

Ejercicios Cantidad de Movimiento y Choques

3.- Las tres barras delgadas de la figura son homogéneas y uniformes; en la intersección de las diagonales se encuentra una masa puntual según se muestra en la figura. Determinar las coordenadas del centro de masa del sistema.

$$\bar{x} = \frac{0 \cdot m + \frac{L}{2} \cdot (2m) + \frac{L}{2} \cdot (3m) + mL}{m + 3m + 2m + m} = \frac{1}{2}L$$

$$\bar{y} = \frac{\frac{L}{2} \cdot (m) + L \cdot (3m) + \frac{L}{2} \cdot (m) + \frac{L}{2} \cdot (2m)}{m + 3m + 2m + m} = \frac{5}{7}L$$

4.- Un automóvil de 1000 [Kg] avanza a lo largo de una autopista recta a 10[m/s]. Otro automóvil, de masa 2000[Kg] y velocidad de 20[m/s] se encuentra a 30(m) por delante del primero. Hállense:

- La posición del centro de masa de ambos automóviles.
- Velocidad del centro de masa.
- El momento lineal total.

en $t = 0[s]$ se tiene:

$$x_{CM} = \bar{x} = \frac{x_0 \cdot 1000 + (x_0 + 30) \cdot 2000}{1000 + 2000} = x_0 + 20$$

en $t = 2[s]$

$$x_{CM} = \bar{x} = \frac{(x_0 + 20) \cdot 1000 + (x_0 + 30 + 40) \cdot 2000}{1000 + 2000} = x_0 + \frac{160}{3}$$

en general:

$$x_{CM} = \bar{x} = \frac{(x_0 + 10t) \cdot 1000 + (x_0 + 30 + 20t) \cdot 2000}{1000 + 2000} = \frac{50}{3}t + x_0 + 20$$

se pueden con esta relación verificar los valores obtenidos para $t=0$ y $t=2$ seg y en general completar una tabla de valores para cualquier valor de t al definir la función:

$$\bar{x}(t) = \frac{50}{3}t + x_0 + 20$$

$$\bar{x} \begin{pmatrix} t \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{50}{3}t + x_0 + 20 \\ x_0 + 20 \\ x_0 + \frac{110}{3} \\ x_0 + \frac{160}{3} \\ x_0 + 70 \end{pmatrix}$$

5.-Una granada es lanzada con un ángulo de elevación ($\sin \theta = 3/5$) respecto a la horizontal, y con $V_0 = 450[m/s]$. En el punto más alto de la trayectoria la granada explota, fracturándose en dos trozos de igual masa. Uno de los fragmentos cae verticalmente. Determinar la distancia horizontal, respecto del lugar de lanzamiento, donde cae el segundo. Tome: $g \approx 10[m/s^2]$

Ejercicios Cantidad de Movimiento y Choques

6.- Una pelota de tenis se aproxima horizontalmente a la raqueta de un jugador a 10[m/s] . Después de golpeada la velocidad es $V = 17i + 10j$
La pelota tiene $0,06\text{ [Kg]}$ de masa y está en contacto con la raqueta durante $0,1\text{(s)}$.
¿Qué fuerza media actuó sobre la pelota en magnitud y dirección..
tomando: $v_{antes} = -10i$

$$F \cdot t = \Delta p = \Delta(mv)$$
$$F \cdot 0.1 = 0.06(17i + 10j - (-10i))$$
$$F = \frac{0.06(17i+10j+10i)}{0.1} = 16.2i + 6.0j$$
$$F = 16.2i + 6.0j\text{[N]}$$

7.- Las dos barras delgadas de la figura son homogéneas y uniformes de masa despreciables y en sus extremos se encuentran masas puntuales, según se muestra en la figura. Determinar las coordenadas del centro de masa del sistema.

$$\bar{x} = \frac{bm+(b+a)(2m)+b(3m)}{m+2m+3m} = \frac{1}{3}a + b$$
$$\bar{y} = \frac{0 \cdot m + 0 \cdot (2m) - a(3m)}{m+2m+3m} = -\frac{1}{2}a$$

