.50}{(0.15)^4} + \frac{8.0}{(0.15)^4}\right]$$

Despejando el caudal: Q=0.09013 m^3/s = 90.13 lps

b) Determinando la presión en el punto **C**.

Aplicando Bernoulli entre **A** y **C**. (γ=1000 kgf/m^3). El Datum está en el punto **E**.

$$12 = 12.6 + \frac{P_C}{\gamma} + \frac{8(0.09013)^2}{g\pi^2(0.3)^4} + 8.8\frac{8(0.09013)^2}{g\pi^2(0.3)^4}$$

por lo tanto: $\frac{P_C}{\gamma} = -1.412\ m.\ P_C = -1.412(0.761)(1000) = -1.075\ {}^{kgf}/_{m^2} = -0.1075\ {}^{kgf}/_{cm^2}$

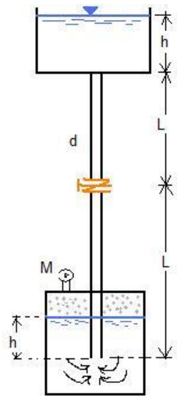
c) La potencia en el punto **C**. ($P_C = \gamma QH$)

La carga en el punto C seria: (CV= 0.736 Kwatt= 0.986 HP)

$$H = z + \frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} = 12.6 - 1.412 + 0.083 = 11.271\ m$$

$$P_C = (1000)(0.09013)(11.271) = 773.066\ watt = 0.569\ CV$$

95. Se quiere trasegar agua al depósito elevado a través de una tubería vertical (d= 25 mm, L= 3 m, h= 0.5 m) debido a la presión M en el depósito inferior. Determine esta presión M, si el caudal es de 1.5 lps. El $K_{valvula}$ = 9.3, ε = 0.2 mm, $\upsilon = 1x10^{-6}\ m^2/s$.



Aplicando Bernoulli entre los depósitos. (Datum en el nivel del depósito inferior)

$$Z_i + \frac{P_M}{\gamma} + \frac{{V_i}^2}{2g} = Z_s + \frac{P_s}{\gamma} + \frac{{V_s}^2}{2g} + hp_{is}$$

$$\frac{P_M}{\gamma} = 2L + hp_{is} \qquad ec.1$$

$$hp_{Ais} = hp_{friccion} + hp_{locales}$$

Las pérdidas de energía:

- Numero de Reynolds:

$$R = \frac{4Q}{\pi D v} = \frac{4(00015)}{\pi(0.025)(1\ x\ 10^{-6})} = 7.64\ x\ 10^4$$

Chequeando el intervalo para clasificar el flujo.

$$R = 7.64\ x\ 10^4 > 500\frac{D}{\varepsilon} = 6.25\ x\ 10^4$$

El régimen se clasifica como flujo en turbulento, por lo tanto el coeficiente de fricción se calcula como:

$$\lambda = 0.11(\frac{\varepsilon}{D})^{0.25} = 0.11\left(\frac{0.2}{25}\right)^{0.25} = 0.0328$$

$$hp_{friccion} = \lambda\frac{L}{D^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2} = 0.0328\frac{6}{(0.025)^5}\frac{8(0.0015)^2}{g\pi^2} = 3.75\ m$$

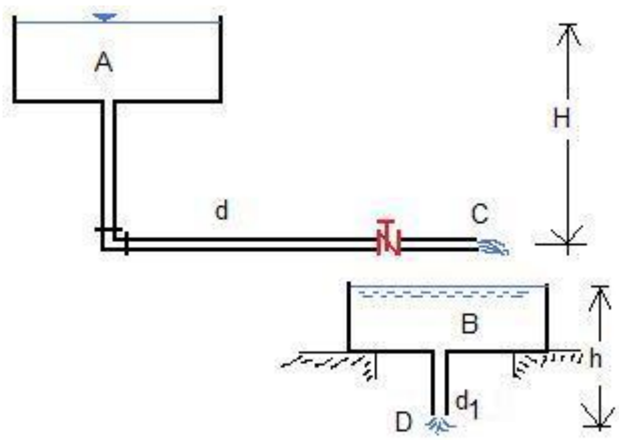
$$hp_{local} = \frac{8Q^2}{g\pi^2 D^4}(K_{valvula}) = \frac{8(0.0015)^2}{g\pi^2(0.025)^4}(9.3) = 4.43\ m$$

La presión M, en el depósito inferior, seria:

$$\frac{P_M}{\gamma} = 2(3) + 3.75 + 4.43 = 14.18\ m$$

P_M = 14.18 (1000) (9.81) = 139.11 KPa

96. Desde el depósito A se conduce agua al depósito B a través de una tubería con una longitud total de L_t= 10 m, diámetro d = 80 mm. Desde el depósito B, el agua se descarga a la atmósfera a través de una tobera de d_1 = 80 mm, el coeficiente de descarga es μ=0.82, K_{codo} = 0.3, $K_{valvula}$ = 4 y λ = 0.03. Determinar la carga H en depósito A, necesaria mantener el nivel en depósito B de h = 1.5 m.



Aplicando Bernoulli entre B y D. (Datum en D)

$$Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B{}^2}{2g} = Z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{V_D{}^2}{2g} + hp_{BD}$$

$$h = \frac{V_D{}^2}{2g} + hp_{BD}$$

Donde la pérdida es debida ocasionada por el flujo en el orificio, la cual se determina como:

$$hp_{BD} = \xi \frac{V_D^2}{2g}$$

Despejando la velocidad de salida del orificio:

$$V = \sqrt{\frac{2gh}{1+\xi}} = \frac{1}{\sqrt{1+\xi}}\sqrt{2gh}$$

Donde: φ – el coeficiente de velocidad del flujo a través del orificio.

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1+\xi}} \qquad \longrightarrow \qquad V = \varphi\sqrt{2gh}$$

De la ecuación de continuidad:

$$Q = VA = \left(\varphi\sqrt{2gh}\right)(\varepsilon A) = \mu A\sqrt{2gh}$$

Donde ε – coeficiente de contracción de la vena contraída del área del flujo por el orificio.
A – el área de la sección transversal de la tubería del flujo por el orificio.
μ = φ ε - coeficiente de gasto a través del orificio

Calculando el caudal:

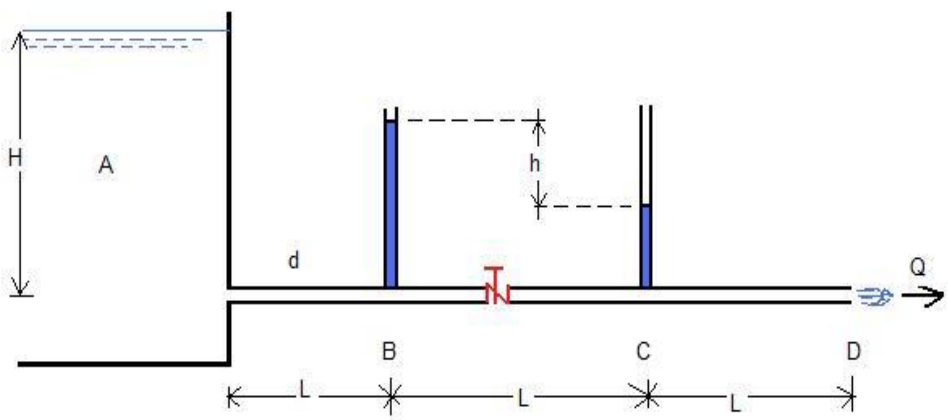
$$Q = 0.82\frac{\pi}{4}(0.08)^2\sqrt{2*9.81*1.5} = 0.02236\ {m^3}/{s}$$

Aplicando Bernoulli entre A y C para determinar la carga del depósito A para que deba mantener el nivel del depósito B:

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{{V_A}^2}{2g} = Z_C + \frac{P_C}{\gamma} + \frac{{V_C}^2}{2g} + hp_{AC}$$

$$H = \frac{8(0.02236)^2}{g\pi^2(0.08)^4} + 0.03\frac{10}{(0.08)^5}\frac{8(0.02236)^2}{g\pi^2} + (4+0.3)\frac{8(0.02236)^2}{g\pi^2(0.08)^4} = 9.13\ m$$

97. El depósito descarga agua hacia la atmósfera a través de una tubería horizontal, en la cual se instala dos piezómetros. El diámetro de la tubería es de d = 50 mm, longitud de los tres tramos es de L = 4 m que distribuye los piezómetros. 1) Determinar la carga H en el depósito y su caudal Q, cuando la válvula está totalmente abierta, y se establece una diferencia de altura en los piezómetro de h = 3 m. ε = 0.5 mm, υ = 1.0x10-6 m^2/s. 2) Como varia el caudal y la diferencia de altura en los piezómetros h con las misma condiciones de carga pero $K_{vallvua}$ = 30. Construir la línea de carga totales.



a) Determinando el caudal y la carga H, cuando la válvula está totalmente abierta.

