Objetivos

Al finalizar el presente capítulo, el lector estará en la capacidad de:

- *Conocer qué es un capacitor.*
- *Analizar algunos tipos de capacitores y conocer su uso*

Introducción

La estructura atómica y molecular de una sustancia y la disposición de portadores de carga, permite definir la conductividad eléctrica y clasificar los cuerpos como: conductores, aislantes, semiconductores y superconductores. Cuando estos materiales son afectados por una acción mecánica, son capaces de producir voltajes (piezoelectricidad) y emitir luz y sonido pero, cuando son afectados por un voltaje externo, pueden experimentar corriente eléctrica y acumular carga eléctrica, tal es el caso de los capacitores.

Los capacitores se usan para almacenar carga eléctrica temporalmente y desde luego son reservas de energía eléctrica. Estos dispositivos constituyen la base de los circuitos electrónicos, debido a su gran sensibilidad y atributos de neutralización.

La aplicación de los capacitores, la encontramos en el campo de la Electrotecnia, en la tecnología de rayos X, la industria de alta frecuencia (líneas de transmisión de alta tensión, cableado submarino); en los circuitos de sintonización de radio receptores, en los sistemas de destello o flash de las cámaras fotográficas, en el teclado de computadoras; en los circuitos de filtro de fuentes de transformación de corriente alterna, en la radiotecnia, para eliminar ruidos o en la T.V. para orientar los rayos catódicos hacia la pantalla, etc.

CAPACIDAD ELÉCTRICA

La transferencia de carga eléctrica a un conductor, se llama electrización. Cuanto mayor es la carga que ha recibido un conductor, tanto mayor es su electrización y por lo tanto más alto es su potencial eléctrico. En términos matemáticos, se verifica que la cantidad de carga eléctrica y el potencial eléctrico de un conductor independiente dado, definen una función lineal:

$$q = VC \quad ; C = \text{constante}$$

Para cualquier otro conductor, la relación entre la cantidad de carga y el potencial eléctrico, también es una constante, pero distinta de la del primer conductor.

Una de las causas que produce esta diferencia, son las dimensiones del conductor: la misma cantidad de carga, pero comunicada a distintos conductores, puede generar diferentes potenciales eléctricos. De esto se establece que:

La capacidad eléctrica es aquella propiedad de los cuerpos conductores que consiste en acumular cantidad de carga en proporciones definidas por su potencial eléctrico. En este sentido, se infiere que: todo conductor es capaz de recepcionar o ceder una cantidad límite de electrones o partículas electrizadas, en caso contrario, se destruye o altera esta propiedad.

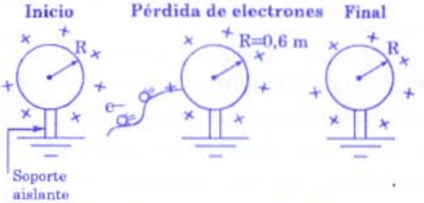
El análisis cualitativo anterior, nos induce a caracterizar el comportamiento eléctrico de los materiales y a medir la capacidad eléctrica. En efecto, esto lo haremos con la capacitancia eléctrica.

CAPACITANCIA ELÉCTRICA (C)

En principio, diremos que se trata de una magnitud escalar característica de todo conductor, la cual se define como la cantidad de carga eléctrica transferida por cada unidad de potencial que varía en el cuerpo.

Desde un punto de vista aplicativo, se plantea que el valor de la capacitancia eléctrica, es igual a la relación entre la variación de la cantidad de carga del conductor y la diferencia de potencial que experimenta.

Para ilustrar lo mencionado, consideremos una esfera conductora electrizada.



$Q_0=8\mu c$ (ejem)

$V_0=\dfrac{KQ_0}{R}=2\ 10^5 v$

$Q_F=16\mu c$

$V_F=\dfrac{KQ_F}{R}=4\times10^5 v$

Es evidente que: el potencial eléctrico (V) de la esfera, es directamente proporcional a la cantidad de carga eléctrica; por lo tanto: Si se extrae cierta cantidad de electrones, la cantidad de carga positiva (Q) aumenta y a la vez, aumenta el potencial eléctrico en la misma proporción; entonces:

$$\frac{Q}{V} = \text{constante}$$

donde la constante física es la capacitancia eléctrica C de la esfera (en este caso).