8.- Dos masa m_1 y m_2 cada una de 2[Kg] de masa, chocan en ausencia de fuerzas externas. Antes del choque las velocidades son $v_{01} = 15i + 30j$; $v_{20} = -10i + 5j$ y después del choque: $v_{1F} = -5i + 2j$ todas ellas en [m/s] . Determinar: v_{2F} y la variación de la energía cinética durante el choque

Se cumple(en ausencia de fuerzas externas..)

$$m_1 \cdot v_{01} + m_2 \cdot v_{20} = m_1 \cdot v_{1F} + m_2 \cdot v_{2F}$$

y ya que $m_1 = m_2 = 2 \rightarrow v_{2F} = 15i + 30j + -10i + 5j - (-5i + 2j) = 33j + 10i$

$$v_{2F} = 10i + 33j$$

por otro lado la variación de energía cinética será:

$$\Delta E_K = \frac{1}{2}m_1 \cdot v_{01}^2 + \frac{1}{2}m_2 \cdot v_{20}^2 - \left(\frac{1}{2}m_1 \cdot v_{02}^2 + \frac{1}{2}m_2 \cdot v_{2F}^2\right)$$
$$\Delta E_K = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot v_{01}^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot v_{20}^2 - \left(\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot v_{02}^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot v_{2F}^2\right)$$
$$\Delta E_K = v_{01}^2 + v_{20}^2 - (v_{02}^2 + v_{2F}^2)$$
$$\Delta E_K = (15^2 + 30^2) + (10^2 + 5^2) - ((5^2 + 2^2) + (10^2 + 33^2)) = 32\text{[J]}$$

9.- Un bloque de 200[gr] de masa desliza con una velocidad de 20[m/s] sobre una superficie horizontal lisa, choca de frente, en coalición perfectamente elástica, con un

Ejercicios Cantidad de Movimiento y Choques

bloque de masa "m" que se encuentra inicialmente en reposo. Después del choque, la velocidad del bloque de 200[gr] es 4[m/s] en la misma dirección de su velocidad inicial. Hállese a) la masa "m" del bloque y su velocidad después del choque.

$$\left[\begin{array}{l} 0.200 \cdot 20 = 0.200 \cdot 4 + mv_{2F} \\ \frac{1}{2} \cdot 0.200 \cdot 20^2 = \frac{1}{2} \cdot 0.200 \cdot 4^2 + \frac{1}{2}mv_{2F}^2 \end{array} \right]$$

$$0.200 \cdot 20 - 0.200 \cdot 4 = 3.2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 0.200 \cdot 20^2 - \frac{1}{2} \cdot 0.200 \cdot 4^2 = 38.4$$

$$\left[\begin{array}{l} mv_{2F} = 3.2 \\ \frac{1}{2}mv_{2F}^2 = 38.4 \end{array} \right], \text{ Solution is: } \{[m = 0.133333, v_{2.0F} = 24.0]\}$$

10.- Al explotar una caldera en reposo se fragmenta en tres trozos. Dos de ellos, de igual masa se separan en direcciones perpendiculares entre sí, con la misma magnitud de la velocidad de 30[m/s]; el tercer trozo tiene una masa tres veces de la cada uno de los primeros. Determinar la magnitud y dirección de la velocidad. Rpta. 14,1[m/s]

Como la cantidad de movimiento del sistema inicialmente es igual a cero:

$$(0)_{(antes)} = (mv_1 + mv_2 + 3mv_3)(después)$$

eligiendo un sistema de coordenadas tal que:

$$-30\bar{i} - 30\bar{j} + 3v_3 = 0 \rightarrow v_3 = -\frac{1}{3}(-30\bar{i} - 30\bar{j}) = 10\bar{i} + 10\bar{j}$$

$$v_3 = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14.1421 \left[\frac{m}{s} \right]$$

11.- Una bala de rifle de 10(gr) de masa es disparada con una velocidad de 800(m/s) contra un péndulo balístico de 5(Kg), suspendido de una cuerda de un 1(m) de longitud. Calcúlese:

a) La altura vertical alcanzada por el péndulo.

b) Energía cinética inicial de la bala

c) Energía cinética del proyectil y el péndulo después de que aquél haya quedado incrustado en este.