Aplicando Bernoulli entre B y C.

$$Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{{V_B}^2}{2g} = Z_C + \frac{P_C}{\gamma} + \frac{{V_C}^2}{2g} + hp_{BC}$$

$$\frac{P_B}{\gamma} - \frac{P_C}{\gamma} = hp_{BC} \quad , \quad \frac{P_B}{\gamma} - \frac{P_C}{\gamma} = h \quad , \quad hp_{BC} = \lambda\frac{L}{D^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2}$$

$$3 = \lambda\frac{4}{(0.05)^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2}$$

Despejando el caudal y calculando el valor del Reynolds:

$$Q = \frac{1.684\ x\ 10^{-3}}{\sqrt{\lambda}} \quad , \quad R = \frac{4Q}{\pi D\nu} = \frac{4Q}{\pi(0.05)(1x10^{-6})} = 2.55\ x\ 10^7 Q$$

Para la solución de la ecuación se tendría que hacer a través de un proceso de iteraciones o a través de la ecuación de Colebrook. Por Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -0.86ln\left(\frac{\frac{\epsilon}{D}}{3.7} + \frac{2.51}{R\sqrt{\lambda}}\right)$$

$$R\sqrt{\lambda} = \sqrt{2g\frac{D^3}{\nu^2}\frac{hp}{L}}$$

De las últimas ecuaciones tenemos:

$$\mathrm{R}\sqrt{\lambda} = (1.684 \text{ x } 10^{-3})(2.55 \text{ x } 10^{7}) = 4.29 \text{ x } 10^{4}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -0.86ln\left(\frac{\frac{0.5}{50}}{3.7} + \frac{2.51}{4.29 \text{ x } 10^{4}}\right) = 5.067$$

El valor del coeficiente de fricción es de 0.0389 y su caudal:

$$Q = 1.684\ x\ 10^{-3} * 5.067 * 1000 = 8.53\ lps$$

Aplicando Bernoulli entre A y D, para determinar la carga H:

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{{V_A}^2}{2g} = Z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{{V_D}^2}{2g} + hp_{AD}$$

$$H = \frac{8(0.00853)^2}{g\pi^2(0.05)^4} + 0.0389\frac{12}{(0.05)^5}\frac{8(0.00853)^2}{g\pi^2} = 9.94\ m$$

b) Aplicando Bernoulli entre A y D, cuando la válvula esta semi cerrada.

$$H = 9.94 = \frac{8Q^2}{g\pi^2(0.05)^4}(1 + 30) + \lambda\frac{12}{(0.05)^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2} = 9.94\ m$$

$$9.94 = 409829.21Q^2 + 3172871.32\lambda Q^2$$

Despejando el caudal:

$$Q = \frac{3.153}{\sqrt{409829.21 + 3172871.32\lambda}}$$

Para la solución de la ecuación se tendría que hacer a través de un proceso de iteraciones, donde se supondría un valor del coeficiente de fricción para el tramo de λ=0.030, después se obtiene un valor para el caudal y con este se calculara el número de Reynolds para el tramo y de la misma forma el coeficiente de fricción corregido. La determinación del caudal en el tramo se obtendría cuando el coeficiente de fricción del tramo de forma consecutiva sea prácticamente igual.

LAMBDA	Q(m3/s)	R	10D/E	500D/E	TIPO	Q(lps)
0.0300	0.00444	1.13E+05	1.00E+03	5.00E+04	TURBULENTO	4.44
0.0348	0.00437	1.11E+05	1.00E+03	5.00E+04	TURBULENTO	4.37
0.0348	0.00437	1.11E+05	1.00E+03	5.00E+04	TURBULENTO	4.37
0.0348	0.00437	1.11E+05	1.00E+03	5.00E+04	TURBULENTO	4.37
0.0348	0.00437	1.11E+05	1.00E+03	5.00E+04	TURBULENTO	4.37

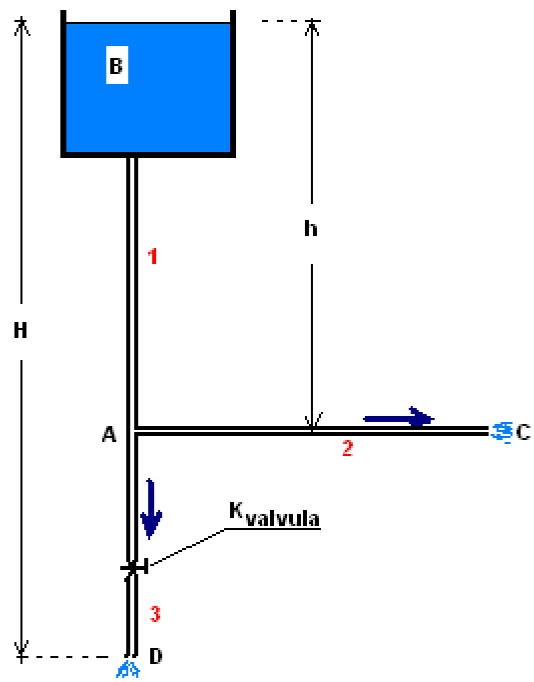
Resultando un caudal de Q = 4.37 lps.
Aplicando Bernoulli entre B y C, para determinar la diferencia de altura de los piezómetros:

$$hp_{BC} = h = K_{valvula}\frac{8Q^2}{g\pi^2 D^4} + \lambda\frac{L}{D^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2}$$

$$h = 30\frac{8(0.00437)^2}{g\pi^2(0.05)^4} + 0.0348\frac{4}{(0.05)^5}\frac{8(0.00437)^2}{g\pi^2} = 7.57\ m$$

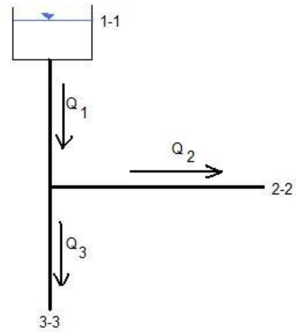
Al estudiante deberá graficar la línea de carga totales.

98. El sistema de tubos tiene la siguiente geometría: $L_2 = L_3 = 25$ m, $L_1 = 50$ m; $D_2 = D_3 = 50$ mm; ε= 0.2 mm; H = 10 m, h = 7 m, $\upsilon = 0.01$ cm^2/s. El caudal Q = 5 lps, en las dos tuberías que descargan. Calcular el diámetro D_1 y el coeficiente de perdida Kv de la válvula, en la tubería 3.



a) Dado que las tuberías 2 y 3, tienen caudales y geometría iguales, las características hidráulicas son las mismas :

R	$10\frac{\varepsilon}{D}$	$500\frac{\varepsilon}{D}$	TIP
1.27E+05	2.50E+03	1.25E+05	TURBU



$$hp_2 = hp_3 = 0.0277\frac{25}{(0.05)^5}\frac{8(0.005)^2}{g\pi^2} = 4.57\ m$$

Haciendo un esquema.

b) Aplicando Bernoulli entre 1 y 2 (Datum en la tubería 2)

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1{}^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2{}^2}{2g} + hp_1 + hp_2$$

$$7 = \frac{8(0.005)^2}{g\pi^2(0.05)^4} + hp_1 + 4.57 \quad \longrightarrow \quad hp_1 = 7 - 0.33 - 4.57 = 2.1\ m$$

$$hp_1 = \lambda_1\frac{50}{D_1^5}\frac{8(0.01)^2}{g\pi^2} = 2.1 \quad \therefore \quad D_1 = 0.181\sqrt[5]{\lambda_1}$$

Para la solución de la ecuación se tendría que hacer a través de un proceso de iteraciones, donde se supondría un valor del coeficiente de fricción para el tramo de λ=0.030, después se obtiene un valor para el diámetro y con este se calculara el número de Reynolds para el tramo y de la misma forma el coeficiente de fricción corregido. La determinación del diámetro del tramo se obtendría cuando el coeficiente de fricción del tramo de forma consecutiva sea prácticamente igual.