En general

$$\boxed{C = \frac{Q}{V}}$$

C: capacitancia eléctrica
unidad = Faradio (F)

$$\text{Faradio} = \frac{\text{coulomb}}{\text{voltio}}$$

Q: cantidad de carga eléctrica transferida.
unidad: Coulomb

V: diferencia de potencial eléctrico
unidad: voltio

Observación

I. En el S.I., el faradio representa la capacitancia de un conductor que al aumentar su cantidad en 1C, su potencial aumenta en 1V; pero este valor se relaciona con dimensiones gigantescas para un cuerpo; por ejemplo:
Para una esfera conductora inicialmente neutra y de radio R, se tendrá un potencial inicial nulo; pero al cederle una cantidad de carga Q se tendrá: $V=\dfrac{kQ}{R}$

Luego, la capacitancia de la esfera será:

$$C=\frac{Q_{transf}}{\text{Dif. potencial}}=\frac{Q}{V}$$

Pero $V=\dfrac{kQ}{R}$

Reemplazando en (α)

$$C=\frac{Q}{\frac{kQ}{R}}=\frac{R}{k}$$

Ahora; para una esfera con C=1 F, se tendrá: $R=kC$

$R=9\times10^{9}(1)=9\times10^{9}$ m

1F representará la capacitancia de una esfera de radio igual a 9×10^{9} m; de allí que en la práctica se usan submúltiplos del faradio.

II. Del ejemplo inicial analizado:

$Q=|\Delta Q_{esf}|=|Q_f-Q_0|=8\mu C$

$V=|\Delta V_{esf}|=|V_f-V_0|=2\times10^{5}V$

La capacitancia eléctrica de la esfera es

$$C=\frac{Q}{V}=\frac{8\mu C}{2\times10^{5}\,V}=4\times10^{-11}F$$

Este valor indica que

$$C=\frac{Q}{V}=\frac{4\times10^{-11}\,C}{1\,V}$$

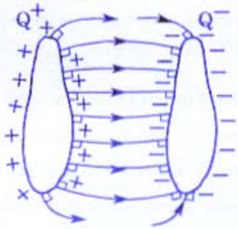
Es decir, para que la esfera analizada, varíe su potencial eléctrico en 1 V, debe transferir una $Q=4\times10^{-11}$ C.

III. El potencial eléctrico de un conductor, no sólo depende de su cantidad de carga, sino también de los cuerpos que lo rodean; entonces, el hombre ha descubierto la posibilidad de construir sistemas de conductores de capacitancia independiente de los cuerpos que lo rodean; un ejemplo de ello, son los capacitores también llamados **condensadores eléctricos.**

CAPACITOR

Es aquel dispositivo constituído por dos conductores (placas o armaduras) electrizados con la misma cantidad de carga (Q) pero de signos contrarios y separados por una pequeña distancia (para homogenizar el campo electrostático entre conductores), así como, aislados mutuamente y de la influencia externa.

Esquema de un capacitor



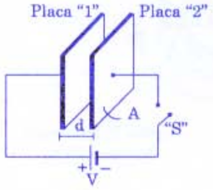
El espacio donde se establece el campo eléctrico, comúnmente es ocupado por una sustancia aislante o dieléctrica tal como aire, mica, porcelana, óxido de aluminio (Al_2O_3), goma, vidrio, aceite de transformadores, líquido pentaclorodifenilo, parafina, etc. Cuanto mayor es la constante dieléctrica o permitividad, tanto mayor será la capacitancia del sistema en comparación con la capacitancia del capacitor cuyo dieléctrico fuera el aire o vacío. Al elegir un dieléctrico, se tratará de que presente la mayor **rigidez dieléctrica** (buenas cualidades aislantes), caso contrario el dieléctrico experimentará una descarga diruptiva y el capacitor se descargará. Ocurrirá una corriente de polarización (10^{-15} s a 10^{-13} s) y una corriente de fuga (que genera calentamiento).

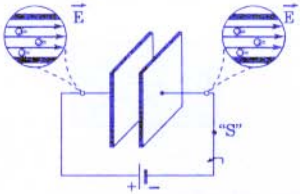
También debemos advertir que el **EFECTO DE BORDE** de las líneas de fuerza, se extiende fuera del área superficial común de las placas; este efecto, reduce parcialmente la capacitancia, por ello; las placas deben estar muy cerca y convenientemente aislados por un dieléctrico, el cual hará disminuir el voltaje entre placas y en consecuencia, hará aumentar la capacitancia eléctrica del capacitor.