$$(mv)_{bala} = (m + M)V_{conjunto}, \text{ se puede calcular } V$$

luego con energía cinética del conjunto: $\frac{1}{2}(m + M)V_{conjunto}^2 = (m + M)gh$, se puede calcular h

además la energía cinética de la bala es: $\frac{1}{2}mv^2$

12.- Un bloque de 0,2[Kg] se coloca en el extremo de un resorte no estirado para

Ejercicios Cantidad de Movimiento y Choques

el cual $k = 2000[\text{N/m}]$. Se dispara una bala de $40[\text{gr}]$ contra el bloque. La bala se aloja en el bloque y este comprime el resorte una distancia de $10[\text{cm}]$. ¿Cuál fue la rapidez de la bala? Ignórese la fuerza de fricción entre el bloque y la mesa.

a partir de $\frac{1}{2}(m + M)V_{\text{conjunto}}^2 = \frac{1}{2}kx^2 \rightarrow (mv)_{\text{bala}} = (m + M)V_{\text{conjunto}} \rightarrow$ se obtiene: v_{bala}

13.- Una pelota "A" es soltada en el punto que se muestra en la figura. Desliza a lo largo de un alambre sin fricción y choca con la pelota "B". Si la coalición es perfectamente elástica, hállese la altura de la pelota "B" después de la coalición y

Tome: $m_B = 2m_A$ $g = 10[\text{m/s}^2]$

$h = 1.8$

$m = 2$

$mgh = \frac{1}{2}mv_A^2$, Solution is: $v_A = 6.0$

$$mgh_A = \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$mv_A = mv_{AF} + (2m)v_B \quad , \text{ Solution is: } \left\{ \begin{array}{l} [v_A = 6.0, v_B = 6.0, v_3 = 0.0], \\ [v_A = -6.0, v_B = 2.0, v_3 = -4.0], \\ [v_A = 6.0, v_B = -2.0, v_3 = 4.0] \end{array} \right\}$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_{AF}^2 + \frac{1}{2}(2m)v_B^2$$

14.- Se dispara horizontalmente una bala de $5.0[\text{g}]$ contra un bloque de madera de masa $1.5[\text{Kg}]$ inicialmente en reposo sobre una superficie horizontal no lisa de $\mu = 0.20$. La bala queda alojada en el bloque, después del impacto, este alcanza a recorrer una distancia de $1.0[\text{m}]$ antes de volver a detenerse. Con $g \approx 10[\text{m/s}^2]$ determinar:

- La velocidad del bloque inmediatamente después del impacto.
- La velocidad con que la bala incidió sobre el bloque.
- La pérdida porcentual de energía del sistema en el proceso de impacto.

$mv = (m + M)V$, siendo V la velocidad del conjunto.

$$\frac{1}{2}(m + M)V^2 = F_r d, \text{ en donde } F_r = \mu(m + M)g$$

$$\text{pérdida porcentual} : \frac{\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}(m+M)V^2}{\frac{1}{2}mv^2} \cdot 100\%$$

15.- Un trineo en forma de cajón, de masa $6[\text{Kg}]$ se desliza por hielo ($\mu = 0$) con una rapidez de $9.0[\text{m/s}]$ en el instante que se le deja caer un paquete de $12[\text{Kg}]$ verticalmente. Determinar la nueva velocidad del sistema (trineo + paquete) y la variación de energía cinética del trineo.

Ejercicios Cantidad de Movimiento y Choques

$$(mV)_{antes} = (m + M)v_{después}$$

reemplazando datos, se obtiene: $v = 3[m/s]$

16.- En la figura "A" representa un disco sobre hielo que impacta a un disco "B" inicialmente en reposo, después de la interacción el disco "A" forma un ángulo de 30° con respecto de la dirección inicial y el disco "B" un ángulo de 45° . Encuentre la velocidad de "A" y de "B" después del choque y determine si el choque es o no elástico. Justifique sus respuestas.

$$m(30i) = m(v_A \cos 30i + v_A \sin 30j) + m(v_B \cos 45i - v_B \sin 45j)$$

de esta igualdad se desprende el sistema de ecuaciones siguiente:

$$v_A \cos 30 + v_B \cos 45 = 30$$

$$v_A \sin 30 - v_B \sin 45 = 0$$

de donde:

$$v_A = 30(\sqrt{3} - 1) \approx 21.9615$$

$$v_B = \frac{30(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{2}} \approx 15.5291$$