λ	D(m)	R	$10\frac{D}{\varepsilon}$	$500\frac{D}{\varepsilon}$	TIPO	$\frac{\varepsilon}{D}$
0.0300	0.090	1.41E+05	4.50E+03	2.25E+05	TRANSICION	0.00222
0.0251	0.087	1.47E+05	4.34E+03	2.17E+05	TRANSICION	0.00230
0.0252	0.087	1.46E+05	4.35E+03	2.17E+05	TRANSICION	0.00230
0.0252	0.087	1.46E+05	4.35E+03	2.17E+05	TRANSICION	0.00230

El diámetro del tramo L_1 es de D_1=0.087 m = 87 mm para que produzca una pérdida de 2.1 m.

c) Aplicando Bernoulli entre 1 y 3, Datum en 3, para calcular el coeficiente de la válvula:

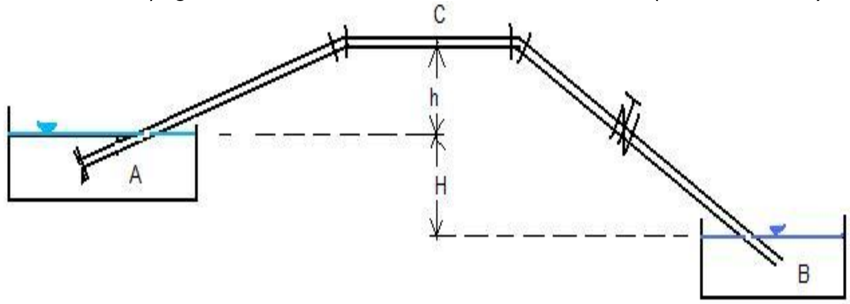
$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1{}^2}{2g} = Z_3 + \frac{P_3}{\gamma} + \frac{V_3{}^2}{2g} + hp_1 + hp_3 + k_{valvula}\frac{V_3^2}{2g}$$

$$10 = 0.33 + 2.1 + 4.57 + k_{valvula}\frac{V_3^2}{2g} \qquad \therefore \quad 3 = k_{valvula}\frac{V_3^2}{2g}$$

Despejando el coeficiente de fricción de la válvula:

$$si \quad \frac{V_3^2}{2g} = 0.33\ m \quad \rightarrow k_{valvula} = \frac{3}{0.33} = 9.09$$

99. A través del sifón, para el cual se conoce H = 6 m necesario para entregar un caudal de Q = 50 lps con la condición que el vaccum en las secciones de la tubería no excédalos 7 m. La sección peligrosa (C-C) esta h = 4 m por encima del nivel superior, la longitud del tramo de este nivel es de L_1 = 100 m y el restante es de L_2 = 60 m. ($K_{entrada}$ = 5, $K_{valvula}$ = 13). ¿Determine el diámetro de la tubería d? ($\lambda = 0.02 / d^{1/3}$)



Aplicando Bernoulli entre A y C. Datum en A.

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{{V_A}^2}{2g} = Z_C + \frac{P_C}{\gamma} + \frac{{V_C}^2}{2g} + hp_{AC}$$

$$0 = h + \frac{P_C}{\gamma} + \frac{8Q^2}{g\pi D^4} + hp_{AC}$$

$$hp_{AC} = hp_{local} + hp_{friccion} = 5\frac{8Q^2}{g\pi D^4} + \frac{0.02}{D^{1/3}}\frac{100}{D^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2}$$

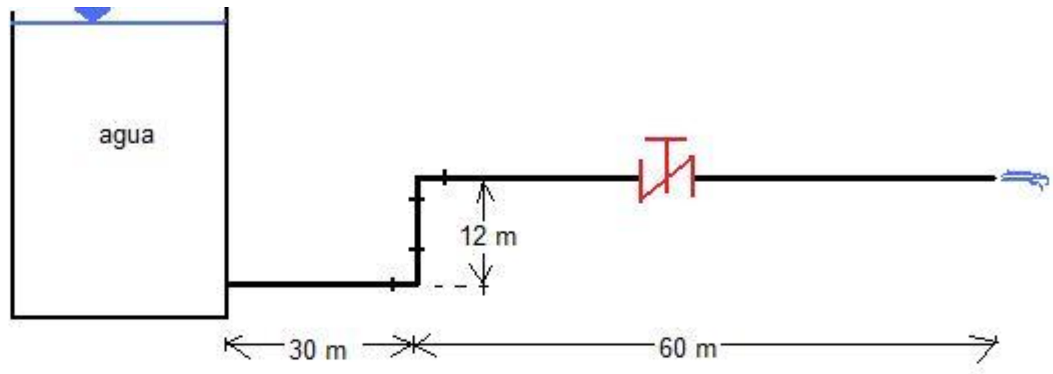
Si la presión en el punto C es de – 7 mca, tenemos:

$$0 = 4 - 7 + \frac{8Q^2}{g\pi D^4} + 5\frac{8Q^2}{g\pi D^4} + \frac{0.02}{D^{1/3}}\frac{100}{D^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2}$$

$$0 = -3 + \frac{8Q^2}{g\pi D^4}\left(6 + \frac{2}{D^{4/3}}\right)$$

Resolviendo la ecuación, tenemos: D = 0.19985 m, o sea D = 200 mm

100. Encuentre la descarga por la tubería con H = 10 m. Determine la perdida de carga H, para un caudal de 60 lps. D = 150 mm, $\varepsilon / D = 0.0017$, $\nu = 1.01 \times 10^{-6}$ m^2/s, Kcodo = 0.90, $K_{valvula}$ = 5, $K_{entrada}$ = 0.5.



Aplicando Bernoulli entre la superficie del depósito y la descarga de la tubería (Datum en la descarga)

$$H = \frac{8Q^2}{g\pi^2 D^4} + hp_f + hp_{local} \quad ec.1$$

La carga de velocidad en función del caudal:

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{8Q^2}{g\pi^2 D^4} = \frac{8Q^2}{g\pi^2 (0.15)^4} = 163.21Q^2$$

la pérdida por fricción en función del caudal:

$$hp_f = \lambda \frac{102}{(0.15)^5} \frac{8Q^2}{g\pi^2} = 110985\lambda Q^2$$

La pérdida local en función del caudal:

$$hp_{local} = [2(0.90) + 5 + 0.5] \frac{8Q^2}{g\pi^2 (0.15)^4} = 1191.43Q^2$$

Sustituyendo en la Ec.1.

$$H = 163.21Q^2 + 110985\lambda Q^2 + 1191.43Q^2$$

Se encuentra una ecuación general para resolver los dos incisos del problema:

$$H = Q^2(1354.643 + 110985\lambda)$$

a) Determinando la descarga con H = 10 m.

Despejando el caudal:

$$Q = \sqrt{\frac{10}{13543643 + 110985\lambda}}$$

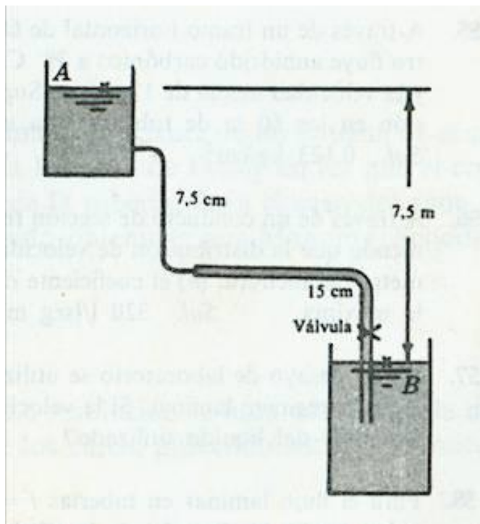
Para la solución de la ecuación se tendría que hacer a través de un proceso de iteraciones, donde se supondría un valor del coeficiente de fricción para el tramo de λ=0.030, después se obtiene un valor para el caudal y con este se calculara el número de Reynolds para el tramo y de la misma forma el coeficiente de fricción corregido. La determinación del caudal en el tramo se obtendría cuando el coeficiente de fricción del tramo de forma consecutiva sea prácticamente igual.

LAMBDA	Q	R	10D/E	500D/E	TIPO
0.0300	0.0462	3.92E+05	5.88E+03	2.94E+05	TURBULENTO
0.0223	0.0511	4.34E+05	5.88E+03	2.94E+05	TURBULENTO
0.0223	0.0511	4.34E+05	5.88E+03	2.94E+05	TURBULENTO

El caudal seria de Q= 0.0511 m^3/s = 51.1 lps.

Al estudiante deberá resolver el siguiente inciso.

101. A través del sistema mostrado fluye agua a 30 grados centígrados. Las tuberías tiene una rugosidad absoluta de 0.0046 cm. y sus longitudes son de 50 m, la del diámetro de 7.5 cm. y 30 m, la del diámetro de 15 cm. Los coeficientes de resistencias locales son: K_{codo} de 7.5 = 0.40, K_{codo} de 15 = 0.6, $K_{valvula}$ = 3.0, υ = 0.68E-6 m^2/s. Determine el caudal.