De acuerdo a la forma geométrica de los conductores, los capacitores pueden ser: planos, esféricos, cilíndricos, bifilares, etc.

CAPACITORES PLANOS

Consideremos a dos placas conductoras y paralelas que se encuentran descargadas.

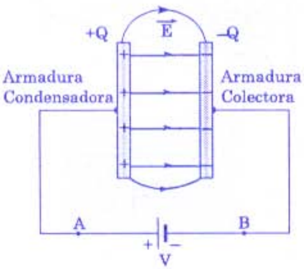




¿Qué ocurre cuando el interruptor se cierra?

Se nota que entre la placa 1 y el lado positivo de la fuente se establece una diferencia de potencial y en consecuencia un campo eléctrico ($\vec{E}$), este campo eléctrico extrae a los electrones libres de placa 1 electrizándose positivamente, a esta placa se le denomina ARMADURA CONDENSADORA; análogamente ocurre con la placa 2, pero, en este caso, se le transfiere electrones electrizándose negativamente, a esta placa se le denomina ARMADURA COLECTORA.

Luego



Notar que entre las placas se va originando una diferencia de potencial que se encuentra variando a medida que las placas van incrementando su cantidad de carga.

La cantidad de carga que va circulando hacia las armaduras del capacitor realmente varía en forma exponencial al igual que el voltaje, sin embargo la capacitancia eléctrica permanece constante; entonces: en cualquier instante **t** podemos plantear que: $C=\dfrac{dQ_{(t)}}{dV_{(t)}}$, esto lo evaluaremos más adelante.

En el caso más común, se suele analizar cuantitativamente al capacitor en equilibrio electrostático, es decir: Cuando cesa el flujo de electrones hacia y desde sus armaduras. En el ejemplo que estamos analizando, la transferencia de electrones culmina cuando la diferencia de potencial o voltaje entre placas, sea igual al voltaje de la fuente. En este momento, podemos establecer que:

$$\boxed{C=\frac{Q^{\text{máx}}_{\text{una placa}}}{V_{AB}}=\frac{Q}{V}}$$

Q: cantidad de carga almacenada en la placa condensadora.

V: diferencia de potencial eléctrico entre las dos placas.

Ahora, de la ley de Gauss para determinar el flujo eléctrico (Φ_E) dentro de las placas del capacitor.

se tiene:

$$\Phi_E=EA=\frac{Q}{\varepsilon\,\varepsilon_0}\ \text{..........}\ (*)$$

Si consideramos la homogeneidad del campo eléctrico entre placas, se plantea que:

$$E=\frac{V}{d}\ \text{....................}\ (**)$$

Reemplazando (**) en (*)

$$\frac{V}{d}A = \frac{Q}{\varepsilon\,\varepsilon_0} \Rightarrow \frac{A\,\varepsilon\,\varepsilon_0}{d} = \frac{Q}{V}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{C = \frac{\varepsilon\,\varepsilon_0\,A}{d}}$$

En esta ecuación, se confirma que la capacitancia eléctrica del capacitor plano depende de las dimensiones geométricas y la sustancia contenida entre las armaduras.

A : área de la superficie de las placas (m^2)

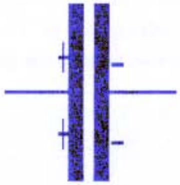
d : separación entre las armaduras (m).

ε : constante dieléctrica o permitividad relativa de la sustancia entre armaduras.

ε_0: constante dieléctrica del aire o vacío.

En el S.I. $\varepsilon_0 = 8{,}85\times10^{-12}$ F/m

Representación gráfica de un capacitor plano



Nota

En la ecuación general de la capacitancia se observa que:

- Con aire o vacío: $C = \dfrac{\varepsilon_0 A}{d}$
- Con un dieléctrico de $\varepsilon > 1$: $C' = \varepsilon\left(\dfrac{\varepsilon_0 A}{d}\right)$

Se tiene que $C' = \varepsilon C$

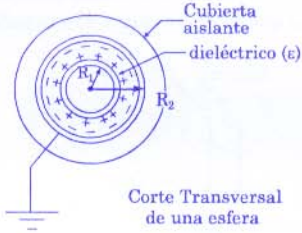
$$\boxed{C_{\text{con dieléct.}} = \varepsilon C_{\text{vacío}}}$$

Se verifica que la capacitancia eléctrica es mayor cuando se utiliza un dieléctrico con mayor constante de permitividad ε.