17.- En la figura se representa una bola de pool moviéndose con velocidad $V_A = 2,2[m/s]$ le pega de refilón a otra bola idéntica que esta en reposo. Después del choque se encuentra que una bola se está moviendo con una velocidad de $1,1[m/s]$ en una dirección que hace un ángulo de 60° con la dirección original del movimiento. Calcular la magnitud y dirección de la velocidad de la otra bola. (**Hacer dibujos**)

$$\vec{v}_A = 2.2i$$

$$\vec{v}_{AF} = v_{AF} \cos 60^\circ i + v_{AF} \sin 60^\circ j$$

$$m\vec{v}_A = m\vec{v}_A + m\vec{v}_B$$

$$2.2i = 1.1 \cos 60^\circ i + 1.1 \sin 60^\circ j + \vec{v}_{BF}$$

y de aquí, $\vec{v}_{BF} = 1.65i - 0.95j$

$$\|\vec{v}_{BF}\| = 1.9[\frac{m}{s}]$$

$$\theta_x = 29.9^\circ \approx 30^\circ \text{ bajo el eje x lado positivo.}$$

18.- Una bala de masa $4[gr]$ es disparada horizontalmente, atraviesa el primer bloque y queda incrustada en el 2º. Las masas y sus respectivas velocidades después del impacto son:

$$m_1 = 1,0 [Kg], V_1 = 0.6[m/s],$$

Ejercicios Cantidad de Movimiento y Choques

$$m_2 = 2,0 \text{ [Kg]}, V_2 = 1.2 \text{ [m/s]}.$$

Si no existe roce determinar:

- Velocidad de la bala inmediatamente después de atravesar m_1
- Velocidad con que fue disparada la bala y
- Variación de la energía cinética del sistema (bala + m_1 + m_2) en los dos choques. Rpta. 600[m/s], 750[m/s], -1123.4[J]: se pierde 99.9% de K_0

.....
19.- Un trineo en forma de cajón, de masa 6[Kg] se desliza por hielo con 9,0[m/s] se le deja caer un paquete de 12[Kg] verticalmente. Determinar la nueva velocidad del sistema trineo más paquete. (Rpta: 3.0[m/s])

$$mV = (m + M)v \rightarrow v = \left(\frac{m}{m+M}\right)V \rightarrow v = \left(\frac{6}{6+12}\right)9 = 3 \left[\frac{m}{s}\right]$$

.....
20.- Un vagón de ferrocarril cargado, de masa total 36 toneladas, choca con otro carro detenido y ambos siguen moviéndose acoplados. El 25% de la energía cinética inicial se disipa en forma de calor, ruido, vibraciones, deformaciones, etc. Determinar la masa del vagón impactado. (Rpta. 12 ton.)

$$m_1v = (m_1 + m_2)V$$

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 = 0.25 \cdot \frac{1}{2}m_1v^2$$

reuniendo ambas ecuaciones...y resolviendo el sistema, se obtiene: $m_2 = \frac{1}{3}m_1$

.....
21.- Los dos péndulos de la figura de masa "m" y "2m", tienen largos iguales $L = 90 \text{ [cm]}$, la masa "m" es soltada desde la posición indicada. Si la coalición es totalmente inelástica, y de muy corta duración, determinar la altura máxima que asciende el sistema (m + 2m)

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \sqrt{2gH}$$

$$mv = (m + 2m)V \rightarrow V = \frac{1}{3}v$$

$$\frac{1}{2}(m + 2m)V^2 = (m + 2m)gh$$

$$\text{de donde se obtiene: } h = \frac{1}{18g}v^2 \rightarrow h = \frac{H}{9}$$

$$\text{pero } H = L - L\cos\theta$$

$$\text{luego: } h = \frac{L}{9}(1 - \cos\theta)$$

.....