Aplicando Bernoulli entre los depósitos A y B:

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{{V_A}^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{{V_B}^2}{2g} + hp_{friccion} + hp_{locales}$$

$$(Z_A - Z_B) = hp_{friccion} + hp_{locales} \quad ec(1)$$

Las pérdidas por fricción seria:

$$hp_{friccion} = \lambda_{7.5}\frac{50}{(0.075)^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2} + \lambda_{15}\frac{30}{(0.15)^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2}$$

$$hp_{friccion} = 1740944.481\lambda_{7.5}Q^2 + 32642.71\lambda_{15}Q^2 \quad ec(2)$$

Las perdidas locales seria:

$$hp_{locales} = 2K_{codo\ de\ 7.5}\frac{8Q^2}{g\pi^2 D_{7.5}^4} + (K_{codo\ de\ 15} + K_{valvula})\frac{8Q^2}{g\pi^2 D_{15}^4}$$

$$hp_{locales} = 2(0.40)\frac{8Q^2}{g\pi^2(0.075)^4} + (0.6 + 3.0)\frac{8Q^2}{g\pi^2(0.15)^4}$$

$$hp_{locales} = 2089.13Q^2 + 587.57Q^2 = 2676.7Q^2 \quad ec(3)$$

Sustituyendo los resultados de las Ec. 2 y 3 en la Ec. 1:

$$7.5 = 1740944.481\lambda_{7.5}Q^2 + 32642.71\lambda_{15}Q^2 + 2676.7Q^2$$

Despejando el caudal tendríamos la siguiente ecuación en función de los coeficientes de fricción de los tramos:

$$Q = \sqrt{\frac{7.5}{1740944.481\lambda_{7.5} + 32642.71\lambda_{15} + 2676.7}}$$

Para la solución de esta ecuación se tendría que hacer a través de un proceso de iteraciones, donde se supondría valores de los coeficientes de fricción para ambos tramos de λ=0.030, después se obtiene un valor del caudal y con este se calcularían los números de Reynolds para cada tramo y de la misma forma los coeficientes de fricción corregidos. La solución del caudal se obtendría cuando los coeficientes de fricción de los tramos de forma consecutivas sean prácticamente iguales.

Cálculos de los números de Reynolds de los tramos: $R = \frac{4Q}{\pi D v}$

$$R_{7.5} = \frac{4Q}{\pi(0.075)(0.68\,x\,10^{-6})} = 24965481.27Q$$

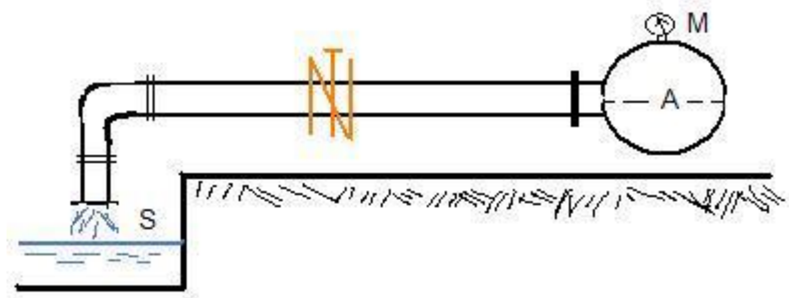
$$R_{15} = \frac{4Q}{\pi(0.15)(0.68\,x\,10^{-6})} = 12482740.63Q$$

Para los cálculos de las iteraciones se pueden tabular:

	Tubería de diámetro de 7.5 cm					Tubería de diámetro de 15 cm				
Q	LAMBDA	R	10D/E	500D/E	TIPO	LAMBDA	R	10D/E	500D/E	TIPO
0.0116	0.0300	2.89E+05	1.63E+04	8.15E+05	TRANSICION	0.0300	1.45E+05	3.26E+04	1.63E+06	TRANSICION
0.0144	0.0188	3.61E+05	1.63E+04	8.15E+05	TRANSICION	0.0184	1.80E+05	3.26E+04	1.63E+06	TRANSICION
0.0145	0.0185	3.63E+05	1.63E+04	8.15E+05	TRANSICION	0.0178	1.81E+05	3.26E+04	1.63E+06	TRANSICION
0.0145	0.0185	3.63E+05	1.63E+04	8.15E+05	TRANSICION	0.0178	1.82E+05	3.26E+04	1.63E+06	TRANSICION
0.0145	0.0185	3.63E+05	1.63E+04	8.15E+05	TRANSICION	0.0178	1.82E+05	3.26E+04	1.63E+06	TRANSICION

Por lo tanto el caudal es de 0.0145 m^3/s = 14.5 lps.

102. Del recipiente cerrado A con una presión de M = 245 KPa descarga a través de una tubería horizontal de longitud de 45 m. ($K_{valvula}$ = 4, K_{salida}= 0.3). Determine el diámetro d, de la tubería, si la recamara se abastece de agua con 36 m^3 con un tiempo de 30 minutos. (λ = 0.02 / $d^{1/3}$).



Aplicando Bernoulli entre A y S. si el Q = 36/1800 = 0.02 m^2/s.

$$Z_A + \frac{P_M}{\gamma} + \frac{{V_A}^2}{2g} = Z_S + \frac{P_S}{\gamma} + \frac{{V_S}^2}{2g} + hp_{AS}$$

$$\frac{P_M}{\gamma} = \frac{{V_S}^2}{2g} + hp_{AS} \qquad ec.1$$

$$hp_{AS} = hp_{friccion} + hp_{locales}$$

$$\frac{P_M}{\gamma} = \frac{245x10^3}{1000(9.81)} = 24.97\ m, \qquad \frac{V_S^2}{2g} = \frac{8Q^2}{g\pi^2 D^4} = \frac{8(0.02)^2}{g\pi^2 D^4} = \frac{3.31x10^{-5}}{D^4}$$

Las pérdidas de energía:

$$hp_{friccion} = \lambda \frac{L}{D^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2} = \frac{0.02}{D^{1/3}}\frac{45}{D^5}\frac{8(0.02)^2}{g\pi^2} = \frac{29.79x10^{-6}}{D^{16/3}}$$

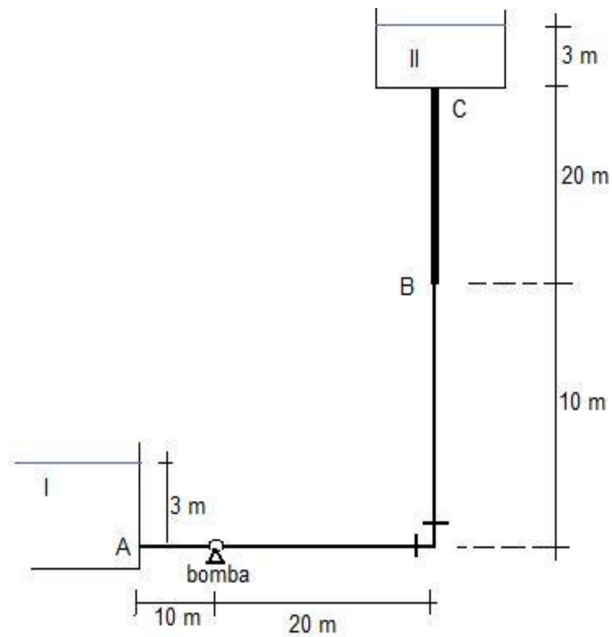
$$hp_{local} = \frac{8Q^2}{g\pi^2 D^4}(K_{valvula} + K_{salida}) = \frac{8(0.02)^2}{g\pi^2 D^4}(4 + 0.3) = \frac{142.33x10^{-6}}{D^4}$$

Sustituyendo en la Ec. 1, tenemos:

$$24.97 = \frac{3.31x10^{-5}}{D^4} + \frac{29.79x10^{-6}}{D^{16/3}} + \frac{142.33x10^{-6}}{D^4}$$

Resolviendo la ecuación, tenemos un diámetro de D = 0.0802566 m, o sea D= 80.26 mm

103. Una bomba interconectada a dos recipientes I y II. Diámetro de los conductos: de A a B: 100 mm, de B a C: 200 mm – en B hay un cambio brusco de sección. Si la bomba debe descargar un caudal de 50 lps, determine su potencia teórica, en CV. Se pide graficar la línea de carga y la línea Piezometrica del conducto. Utilice la ecuación de HW (C=150). K_{brusco}=0.80 y K_{codo}=0.40.



P.31.- DOS DEPOSITOS CON BOMBA

a) Determinando la potencia de la bomba.