OTROS TIPOS DE CAPACITORES

Capacitor esférico

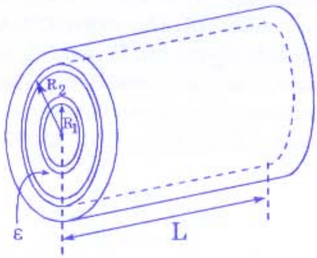
Se encuentran en generadores de voltaje y sondas espaciales, etc.



$$\boxed{C = \frac{\varepsilon R_1 . R_2}{R_2 - R_1}}$$

Capacitor cilíndrico

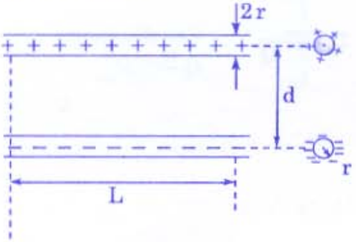
La sección transversal de los conductores concéntricos o coaxiales es igual a lo mostrado en el caso anterior, pero se caracteriza por una longitud L, se encuentran en troncales telefónicas, cableado submarino, transmisión de corriente alterna, etc.



$$\boxed{C = \frac{\varepsilon L}{2\,\mathrm{Ln}\left(\dfrac{R_2}{R_1}\right)}}$$

Capacitor formado por dos conductores cilíndricos

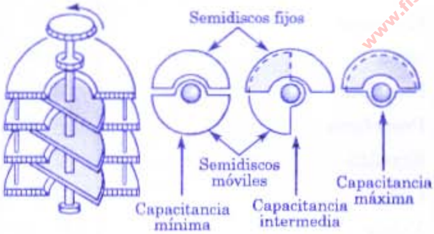
Se encuentran en la distribución de energía por redes monofásicos y trifásicos de alta potencia eléctrica.



$$C = \frac{L}{4\,\mathrm{Ln}\left(\frac{d}{r}\right)}$$

Capacitor variable

Se utilizan en telegrafía, radio-transmisores y en muchas instalaciones industriales.



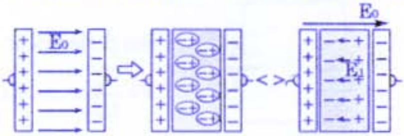
Podemos observar que un capacitor puede almacenar mayor cantidad de carga cuando contiene algún material dieléctrico entre sus armaduras, de allí la importancia de conocer acerca de un dieléctrico.

Un dieléctrico es un material mal conductor de la electricidad y se caracteriza por su resistividad, la constante dieléctrica, el ángulo de pérdidas dieléctricas y la rigidez dieléctrica.

Un listado de material dieléctrico ya se hizo, pero se resaltan algunos de ellos tal como el papel parafinado, el aceite de transformador y el óxido de aluminio utilizado en capacitores electrolíticos de alta potencia.

- La resistividad está relacionada con la oposición a la corriente en el volumen y la superficie del dieléctrico durante su polarización.
- Una muy alta constante dieléctrica le corresponde al dióxido de titanio.
- El ángulo de pérdidas dieléctricas es un parámetro relacionado con la disipación de calor durante la aplicación de corriente alterna.
- La rigidez dieléctrica expresa el límite de intensidad del campo eléctrico que puede soportar el dieléctrico sin experimentar perforación eléctrica o térmica.

Los dieléctricos están formados por átomos y moléculas neutras; pero, al afectarlos por un campo eléctrico, se observa lo siguiente:



Debido al campo eléctrico externo de intensidad $\vec{E}_0$, las moléculas del dieléctrico se alinean; entonces decimos que el dieléctrico se polariza y en consecuencia se induce un campo eléctrico de intensidad $\vec{E}_1$; por lo tanto, la intensidad del campo eléctrico resultante dentro del capacitor es

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_0 + \vec{E}_{ind}$$

En módulo:

$$E_d = E_o - E_1 \quad ; \quad E_0 > E_1$$

E_0 : módulo de la intensidad de campo eléctrico sin dieléctrico.