Ejercicios Cantidad de Movimiento y Choques

22.- Un trozo de hielo de masa $m_A = 5[\text{Kg}]$ tiene una velocidad horizontal $v_A = 1.0[\text{m/s}]$ paralela al eje "X", y choca con trozo de masa $m_B = 3.0[\text{Kg}]$ que esta en reposo en una superficie helada sin fricción. Después del choque, la velocidad de "A" ($V_{AF} = 1,0[\text{m/s}]$) en una dirección que forma un ángulo $=30^\circ$ con respecto a la dirección inicial. ¿Qué velocidad final tiene m_B ?

$$5i = 5(\cos 30^\circ)i + 5(\sin 30^\circ)j + 3\vec{v}_B$$

$$\vec{v}_B = 5i - 5(\cos 30^\circ)i - 5(\sin 30^\circ)j = \left(5 - \frac{5}{2}\sqrt{3}\right)i - \frac{5}{2}j$$

$$\vec{v}_B = \left(5 - \frac{5}{2}\sqrt{3}\right)i - \frac{5}{2}j$$

23.- Una granada es lanzada con un ángulo de inclinación ($\text{sen} = 3/5$) respecto a la horizontal, y con $V_0 = 450[\text{m/s}]$. En el punto más alto de la trayectoria la granada explota, fracturándose en dos trozos de igual masa. Uno de los fragmentos cae verticalmente. Determinar la distancia horizontal, respecto del lugar de lanzamiento, donde cae el segundo. Tome $g \approx 10[\text{m/s}^2]$

repetido(5)

24.- Un patinador de hielo de $75[\text{kg}]$ que se mueve a $10[\text{m/s}]$ choca contra un patinador estacionario de igual masa. Después del choque los dos patinadores se mueven como uno sólo a $3[\text{m/s}]$. La fuerza promedio que un patinador humano puede experimentar sin romperse un hueso es de $4500[\text{N}]$. Si el tiempo de impacto de $0.1[\text{s}]$. ¿Se rompe algún hueso?

$$F \cdot t = \Delta(mv) \rightarrow F \cdot 0.1 = \|150 \cdot 3 - 75 \cdot 10\|, \text{ Solution is: } \{[F = 3.0 \times 10^3]\}$$

afortunadamente NO.

25.- Una bala de $12[\text{gr}]$ se dispara contra un bloque de madera de $100[\text{gr}]$ inicialmente en reposo sobre una superficie horizontal. Después el bloque desliza $7,5[\text{m}]$ antes de detenerse, Si entre el bloque y la superficie es de 0.65 ¿Cuál es la velocidad de la bala ante del impacto?

se supondrá que la bala y el bloque quedan juntos:

$$\text{por conservación de la cantidad de movimiento: } mV = (m + M)v \rightarrow v = \frac{(m+M)}{m}v$$

$$\text{la energía cinética se disipa por el roce: } \frac{1}{2}(m + M)v^2 = F_r \cdot d \rightarrow v = \left(\frac{2F_r \cdot d}{m+M}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{pero: } F_r = \mu(m + M)g$$

$$\text{luego: } v = \left(\frac{2\mu(m+M)g \cdot d}{m+M}\right)^{\frac{1}{2}} \rightarrow v = (2\mu g \cdot d)^{\frac{1}{2}}$$

S.B.Ch.

Ejercicios Cantidad de Movimiento y Choques

26.- En la figura en cierto instante los 3 carros se encuentran separados por una misma distancia "d". Encontrar las velocidades finales después de los choques

27.- En la figura $\|\vec{P}_1\| = \|\vec{P}_2\|$. Encontrar v_{1F} y v_{2F} sabiendo que $\Delta K = \frac{1}{2}K$

los datos son los siguientes:

$$\vec{p}_1 = (m_1 v_1) i$$

$$\vec{p}_2 = -(m_2 v_2) i$$

se debe cumplir: $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = (m_1 v_1) i - (m_2 v_2) i = 0$, ya que los módulos de las cantidades de movimiento son iguales.