Aplicando Bernoulli entre I y II (el Datum está en la tubería horizontal):

$$\mathbf{3 + H_B = 33 + hp_f + hp_L}$$

$$\mathbf{hp_f = 10.67(\frac{0.05}{150})^{1.852}[\frac{40}{(0.1)^{4.87}} + \frac{20}{(0.2)^{4.87}} = 11.69\ m}$$

$$\mathbf{hp_L = \frac{8(0.05)^2}{g\pi^2(0.1)^2}[0.80 + 0.40] = 2.48\ m}$$

la altura de la bomba: $\mathbf{H_B = 33 - 3 + 11.69 + 2.48 = 44.17}$ y su potencia: $\mathbf{P_B = \frac{(1000)(0.05)(44.17)}{75(\frac{100}{100})} = 29.5\ CV}$

b) Las líneas de carga y piezometrica seria:

de forma genérica, para:

- la línea de carga:
- la línea piezometrica:

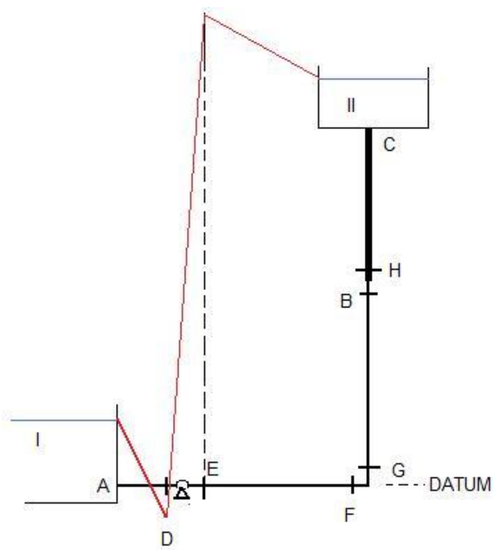
$$\mathbf{H_1 = H_2 + hp_{12}}$$

$$H_1 = (z + \frac{P}{\gamma})_1 + \frac{V_1^2}{2g}$$

Podemos tabular los resultados:

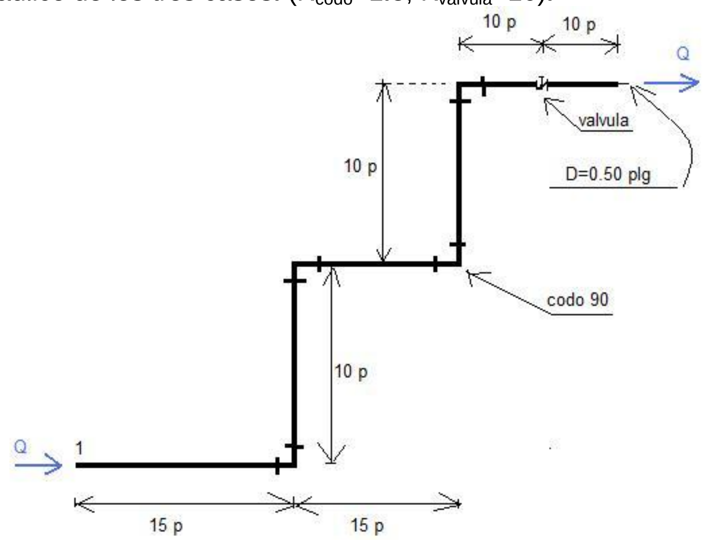
Puntos	I	A	D	E	F	G	B	H	C
H	3.000	3.000	0.126	44.296	38.547	37.721	34.846	33.194	32.997
hp tramo	0.000	0.000	2.874	0.000	5.749	0.826	2.874	1.653	0.197
$\frac{V^2}{2g}$	0.000	0.000	2.066	2.066	2.066	2.066	2.066	2.066	0.129
$(z + \frac{P}{\gamma})$	3.000	3.000	-1.940	42.230	36.481	35.655	32.781	31.128	32.868
L	0	0	10	0	20	0	10	0	20

Gráficamente seria:



P. 31.- TRAZADO DE LÍNEA PIEZOMETRICA

104. Desde el sótano hasta el segundo piso de un edificio circula agua (viscosidad cinemática igual a 1.21 x 10^{-5} p^2/s) por una tubería de cobre de ¾ plg (ε/D=8 x 10^{-5}) a un caudal de 12 gpm y sale por un grifo de 1/2 plg de diámetro. Determine la presión en el punto 1, si a) se ignoran los efectos viscoso, b) las únicas perdidas incluidas son las perdidas por fricción y c) se incluyen todas las perdidas. Dibuje la línea Piezometrica y la línea del gradiente hidráulico de los tres casos. (K_{codo}=1.5, $K_{valvula}$=10).



TUBERÍA DE CON BOQUILLA DE 0.5 PLG

Conversiones:

$\boldsymbol{Q = \frac{12(3.785)}{60} = 0.757\ lps}$, $\boldsymbol{D_1 = \frac{0.75(2.54)}{100} = 0.0191\ m}$, $\boldsymbol{D_{boquilla} = \frac{0.50(2.54)}{100} = 0.0127\ m}$,

$\boldsymbol{\nu = 1.21\ x\ 10^{-5}(12\ x\ \frac{2.54}{100})^2 = 1.12\ x\ 10^{-6}\ m^2/_s}$.

Las cargas de velocidades:

$\boldsymbol{\frac{V_1^2}{2g} = \frac{8Q^2}{g\pi^2 D_1^4} = \frac{8(\frac{0.757}{1000})^2}{g\pi^2(0.0191)^4} = 0.356\ m}$, $\boldsymbol{\frac{V_b^2}{2g} = \frac{8Q^2}{g\pi^2 D_b^4} = \frac{8(\frac{0.757}{1000})^2}{g\pi^2(0.0127)^4} = 1.820\ m}$

a) Se ignoran los efectos viscosos (se desprecian las perdidas). El Datum se localiza en el punto 1.

$$\boldsymbol{Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1{}^2}{2g} = Z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{V_D{}^2}{2g}}$$

La presión en el punto 1, seria:

$$\boldsymbol{\frac{P_1}{\gamma} = (Z_D - Z_1) + \left(\frac{V_D{}^2}{2g} - \frac{V_1{}^2}{2g}\right) = (6.096) + (1.820 - 0.356) = 7.56\ m}$$

b) Las únicas perdidas incluidas son las perdidas por fricción

Aplicando Bernoulli entre 1 y el punto de descarga (D): el Datum se localiza en el punto 1.

$$\boldsymbol{Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1{}^2}{2g} = Z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{V_D{}^2}{2g} + hp_{1D}}$$

Las pérdidas de energía:

- Numero de Reynolds: $\boldsymbol{R = \frac{4Q}{\pi D\nu} = \frac{4(0.000757)}{\pi(0.0191)(1.12\ x\ 10^{-6})} = 4.51\ x\ 10^4 < 10\frac{D}{\epsilon} = 10\left(\frac{1}{8\ x\ 10^{-5}}\right) = 1.25\ x\ 10^5}$

El régimen se clasifica como flujo en tubos lisos, por lo tanto el coeficiente de fricción se calcula como:

$$\lambda = \frac{0.3164}{R^{0.25}} = \frac{0.3164}{(4.51\,x\,10^4)^{0.25}} = 0.0217$$

$$hp_{1D} = \lambda \frac{L}{D^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2} = 0.0217\frac{21.34}{(0.0191)^5}\frac{8(0.000757)^2}{g\pi^2} = 8.61\,m$$

La presión en el punto 1 seria:

$$\frac{P_1}{\gamma} = (Z_D - Z_1) + \left(\frac{{V_D}^2}{2g} - \frac{{V_1}^2}{2g}\right) + hp_{1D} = (6.096) + (1.820 - 0.356) + 8.61 = 16.17\,m$$

c) Se incluyen todas las perdidas.

Aplicando Bernoulli entre 1 y el punto de descarga (D): el Datum se localiza en el punto 1.

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{{V_1}^2}{2g} = Z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{{V_D}^2}{2g} + hp_{1D} + hp_L$$

Las perdidas locales son:

$$hp_L = \frac{8(0.000757)^2}{g\pi^2(0.0191)^2}[(4)(1.5) + 10] = 4.09\,m$$

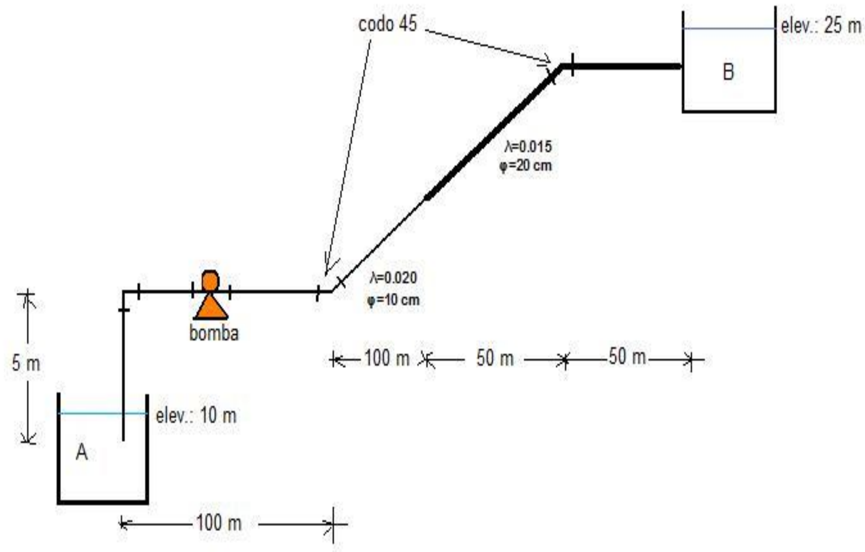
La presión en el punto 1 seria:

$$\frac{P_1}{\gamma} = (Z_D - Z_1) + \left(\frac{{V_D}^2}{2g} - \frac{{V_1}^2}{2g}\right) + hp_{1D} + hp_L = (6.096) + (1.820 - 0.356) + 8.61 + 4.09 = 20.26\,m$$

El estudiante deberá de graficar las líneas Piezometrica y la línea del gradiente hidráulico de los tres casos

.