E_1 : módulo de la intensidad de campo eléctrico debido a la polarización.

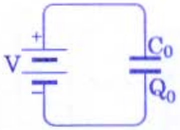
E_d : módulo de la intensidad de campo eléctrico con dieléctrico.

Consecuencia de la polarización del dieléctrico

> La intensidad del campo eléctrico disminuye, el voltaje entre armaduras disminuye y la capacitancia C aumenta.

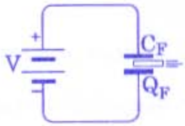
Variación de parámetros durante la introducción o extracción del dieléctrico (ε)

1. Mientras el capacitor está conectado a un voltaje fijo (por ejemplo, una batería)



Sin dieléctrico:

$$V = \frac{Q_0}{C_0} \;\ldots\ldots\ldots\; (\alpha)$$



Con dieléctrico:

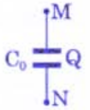
$$V = \frac{Q_F}{\varepsilon C_0} \;\ldots\ldots\; (\beta)$$

De (α) = (β) se obtiene:

$$\boxed{Q_F = \varepsilon Q_o}$$

¡Al colocar dieléctrico la cantidad de carga del capacitor aumenta!

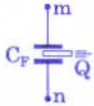
2. Cuando el capacitor está desconectado del circuito (la cantidad de carga en las armaduras no cambia).



Sin dieléctrico

$Q = C_0 . V_{MN}$

$Q = C_0 . V_0$ .... (a)



Con dieléctrico

$Q = C_F . V_{mn}$

$Q = (\varepsilon C_0) . V_F$ .... (b)

Ahora, de (a) = (b)

se obtiene: $\boxed{V_F = \dfrac{V_0}{\varepsilon}}$

¡Al colocar dieléctrico, el voltaje del capacitor disminuye!

Constante dieléctrica de algunos materiales

Sustancia	ε
Aire (a 1 atm)	1,0006
Agua destilada	81
Kerosene	2
Mica	6 – 7
Parafina	2,1
Porcelana	5,7 – 6,3
Ebonita	2,5
Cera	7,8
Vidrio	5,5 – 10
Azufre	4
Mármol	8,4
Gasolina	2,3
Aceite de transformador	2,2
Papel impregnado con parafina	3,2

* Tener presente que los valores de "ε" son relativos, ya que existe un:

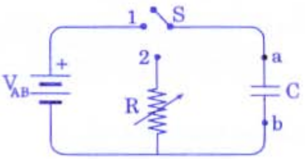
$\varepsilon_{absoluto} = \varepsilon_{relativo} \cdot \varepsilon_0$

$$\boxed{\varepsilon_a = \varepsilon . \varepsilon_o}$$

ENERGÍA ALMACENADA EN UN CAPACITOR

Cuando un capacitor está cargado, es capaz de transferir cierta cantidad de carga, activar un circuito generando luz o calor; entonces se verifica que almacena energía a través del campo eléctrico entre sus armaduras. Aquella energía se manifiesta durante la descarga del capacitor a través del flash de una máquina fotográfica, el display de un panel, el rizado y atenuación de pulsos eléctricos en una fuente de transformación de corriente, etc.

La cantidad de energía que almacena el capacitor, depende de la cantidad de trabajo invertido para su electrización o carga. Esto lo ilustramos a continuación:



R: potenciómetro de descarga

Al cerrar en la posición "1", la placa "a" empieza a ceder electrones y en algún instante, la diferencia de potencial entre las armaduras del capacitor será V_{ab}; entonces calculemos la cantidad de energía U_C que almacena hasta ese instante.

$U_C = |W^{Fext}|$ .... (*)

Cada vez que se extraen electrones desde la placa **a**, será más difícil, debido a la tendencia de saturación de electrones en la placa **b**; entonces existe una fuerza eléctrica (F_E) que se opone al traslado de electrones. Ahora, si consideramos un proceso de carga controlado, podemos plantear que:

$F_{ext} \approx F_e$ y $|W^{Fext}| \approx |W^{Fe}|$ .... (**)

Pero, la $\vec{F}_e$ varía su módulo en cada momento; entonces:

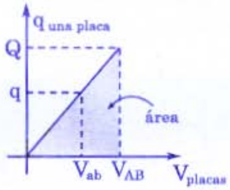
$|W^{Fe}|$ = área en la gráfica (q–V)

¿Cómo será la gráfica (q–V)?