De aquí que: $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0$, es decir:

$$(m_1 v_{1F} \cos \theta) i + (m_1 v_{1F} \sin \theta) j + (m_2 v_{2F} \cos(180 - \theta)) i - (m_2 v_{2F} \sin(180 - \theta)) j = 0$$

obtenemos el siguiente grupo de ecuaciones:

$$\left(\begin{array}{l} m_1 v_{1F} \cos \theta + m_2 v_{2F} \cos(180 - \theta) = 0 \\ m_1 v_{1F} \sin \theta - m_2 v_{2F} \sin(180 - \theta) = 0 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{l} m_1 v_{1F} \cos \theta - m_2 v_{2F} \cos(\theta) = 0 \\ m_1 v_{1F} \sin \theta - m_2 v_{2F} \sin(\theta) = 0 \end{array} \right)$$

$$\cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta$$

$$\sin(180^\circ - \theta) = \sin \theta$$

de las ecuaciones anteriores se deduce: $m_1 v_{1F} = m_2 v_{2F}$

por otro lado: $\Delta K = \frac{1}{2}K$ expresa que la variación de la energía cinética es igual a la mitad de la energía cinética inicial lo que implica que la mitad de la energía inicial se pierde.

es decir: $\frac{1}{2} m_1 v_{1F}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2F}^2 = \frac{1}{2} (\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2)$ ecuación que se puede re-escribir como:

$$2m_1 v_{1F}^2 + 2m_2 v_{2F}^2 = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2$$

resumiendo:

Ejercicios Cantidad de Movimiento y Choques

$$m_1 v_{1F} = m_2 v_{2F}$$

$$2m_1 v_{1F}^2 + 2m_2 v_{2F}^2 = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 \rightarrow 2m_1 v_{1F}^2 + 2m_1 v_{1F} v_{2F} = m_1 v_1^2 + m_1 v_1 v_2$$

$$m_1 v_1 = m_2 v_2$$

$$2m_1 m_2 v_{1F}^2 + 2(m_1 v_{1F})(m_2 v_{2F}) = m_1 m_2 v_1^2 + (m_1 v_1)(m_2 v_2)$$

$$2m_1 m_2 v_{1F}^2 + 2(m_1 v_{1F})(m_1 v_{1F}) = m_1 m_2 v_1^2 + (m_1 v_1)(m_1 v_1)$$

$$2m_1 m_2 v_{1F}^2 + 2(m_1^2 v_{1F}^2) = m_1 m_2 v_1^2 + (m_1^2 v_1^2)$$

$$2(m_1 m_2 + m_1^2) v_{1F}^2 = (m_1 m_2 + m_1^2) v_1^2 \rightarrow 2v_{1F}^2 = v_1^2 \rightarrow \sqrt{2} v_{1F} = v_1 \rightarrow v_{1F} = \frac{v_1}{\sqrt{2}}$$

y reemplazando en $m_1 v_{1F} = m_2 v_{2F} \rightarrow m_1 \frac{v_1}{\sqrt{2}} = m_2 v_{2F} \rightarrow \frac{m_1 v_1}{\sqrt{2}} = m_2 v_{2F} \rightarrow v_{2F} = \frac{v_2}{\sqrt{2}}$

hasta el momento se puede calcular solamente v_{1F} , ya que se dispone de

$$v_1 = 10 \text{ m/s}$$

entonces: $v_{1F} = \frac{10}{\sqrt{2}} \approx 7.07 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$

por dibujo: $v_{2F} = \frac{10}{\sqrt{2}} \approx 7.07 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$

.....
28.- Determinar la velocidad de la bala para que M alcance justo el punto superior del rizo. Siendo V' la velocidad de M y v' la velocidad de m después de la interacción y L longitud de la cuerda (radio)

$$\frac{1}{2} M (V')^2 = Mg(2L) \rightarrow V' = 2\sqrt{gL}$$

además $mv = MV' + m \frac{v}{2}$

de donde: $v = \frac{2M}{m} V' \rightarrow v = \frac{4M}{m} \sqrt{gL}$

.....
29.- Sobre un saquito de arena de 4[Kg] de masa pendiente de un hilo se dispara un fusil cuya bala de masa 40[gr]. La bala atraviesa el saquito y recorre una distancia de 20[m] antes de pegar en el suelo a 1,5[m] por debajo del impacto en el saquito. El saquito oscila experimentando un desplazamiento vertical de 30[cm]. Calcular la velocidad de la bala en el momento del impacto.