105. Determine el caudal que suministre la bomba al tanque. $K_{entrada}$=0.5, K90=0.40, $K_{expansion}$=0.34, K_{salida}=1.0, P_{bomba}=100 CV.



Aplicando Bernoulli entre A y B:

$$Z_A + H_B = Z_B + hp_f + hp_{local} \qquad Ec.1$$

Donde:

$$hp_f = hp_{\phi 10} + hp_{\phi 20} = 0.020\frac{246.42}{(0.1)^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2} + 0.015\frac{120.71}{(0.2)^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2} = 41189.35Q^2$$

$$hp_{local} = \frac{8Q^2}{g\pi^2(0.1)^4}(0.5 + 0.90 + 0.45 + 0.34) + \frac{8Q^2}{g\pi^2(0.2)^4}(0.4 + 1.0) = 1881.83Q^2$$

$$H_B = \frac{75P_B\eta}{\gamma Q} = \frac{75(100)\left(^{100}/_{100}\right)}{1000Q} = \frac{7.5}{Q}$$

Sustituyendo en la Ec. 1, tenemos:

$$10 + \frac{7.5}{Q} = 25 + 41189Q^2 + 1881.83Q^2$$

$$43071.18Q^2 - \frac{7.5}{Q} + 15 = 0$$

Resolviendo la ecuación por tanteo o por métodos numéricos (método de Newton Rabpson), tenemos:

$$Q = 0.11934\ \frac{m^3}{s} = 119.34\ lps$$

106. Una bomba de 25 CV de potencia y 75 por ciento de eficiencia, debe abastecer un caudal de 6 m^3/min. de agua, a 10 °C, (v = 0.0131 cm2/s), a un recipiente cuyo nivel se encuentra 10 m arriba del cárcamo de bombeo. La tubería de conducción de HoFo con incrustaciones (ε = 0.76 mm), con una longitud de 100 m, tres curvas de radio R = 5D (dos de 45° con K = 0.16 y una de 90° con K = 0.25) y una válvula con $K_{valvula}$ = 8. Determinar el diámetro necesario en la tubería.

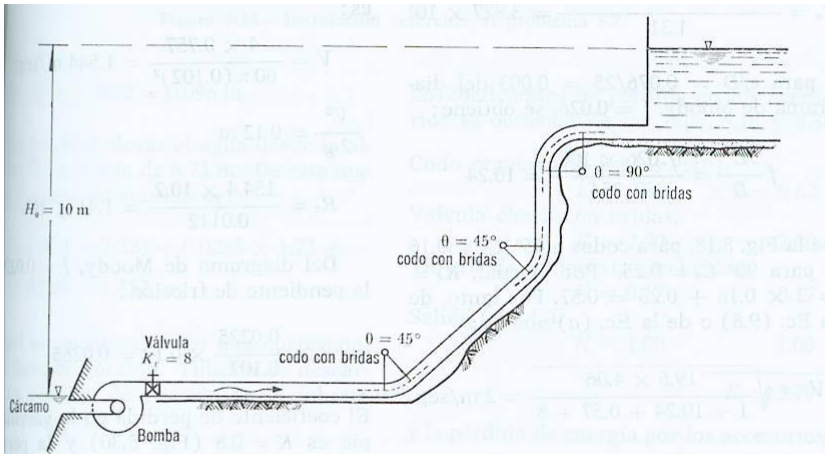


Figura 9.12. Instalación del problema 9.6.

Aplicando Bernoulli entre el cárcamo y el recipiente: (Datum en el cárcamo)

$$Z_C + \frac{P_C}{\gamma} + \frac{V_C^{\,2}}{2g} + H_B = Z_R + \frac{P_R}{\gamma} + \frac{V_R^{\,2}}{2g} + \sum hp_f + \sum hp_L$$

$$H_B = 10 + \sum hp_f + \sum hp_L$$

Dónde:

$$Q = \frac{6}{60} = 0.1\ \frac{m^3}{s} \rightarrow \quad H_B = \frac{75(0.75)(25)}{1000(0.1)} = 14.05\ m$$

$$\sum hp_f = \lambda \frac{L}{D^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2} = \lambda \frac{100}{D^5}\frac{8(0.1)^2}{g\pi^2} = \lambda \frac{0.08263}{D^5}$$

$$\sum hp_{local} = \frac{8Q^2}{g\pi^2 D^4}(2K_{45} + K_{90} + K_{valvula}) = \frac{8(0.1)^2}{g\pi^2 D^4}[2(0.16) + 0.25 + 8.0] = \frac{0.00708}{D^4}$$

Introduciendo estos valores en la ecuación primaria:

$$14.05 = 10 + \lambda\frac{0.08263}{D^5} + \frac{0.00708}{D^4} \quad \rightarrow \quad 4.06 = 10 + \lambda\frac{0.08263}{D^5} + \frac{0.00708}{D^4} \quad EC.1$$

Donde el número de Reynolds:

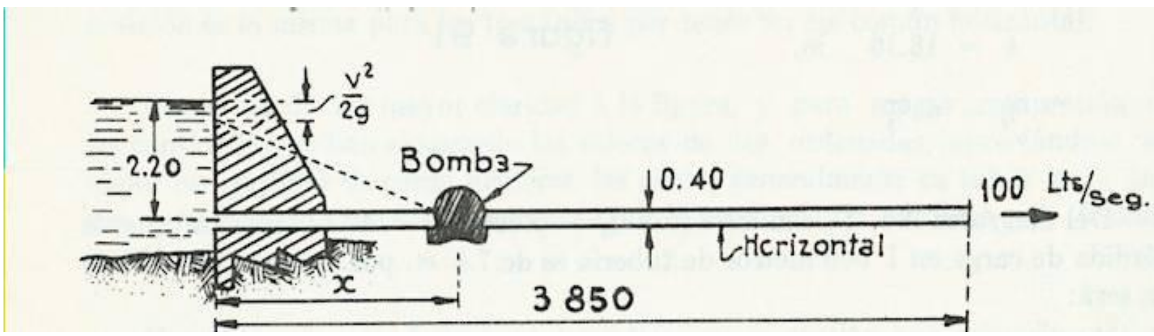
$$R = \frac{4Q}{\pi D v} = \frac{4(0.1)}{\pi D(1.31x10^{-6})} = \frac{97193.86}{D}$$

Por iteraciones y resolviendo la ec. 1 a través de métodos numéricos, tenemos:

λ	D(m)	Reynolds	10 D/ε	500 D/ε	Tipo de flujo
0.0300	0.2538	$3.83x10^5$	$3.34x10^3$	$1.67x10^5$	Turbulento
0.0257	0.2490	$3.90x10^5$	$3.28x10^3$	$1.64x10^5$	Turbulento
0.0258	0.2491	$3.90x10^5$	$3.28x10^3$	$1.64x10^5$	Turbulento
0.0258	0.2491				

Por lo tanto el diámetro de la tubería solicitado es de D= 0.2491 m = 24.91 cm = 9.81 plg se propone un diámetro de D= 10 plg.