Sabemos que en el capacitor

$$C = \frac{q}{V} = \text{constante}$$

entonces:



- Hasta un instante **t**

$$|W^{Fe}| = \frac{q\,V_{ab}}{2}$$

- Hasta $q_{max} = Q$

$$|W^{Fe}| = \frac{Q\,V_{AB}}{2}$$

Reemplazando en la ecuación (*)

$$\boxed{U_C = \frac{Q\,V_{AB}}{2}}$$

Pero, también sabemos que $Q = CV_{AB}$

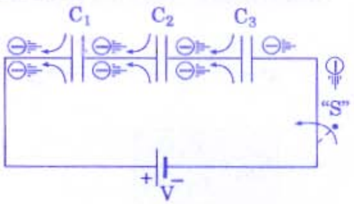
$$\Rightarrow \quad \boxed{U_C = \frac{1}{2}C\,V_{AB}^2} \quad \text{o} \quad \boxed{U_C = \frac{Q^2}{2\,C}}$$

CONEXIÓN DE CAPACITORES

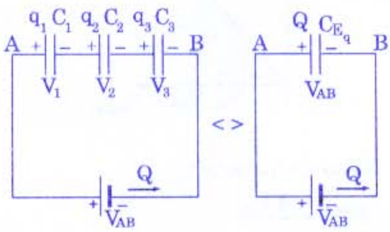
Cuando los capacitores son conectados tienen bastante uso en circuitos de radio, televisión, grabadoras, etc.

Pueden ser conectados:

I. En serie



Cuando el interruptor S se cierra a la placa colectora de C_3 se le transfiere electrones ocasionando por inducción, expulsión de electrones de la placa condensadora; y análogamente ocurre con C_2 y C_1, quedando electrizados todos los capacitores.



Se tiene:

1. Por la conservación de la cantidad de carga eléctrica.

$$\boxed{Q = q_1 = q_2 = q_3}$$

2. Por la conservación de la energía

$$\boxed{V_{AB} = V = V_1 + V_2 + V_3}$$

3. Capacidad equivalente (Ceq)

De lo anterior

$$V_{AB} = V_1 + V_2 + V_3 \Rightarrow \frac{Q}{C_{Eq}} = \frac{q_1}{c_1} + \frac{q_2}{c_2} + \frac{q_3}{c_3}$$

Pero, de "1":

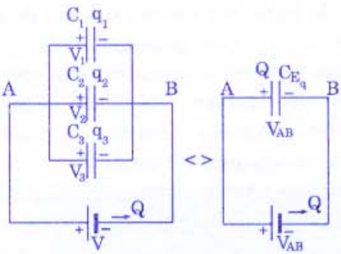
$$\frac{Q}{C_{Eq}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{C_{Eq}} = \frac{1_1}{C_1} + \frac{1_2}{C_2} + \frac{1_3}{C_3}}$$

Observación: (Para dos capacitores)

$$\Rightarrow \boxed{C_{Eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}$$

II. En paralelo



Se tiene

1. Por la conservación de la cantidad de carga:

$$\boxed{Q = q_1 + q_2 + q_3}$$

2. Por la conservación de la energía

$$\boxed{V_{AB} = V = V_1 = V_2 = V_3}$$

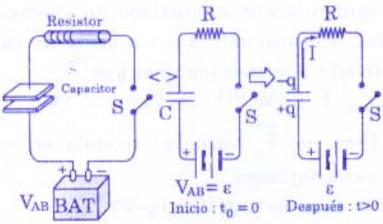
3. Capacidad equivalente (C_{eq})

$$\boxed{C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3}$$

ANÁLISIS DE LA CARGA Y DESCARGA DE UN CAPACITOR A TRAVÉS DEL TIEMPO

El proceso de carga y descarga de un capacitor, realmente ocurre muy rápido; entonces, para medir el tiempo, se suele utilizar un resistor para aumentar la constante "τ" de tiempo (τ=RC) o para controlar la descarga o disipación de energía del capacitor.