Eligiendo el origen del sistema de coordenadas en el punto por donde la bala "sale" del saquito y suponiendo el vector velocidad paralelo al eje horizontal (eje x)

la resolución se dividirá en tres partes:

en primer lugar lanzamiento de proyectil :

$$x = v_{BF} \cdot t, \text{ siendo } v_{BF} \text{ la velocidad de salida de la bala fuera del saquito.}$$

$$y = -\frac{1}{2} g t^2$$

la bala cae una distancia de 1.5m , luego: $-1.5 = -\frac{1}{2} g t^2$, Solution is: $t = 0.54772 \text{ seg}$

Ejercicios Cantidad de Movimiento y Choques

luego la distancia(horizontal) recorrida viene dada por: $20 = v_{BF} \cdot 0.54772$, de donde se puede obtener la velocidad de salida de la bala: $20 = v_{BF} \cdot 0.54772$, Solution is: $\{[v_{BF} = 36.515]\}$

y de la conservación de la energía: $\frac{1}{2}MV^2 = Mgh$, en donde V es la velocidad con

que adquiere el saquito: $\frac{1}{2} \cdot 0.040 \cdot V^2 = 4 \cdot 9.8 \cdot 0.5$, Solution is: $\{[V = 31.3050]\}$

y luego conservación de la cantidad de movimiento:

$$(mv_{bala})_{inicial} = MV + (mv_{bala})_{final}$$

$$0.040v_{bala} = 4 \cdot 31.31 + 0.040 \cdot 36.515, \text{ Solution is: } \{[v_{bala} = 3.16752 \times 10^3]\}$$

Resumen de ecuaciones utilizadas:

$$1) x = v_{BF} \cdot t$$

$$2) y = -\frac{1}{2}gt^2$$

$$3) \frac{1}{2}MV^2 = Mgh$$

$$4) (mv_{bala})_{inicial} = MV + (mv_{bala})_{final}$$

algoritmo:

	se obtiene		se obtiene
$y = -\frac{1}{2}gt^2$	→ t	→	$x = v_{BF} \cdot t$
$\frac{1}{2}MV^2 = Mgh$	→ V	→ ↘	v_{BF}
		$(mv_{bala})_{inicial} = MV + (mv_{bala})_{final}$	↙

30.- Una bala de masa m se introduce en un bloque de madera de masa M que esta unido a un resorte de espiral de constante de recuperación k; por el impacto se comprime el resorte una longitud x. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y suelo es μ . Calcule en función de los datos la velocidad de la bala antes del choque.

Sea v: velocidad de la bala. V velocidad del conjunto bala más bloque.

$$mv = (m + M)V \rightarrow V = \frac{m}{m+M}v$$

el conjunto (m+M) adquiere una energía cinética : $\frac{1}{2}(m + M)V^2$ que se transforma en : $\frac{1}{2}kx^2 + F_r \cdot x$

$$\text{así tenemos: } \frac{1}{2}(m + M)V^2 = \frac{1}{2}kx^2 + F_r \cdot x$$

$$\text{reemplazando } V = \frac{m}{m+M}v \text{ en esta última ecuación: } \frac{1}{2}(m + M)\left(\frac{m}{m+M}v\right)^2 = \frac{1}{2}kx^2 + F_r \cdot x$$

y despejando v:

Solution is:

Ejercicios Cantidad de Movimiento y Choques

$$\left\{ \begin{array}{ll} \mathbb{C} & \text{if } xF_r + \frac{1}{2}kx^2 = 0 \wedge m = 0 \\ \emptyset & \text{if } xF_r + \frac{1}{2}kx^2 \neq 0 \wedge m = 0 \\ \left\{ \frac{1}{m}(M+m) \sqrt{x \frac{2F_r+kx}{M+m}}, -\frac{1}{m}(M+m) \sqrt{x \frac{2F_r+kx}{M+m}} \right\} & \text{if } m \neq 0 \end{array} \right.$$

$$v = \frac{1}{m}(M+m) \sqrt{x \frac{2F_r+kx}{M+m}}$$

pero $F_r = \mu(m+M)g$, luego: $v = \frac{1}{m}(M+m) \sqrt{x \frac{2(\mu(m+M)g)+kx}{M+m}}$