Momento de una fuerza.

Objetivos :

1.- Familiarizar al estudiante con el concepto de momento o torque producido por una fuerza.
2.- Resolver ejercicios sencillos y problemas de aplicación en que está involucrado el momento de una fuerza.

Tema : Torque o momento de una fuerza.

Suponiendo que el C.M. del Rinoceronte se encuentra a un metro de distancia del punto de apoyo(en la segunda figura.)y que el cuerno es homogéneo y uniforme y pesa 20 [kgf] y el rinoceronte pesa 800 [kgf] cuerno incluido.
¿ Qué longitud debería tener el cuerno para que ocurra lo que expresa el chiste? Suponiendo que el pajarito pesa 100 [g]

¿ Cuántas modelizaciones o simplificaciones extremas se han hecho para resolver este problema? No confundir con valores que se suponen.

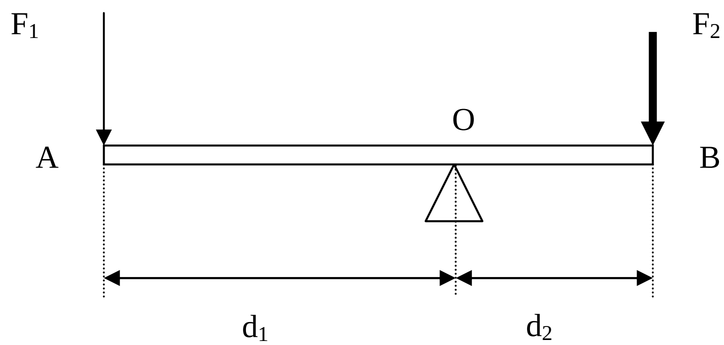
serbachi@hotmail.com

Elementos teóricos básicos:
Momento de una Fuerza con respecto a un punto.

Ley de la Palanca:

Si AB es una barra ligera (peso despreciable) uniforme y libre para girar alrededor del eje horizontal "O" puede demostrarse por la experiencia directa que un peso F_1 a una distancia d_1 puede ser soportado por otro peso F_2 a la distancia d_2 ; siempre que :

$$F_1.d_1 = F_2.d_2$$



Se pueden considerar los productos $F_1.d_1$ y $F_2.d_2$ como las medidas de la tendencia a girar de la barra AB respecto del punto "O" , o bien respecto del eje perpendicular al plano en el cual está alojada la barra AB y las fuerzas F_1 y F_2 y que pasa por el punto "O"

Al producto F.d , lo llamaremos en adelante momento de la fuerza F, siendo su dimensión : F.L (así por ejemplo : [N.m] ; [[kgf.m] ; [lbf.pie] ; en unidades de medidas en distintos sistemas, etc.)

Ejercicios:

1.- Completar el siguiente cuadro, como ejercicio de conversión de unidades:

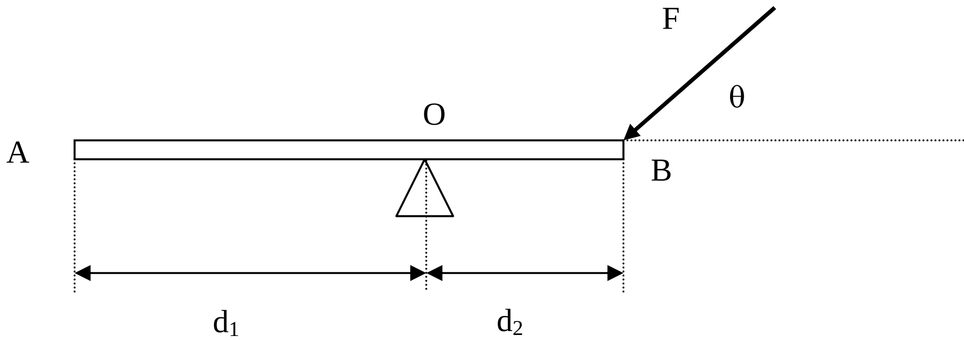
[N.m]	[lbf.pie]	[kgf.m]
20		
	30	
		50

Notabene:

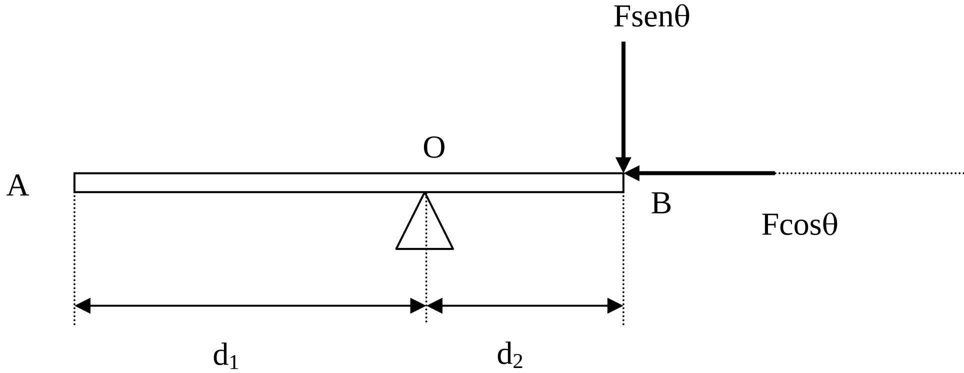
- De este modo $F_1.d_1$ es el momento de la fuerza F_1 con respecto al punto O.

- La fuerza F_i y la barra son mutuamente perpendiculares, siendo, la longitud "d" , la medida a lo largo de la barra, que es perpendicular con la fuerza aplicada, esta observación cobra gran importancia al estudiar el siguiente caso:

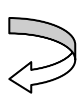
En este caso: ¿ Cuál es el momento de la fuerza F respecto del punto “O” ?



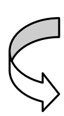
Si se descompone F_2 en sus componentes rectangulares (en este caso es la posibilidad más conveniente entre las infinitas posibilidades que hay.)



Se puede observar que Fcosθ tiende a desplazar la barra AB a lo largo de la línea recta AB, en la dirección de A; es decir no produce momento respecto del punto O ; sin embargo, la fuerza Fsenθ sí produce momento y tiende a hacer girar a la barra en el sentido horario, y su valor numérico en valor absoluto es d_2Fsenθ.
Para diferenciar los dos sentidos de giro posibles; el sentido horario y el anti-horario, convendremos en asignar :



sentido horario; el signo negativo : “-”



sentido anti-horario; el signo positivo : “+”

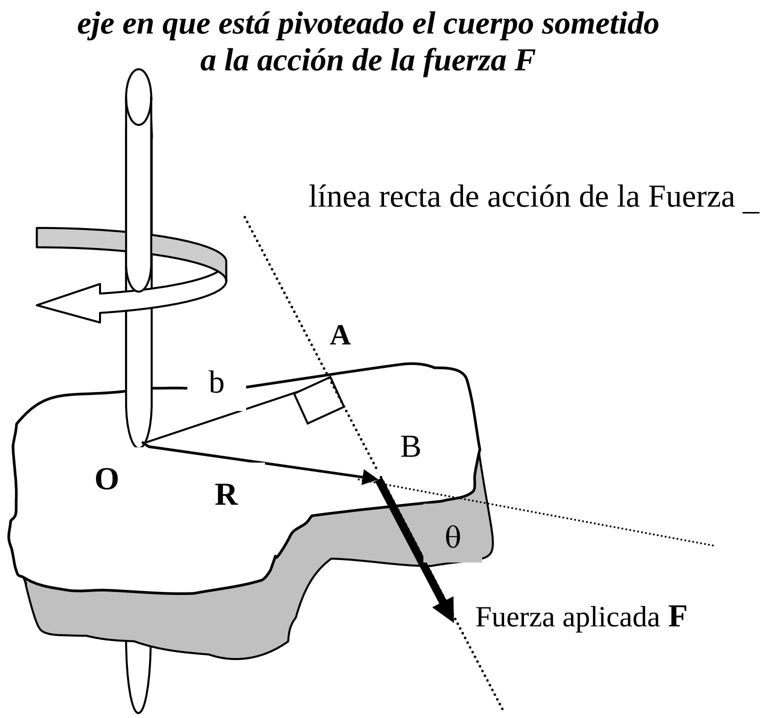
Más adelante, cuando se estudie el producto vectorial veremos lo oportuno de este convenio; luego el momento de F respecto del punto O esta dado por :

$M_O = - d_2 F \text{sen}\theta$ [F.L] en donde [F] : unidad de fuerza y [L]: unidad de longitud.

serbachi@hotmail.com

Observaciones:
• la componente horizontal de la fuerza F está alojada en una línea recta de acción que "pasa " por el punto O; respecto del cual se deseaba calcular el momento. Cuando algo así ocurre, el momento de una fuerza es nulo.
• la componente vertical está alojada en una línea recta de acción que es perpendicular con el segmento cuya distancia se está usando para calcular el momento.