107. En un muro de retención de agua a 20 grados centígrados, a una profundidad de 2.20 m se ha colocado la entrada de una tubería de concreto (ε = 0.3 mm) de 40 cm. de diámetro y de 3850 m de longitud. A la salida de la tubería se requiere un caudal de 100 lps. A qué distancia X, de la entrada hay que poner una bomba y cual deberá ser la potencia del motor de la bomba si la eficiencia del conjunto es de 67%. $K_{entrada}$=0.5.



a) Verificando si es necesaria la bomba

- Calculando las perdidas en todo el tramo de 3850 m

- Numero de Reynolds

$$R = \frac{4Q}{\pi D v} = \frac{4(0.100)}{\pi(0.40)(1x10^{-6})} = 3.18x10^5$$

- Clasificando el flujo

$$10\frac{D}{\varepsilon} = 10\frac{40}{0.03} = 1.33x10^4 \;\; y \;\; 500\frac{D}{\varepsilon} = 500\frac{40}{0.03} = 6.67x10^5$$

Se observa que el número de Reynolds está en el intervalo, o sea: $1.33x10^4 < 3.18x10^5 < 6.67x10^5$, por lo tanto el flujo esta en transición, el cálculo del coeficiente de fricción seria:

$$\lambda = 0.11\left(\frac{\varepsilon}{D} + \frac{68}{R}\right)^{0.25} = 0.11\left(\frac{0.3}{400} + \frac{68}{3.18x10^5}\right)^{0.25} = 0.0193$$

- las pérdidas por fricción serian:

$$hp_{friccion} = \lambda\frac{L}{D^5}\frac{8Q^2}{g\pi^2} = (0.0193)\frac{3850}{(0.4)^5}\frac{8(0.100)^2}{g\pi^2} = 6.02\ m$$

Esto indica que las pérdidas por fricción a lo largo de toda la tubería son mayores que la energía disponible de 2.20 m, o sea, H = 2.20 m < $hp_{friccion}$ =6.02 m, por lo tanto es necesaria la bomba.

b) Determinando la distancia X, para ubicar la bomba. La presión en la sección (A-A) se valorara como la presión atmosférica, o sea, una presión manométrica igual a cero.

$$Z_0 + \frac{P_0}{\gamma} + \frac{{V_0}^2}{2g} = Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{{V_A}^2}{2g} + hp_{0A}$$

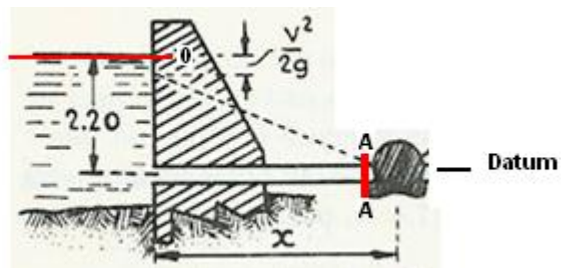
$$2.20 = \frac{8(0.100)^2}{g\pi^2(0.4)^4} + 0.0913\frac{X}{(0.4)^5}\frac{8(0.100)^2}{g\pi^2} + (0.5)\frac{8(0.100)^2}{g\pi^2(0.4)^4}$$

$$2.20 = 0.045 + 0.0016X \quad \rightarrow \quad X = 1346.88\ m$$

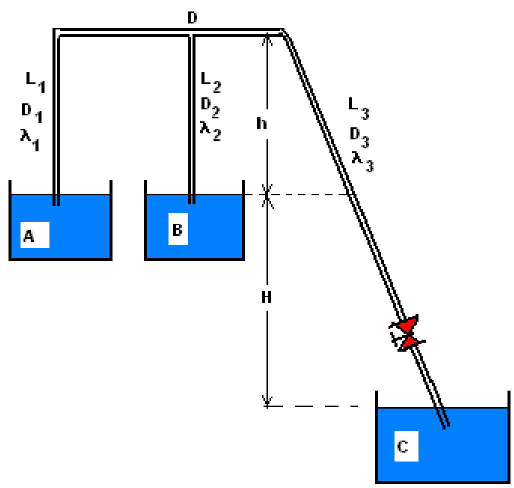
c) Determinando la potencia, ya instalada la bomba

$$2.20 + H_B = 0.045 + 6.02 \quad \rightarrow \quad H_B = 3.87\ m$$

$$P_B = \frac{1000(3.87)(0.100)}{75\left(63/100\right)} = 7.70\ cv$$



108. Los recipientes A y B alimentan al C a través del sistema de tubos mostrados, cuya geometría es : L_1 = 200 m; D_1 = 200 mm, λ_1 = 0.02, L_2 = 100 m; D_2 = 100 mm, λ_2 = 0.025, L_3 = 600 m; D_3 = 200 mm, λ_3 = 0.02. a) Calcular el caudal descargado en C para H = 16 m, si el $K_{valvula}$ = 12. b) Calcular cual debe ser el mínimo valor de $K_{valvula}$, si la presión mínima absoluta en el sistema debe ser cero. La longitud horizontal del tubo 3 es igual a 160 m, cuando h = 4 m.



a) Determinado las perdidas en función de los caudales en cada tramo

$$hp_1 = \lambda_1\frac{L_1}{D_1^5}\frac{8Q_1^2}{g\pi^2} = 0.020\frac{200}{(0.20)^5}\frac{8Q_1^2}{g\pi^2} = 1032.84Q_1^2$$

$$hp_2 = \lambda_2\frac{L_2}{D_2^5}\frac{8Q_2^2}{g\pi^2} = 0.025\frac{100}{(0.10)^5}\frac{8Q_1^2}{g\pi^2} = 20656.71Q_2^2$$

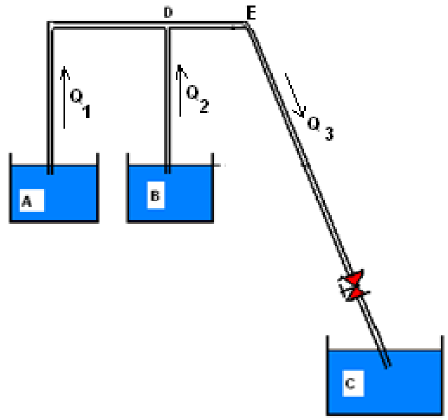
$$hp_3 = \lambda_3\frac{L_3}{D_3^5}\frac{8Q_3^2}{g\pi^2} = 0.020\frac{600}{(0.20)^5}\frac{8Q_3^2}{g\pi^2} + (12)\frac{8Q_3^2}{g\pi^2(0.20)^4} = 3718.21Q_3^2$$

b) Aplicando Bernoulli entre las secciones A-C y B-C: (Datum en C)

$$Q_3 = Q_1 + Q_2$$

$$16 = 1032.84Q_1^2 + 3718.21Q_3^2$$

$$16 = 20656.71Q_2^2 + 3718.21Q_3^2$$



Reduciendo el sistema de ecuaciones para los caudales:

$$0 = 1032.84Q_1^2 + 20656.71Q_2^2 \quad \rightarrow \quad Q_1 = 4.47Q_2 \;\; y \;\; Q_3 = 5.47Q_2$$

Por lo tanto:

$$16 = 20656.71Q_2^2 + 3718.21(5.47Q_2)^2$$

Los caudales serian.

$$Q_2 = 11.01\ lps\,; \quad Q_1 = 49.21\ lps\,; \;\; Q_3 = 60.22\ lps$$

c) Aplicando Bernoulli entre las secciones E-C: (Datum en C)

$$Z_E + \frac{P_E}{\gamma} + \frac{{V_E}^2}{2g} = Z_C + \frac{P_C}{\gamma} + \frac{{V_C}^2}{2g} + \sum hp_f + \sum hp_L$$

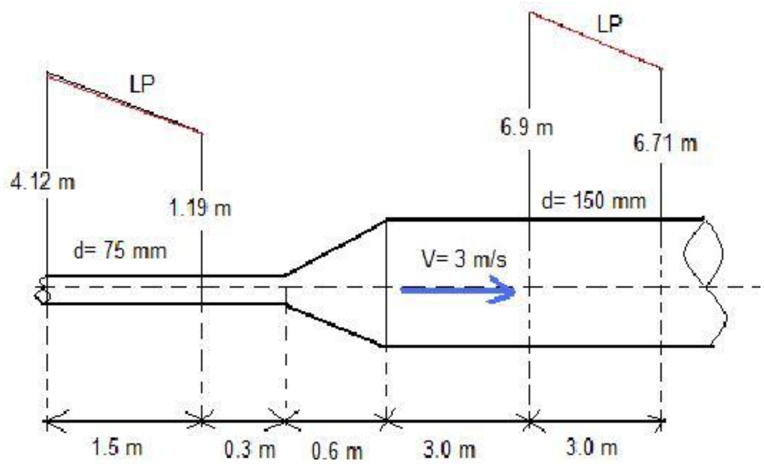
$$20 + 0 + \frac{8(0.06022)^2}{g\pi^2(0.20)^4} = 0 + 10.33 + 0.020\frac{440}{(0.20)^5}\frac{8(0.06022)^2}{g\pi^2} + K_{valvula\ min}\frac{8(0.06022)^2}{g\pi^2(0.20)^4}$$

El coeficiente de resistencia hidráulica mínimo de la válvula seria:

$$K_{valvula\ min} = 8.63$$

12. LINEAS DE ENERGIA HIDRAULICA

109. Calcúlese la perdida de carga y el coeficiente de perdida para este agrandamiento gradual a partir de la información suministrada.