I. Carga del capacitor



Inicialmente el capacitor está descargado y no hay flujo de electrones (I=0) cuando el interruptor S está abierto.

- Cuando en t=0 cerramos S, empieza un flujo de electrones hacia el borne (+) de la fuente, ahora existe corriente eléctrica (I) y el capacitor empieza a cargarse.

  En el circuito simple:

  $\varepsilon = V_C + V_R$

  $\varepsilon = \dfrac{q}{C} + IR$ .... (*)

  q: cantidad de carga instantánea.

  I : intensidad de corriente instantánea

  De las condiciones iniciales, sabemos que:

  En $t = 0$: $q = 0$

  entonces en (*)

  $\varepsilon = \dfrac{0}{C} + I_0 R$

  luego

  $I_0 = \dfrac{\varepsilon}{R}$ (intensidad inicial de corriente)

- Cuando el capacitor logra su máxima cantidad de carga eléctrica, cesa el flujo de electrones e I= 0, luego en (*):

  $\varepsilon = \dfrac{q_{máx}}{C} + 0(R) \Rightarrow q_{máx} = Q = \varepsilon C$

- Ahora, para analizar el proceso lento de carga del capacitor, ordenemos en (*):

  $\varepsilon - IR - \dfrac{q}{C} = 0$

  Como q e I varían con el tiempo, entonces podemos expresarlos como q(t), I(t) y desde luego, son derivables respecto del tiempo,

veamos:

$$\frac{d}{dt}\left(\varepsilon - IR - \frac{q}{C}\right) = \frac{d}{dt}(0)$$

$$\frac{d}{dt}\varepsilon - \frac{d}{dt}(IR) - \frac{d}{dt}\left(\frac{q}{C}\right) = 0$$

$$0 - R\frac{dI}{dt} - \frac{1}{C}\left(\frac{dq}{dt}\right) = 0$$

$$\Rightarrow -RC\frac{d}{dt}I(t) - I(t) = 0$$

$$\frac{dI(t)}{I(t)} = -\frac{1}{RC}dt$$

Integremos en cada lado

$$\int_{I_0}^{I}\frac{dI(t)}{I(t)} = -\frac{1}{RC}\int_{I_0}^{I}dt$$

$$\operatorname{Ln} I(t)\Big/_{I_0}^{I} = -\frac{1}{RC}(t)\Big/_{0}^{t}$$

$$\operatorname{Ln} I(t) - \operatorname{Ln}(I_0) = -\frac{1}{RC}(t)$$

$$\operatorname{Ln}\left(\frac{I(t)}{I_0}\right) = -\frac{t}{RC}$$

$$I(t) = I_0 e^{-t/RC} \;;\; I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$$

$$\therefore \boxed{I(t) = \frac{\varepsilon}{R}e^{-t/RC}} \text{ .... } (\alpha)$$

Tenemos la ecuación de la intensidad de corriente eléctrica en cualquier instante t a través de R y la fuente, mas no, a través del capacitor, pues se trata de un circuito abierto por el dieléctrico.

En la ecuación anterior (corriente de carga del capacitor), se tiene:

RC: constante de tiempo, característica par cada circuito.

e : base de logaritmos neperianos. $e \approx 2{,}7182$ ...

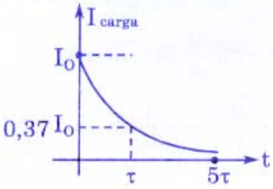
Observe que:

Para t=0, existe $I_0 = \dfrac{\varepsilon}{R} = I_{máx}$

Para t=RC, existe $I(t) = I' \approx 0{,}37 I_0$

Pata $t \to \infty$, ocurre $I \approx 0$

Gráficamente



Ahora, para determinar la cantidad de carga eléctrica que almacena cada placa del capacitor, podemos recordar que: $I = \dfrac{d}{dt}(qt)$, esto reemplacemos en la ecuación anterior (α):

$$I(t) = \frac{d}{dt}(q) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC}$$

$$dq = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC} dt$$

Integremos en cada lado:

$$\int_{q_0}^{q} dq = \int_0^t \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC} . dt \ ; \ q_0 = q_{(t=0)} = 0$$

$$q \Big/_{q_0}^{q} = \frac{\varepsilon}{R} \int_0^t e^{-t/RC} . dt = \frac{\varepsilon}{R} \left(-RC\, e^{-t/RC}\right) \Big/_0^t$$

$$q - q_0 = -\varepsilon C \left(e^{-t/RC} - 1\right) \ ; \ q_0 = q_{(t=0)} = 0$$

$$\boxed{q(t) = \varepsilon C \left(1 - e^{-t/RC}\right)} \ \ldots\ldots\ldots\ldots (\beta)$$

¡Cantidad de carga eléctrica en una placa del capacitor, en el instante **t**!