Formalización de la discusión anterior:

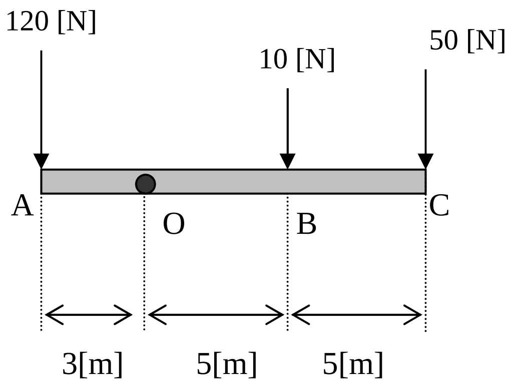


- El segmento OA es perpendicular con la línea recta de acción de la Fuerza F
- B es el punto de aplicación de la Fuerza F.
- OB es el vector posición del punto de aplicación de la fuerza.
- el momento de la fuerza F con respecto al punto O está dado por el producto : bF; en donde b es la longitud del segmento OA.
- usualmente el segmento que cae perpendicular desde el eje a la línea recta de acción de la fuerza, se le conoce bajo la denominación de "brazo de la fuerza".
- se observa además que el sentido de rotación que le imprime la fuerza al cuerpo pivoteado en "O" es el sentido antihorario, por lo que el momento es positivo.

Algunas preguntas sueltas :

¿Cuál de las fuerzas que se indican, produce un momento mayor, con respecto al punto "O" (en valor absoluto)?
Repetir la pregunta si se trata del punto A y del punto B y del punto C.
Responder a la misma pregunta para el caso en que todas las fuerzas sean de la misma magnitud. ¿Qué puede concluir?

¿ En qué casos los momentos son negativos?

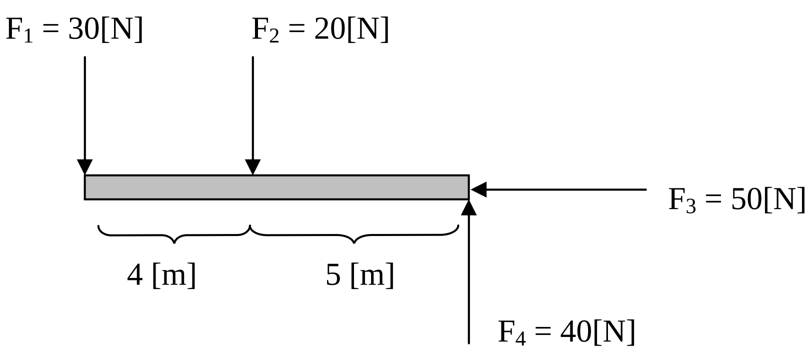


Reflexionando sobre el ejercicio anterior, responda a la siguiente interrogante:

¿ Puede una fuerza producir un momento positivo y también negativo, de qué depende ?

En la situación descrita por la figura:

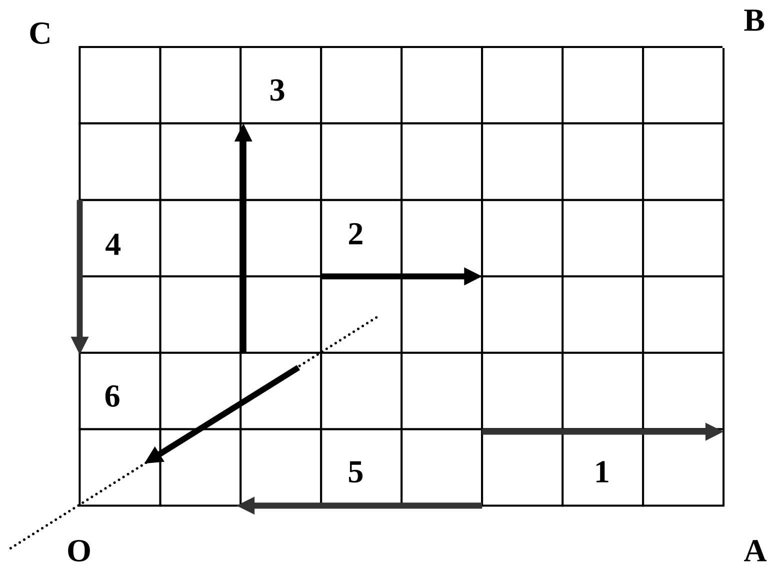
1.- Calcular los momentos de cada fuerza respecto de los puntos A y B.
2.- ¿Cuáles momentos son negativos, positivos?
3.- ? Hay momentos nulos , por qué ?



Ejercicios resueltos:

Calcular los momentos de cada fuerza indicada en le diagrama, respecto del punto O.