Tubería con dos tipos de diámetros

a) Calculo del coeficiente de fricción para los diferentes diámetros en los tramos.

De la ecuación de continuidad tenemos un caudal de, $Q = V_{75}A_{75} = V_{150}A_{150} = (3)\left[\frac{\pi}{4}(0.15)^2\right] = 0.05301\ {m^3}/{s}$

Para el diámetro de 150 mm:

La diferencia de las lecturas piezometricas resulta el valor de las pérdidas de energía en el tramo:

$$(6.9 - 6.71) = \lambda_{150}\frac{3.0}{(0.15)^5}\frac{8(0.05301)^2}{g\pi^2} \quad \therefore \lambda_{150} = 0.0207$$

Su carga de velocidad:

$$\frac{V_{150}^2}{2g} = \frac{8Q^2}{g\pi^2D^4} = \frac{8(0.05301)^2}{g\pi^2(0.15)^4} = 0.459\ m$$

Para el diámetro de 75 mm:

$$(4.12 - 1.19) = \lambda_{75}\frac{1.5}{(0.075)^5}\frac{8(0.05301)^2}{g\pi^2} \quad \therefore \lambda_{75} = 0.0199$$

Su carga de velocidad:

$$\frac{V_{75}^2}{2g} = \frac{8Q^2}{g\pi^2D^4} = \frac{8(0.05301)^2}{g\pi^2(0.075)^4} = 7.34\ m$$

b) Calculo de las alturas piezometricas antes y después del agrandamiento gradual:

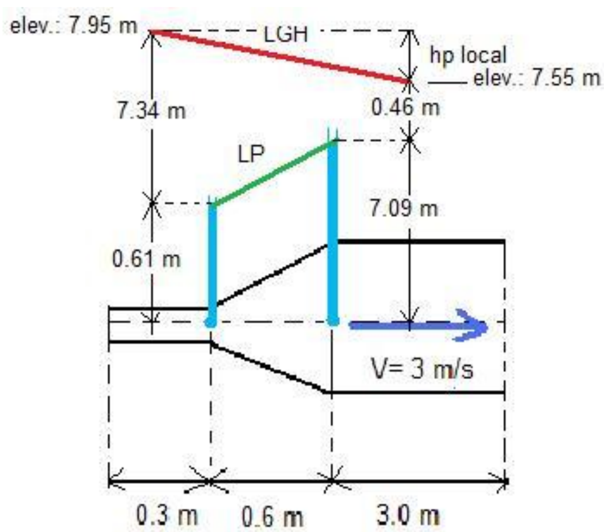
Antes del agradamiento:

$$\left(z + \frac{P}{\gamma}\right)_{antes} = 1.19 - hp_{0.3} = 1.19 - 0.0119\frac{0.3}{(0.075)^5}\frac{8(0.05301)^2}{g\pi^2} = 1.19 - 0.58 = 0.61\ m$$

Después del agradamiento:

$$\left(z+\frac{P}{\gamma}\right)_{despues} = 6.9 - hp_{3.0} = 6.9 - 0.0207\frac{3.0}{(0.15)^5}\frac{8(0.05301)^2}{g\pi^2} = 6.9 - 0.19 = 7.09\ m$$

Graficando las alturas de carga piezometrica y de velocidad:



c) Calculando el coeficiente de rugosidad del agrandamiento gradual:

$$hp_{local} = K_{agrand}\frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} = (7.95 - 7.55) = 0.4\ m$$

$$K_{agrand} = \frac{0.4}{(12-3)^2/_{2g}} = 0.097$$

a) Encontrar H, si Q = 60 lps.

- Numero de Reynolds:

$$R = \frac{4Q}{\pi D v} = \frac{4(0.060)}{\pi(0.15)(1.01\ x\ 10^{-6})} = 5.04\ x\ 10^5$$

Chequeando el intervalo para clasificar el flujo.

$$R = 5.04\ x\ 10^5 > 500\frac{D}{\varepsilon} = 3.33\ x\ 10^5$$

El régimen se clasifica como flujo en turbulento, por lo tanto el coeficiente de fricción se calcula como:

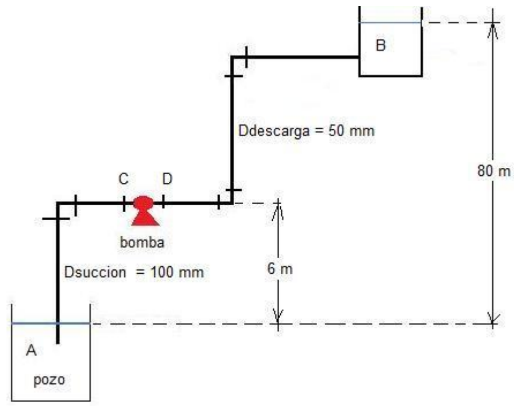
$$\lambda = 0.11\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)^{0.25} = 0.11\left(\frac{0.02}{10}\right)^{0.25} = 0.022$$

El caudal seria:

$$H = (0.060)^2[1354.643 + 110985(0.022)] = 13.79\ m$$

110. Por medio de una bomba, se extrae agua de un pozo colector y se descarga en un tanque donde el nivel del agua es de 80 m arriba del nivel del pozo. Los diámetros de las tuberías de succión y de descarga son de 100 mm y 50 mm respectivamente. Las secciones de entrada y salida de la bomba se encuentran en el mismo plano horizontal, 6 m arriba del nivel del agua del pozo. La pérdida en la tubería de succión es igual a dos veces la altura de velocidad en esa tubería y la de descarga equivale a 25 veces la altura de velocidad en esa tubería. La bomba transmite una potencia de 40 Kw, la presión en la entrada de la bomba es de - 7 mca. Calcule el caudal que pasa por la bomba. Dibuje la línea Piezometrica. Haga el esquema.

Haciendo un esquema del problema.



a) Aplicando Bernoulli entre A y B (Datum en A):

$$H_B = 80 + hp_{AB} \quad ec.1$$

Las pérdidas de energía:

$$hp_{AB} = 2\frac{8Q^2}{g\pi^2(0.1)^4} + 25\frac{8Q^2}{g\pi^2(0.05)^4} = 332159.97Q^2$$

La altura de la bomba: $P_B = \frac{\gamma Q H_B}{75\eta}$, para una potencia de 40 Kw = 54.5 CV.

$$H_B = \frac{54.5(75)(^{100}/_{100})}{1000Q} = \frac{4.09}{Q}$$

Introduciendo los resultados en la Ec. 1:

$$\frac{4.09}{Q} = 80 + 332159.97Q^2$$

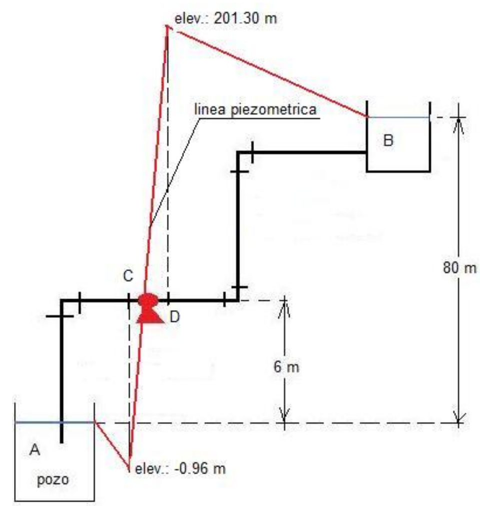
Resolviendo la ecuación, Q = 19.65 lps y H_B = 208.14 m.

b) Aplicando Bernoulli entre A y C, para determinar la altura Piezometrica en la succión de la bomba:

$$0 = \left(z + \frac{P}{\gamma}\right)_C + \frac{8(0.01965)^2}{g\pi^2(0.1)^4} + 2\frac{8(0.01965)^2}{g\pi^2(0.1)^4} \quad \therefore \quad \left(z + \frac{P}{\gamma}\right)_C = -0.96\,m$$

c) Aplicando Bernoulli entre D y B, para determinar la altura piezometrica en la descarga de la bomba:

$$\left(z + \frac{P}{\gamma}\right)_D + \frac{8(0.01965)^2}{g\pi^2(0.1)^4} = 74 + 25\frac{8(0.01965)^2}{g\pi^2(0.05)^4} \quad \therefore \quad \left(z + \frac{P}{\gamma}\right)_D = 201.30\,m$$


elev.: 201.30 m
linea piezometrica
B
80 m
C
D
6 m
A
pozo
elev.: -0.96 m