- Cada cuadrado tiene un centímetro por lado.
- las fuerzas están medidas en [N]
- Cada unidad de cuadrado representa 20 [N] para las flechas(fuerzas)



Resolución: Las fuerzas F_4 ; F_5 ; y F_6 no producen momento respecto del punto “O” , debido a que las distancias “b” (brazo) medidas desde “O” a las respectivas líneas rectas de acción de ellas, en estos tres casos, son iguales a cero.

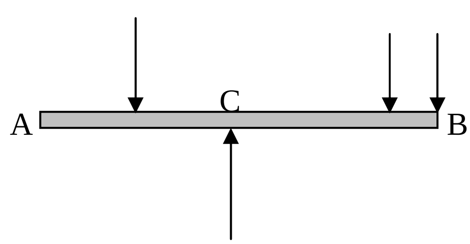
- Para F_1 : $F_1 = 60[N] \Rightarrow M_{O1} = -\,60[N].\,1[cm] = -60\ [Ncm]$
- Para F_2 : $F_2 = 40[N] \Rightarrow M_{O2} = -\,40[N].\,3[cm] = -120\ [Ncm]$
- Para F_3 : $F_3 = 60[N] \Rightarrow M_{O3} = -\,60[N].\,2[cm] = 120\ [Ncm]$

Tarea : Repetir el ejercicio, calculando los momentos con respecto del punto A; B y C respectivamente.

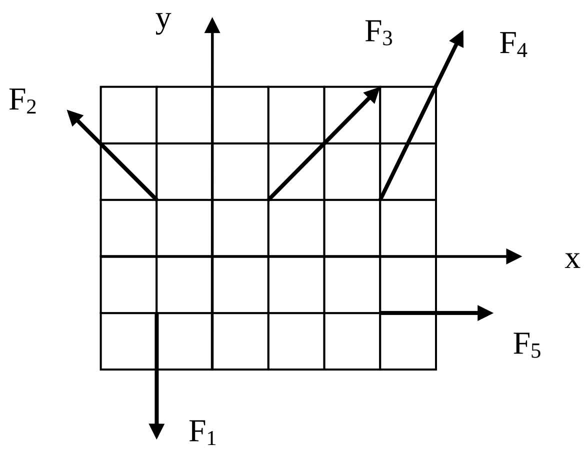
Convenio: Momento de la fuerza “n” con respecto al punto A, lo anotaremos como:

$$M_{An} \text{ , o bien } M_{nA}$$

Calcular los momentos de cada fuerza que actúa sobre la barra AB; respecto del punto A ; y luego respecto del punto C.



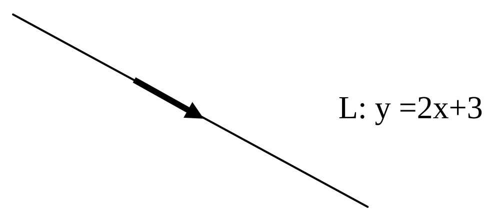
1.- Calcular el momento de cada fuerza F_i = 30 [N] con respecto al origen de coordenadas. Cada cuadradito tiene dimensión un metro por lado.



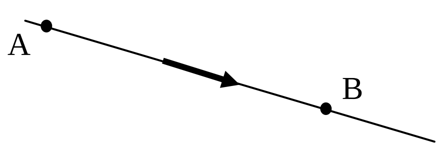
2.- Repita el ejercicio calculando los momentos con respecto al punto de coordenadas (4m,-2m)

3.- Calcular con respecto al origen de coordenadas,el momento de la fuerza **F**=2***i***+3***j***-4***k*** que actúa concentrada en el punto (-3m,4m,-2m)

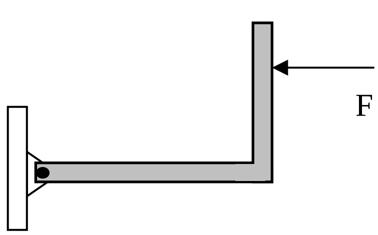
4.- Calcular el momento de la fuerza F=30[N] con respecto al punto origen O(0,0,0)



5.- Calcular el momento de la fuerza F=40[N] alojada en la línea recta que pasa por los puntos A(2,-3) y B(-4,5) con respecto al punto origen O(0,0). Las longitudes están medidas en metros



6.- Hallar la fuerza F horizontal necesaria para mantener la barra en equilibrio en la posición mostrada. La barra en L pesa 600 [N] es homogénea y uniforme, el sector horizontal mide 4m y el vertical 2m. Halle, si es posible, una relación que vincule F,con la componente y de un eje vertical con origen en el sector horizontal de la barra.



serbachi@hotmail.com