Observe que:

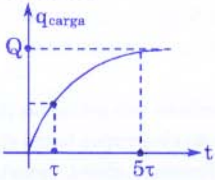
Para t=0, ocurre $q_0 = 0$

Para t=RC, existe $q(t) = q' \approx 0{,}63Q$

Para $t \to \infty$, se tiene

$q(t) = q_{máx} = Q = \varepsilon C$

Gráficamente



- También podemos determinar el voltaje entre las armaduras del capacitor en cualquier instante "t" durante el proceso de carga.

Sabemos que: $C = \dfrac{dq}{dV} \Rightarrow dV = \dfrac{1}{C} dq$

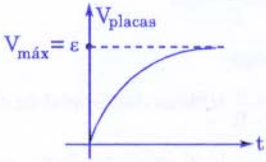
Integrando en cada lado (implícitamente)

$$\int_0^V dV = \frac{1}{C} \int_0^t d\left[\varepsilon C \left(1 - e^{-t/RC}\right)\right]$$

De donde se obtiene:

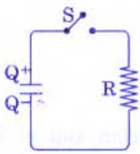
$$\boxed{V_C(t) = E\left(1 - e^{-t/RC}\right)} \ \ldots\ldots\ldots (\lambda)$$

Gráficamente

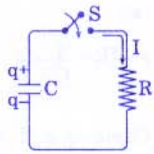


II. Descarga del capacitor

Este proceso es más violento que la carga del capacitor; por eso, es necesario utilizar un resistor como elemento disipador de calor o regulador de corriente eléctrica.



Inicialmente (t=0)



Descarga del capacitor (t>0)

Tener presente que I es la intensidad de corriente convencional y es de sentido contrario al flujo de electrones.

- Inicialmente el capacitor presenta $q_{máx}=Q$
- En t=0 cerramos S y el capacitor comienza a descargarse a través de R.
- El capacitor y el resistor están conectados en paralelo, entonces en cualquier instante

$V_R=V_C$

$IR=\frac{q}{C}$ pero q disminuye $\Rightarrow I=-\frac{dq}{dt}$

Luego

$$\left(-\frac{dq}{dt}\right)R=\frac{q}{C}$$

Ordenemos e integremos implícitamente considerando que en t = 0: q =Q

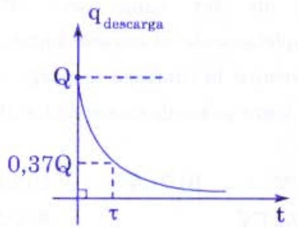
$$\boxed{q(t)=Q\,e^{-t/RC}} \quad .... (\theta)$$

Puede notarse que:

En t=0 existe $q_0=q_{máx}=Q$

En $t\to\infty$ ocurre q = 0 (descarga total)

Gráficamente, la cantidad de carga eléctrica durante la descarga del capacitor, varía exponencialmente con el tiempo.



¿Como determinar la inmensidad de corriente $I_{(t)}$ a través de R?

Para esto, derivemos amos miembros de la ecuación (o) respecto del tiempo

$$\underbrace{\frac{d}{dt}(q_{(t)})=\frac{d}{dt}\left(Q\,e^{-t/RC}\right)}$$

$$\boxed{I_{(t)}=\frac{Q}{RC}e^{-t/RC}}$$

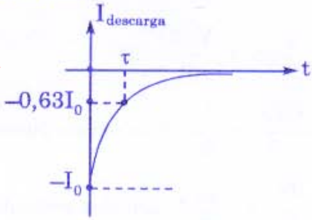
Note que

En t= 0 , existe : $I_o=\frac{Q}{RC}=I_{máx}$

En t = RC = t, existe: $I=0{,}63\ I_0$

En $t\to\infty$ ocurre I=0 (fin de la descarga)

Grafiquemos



Observación importante

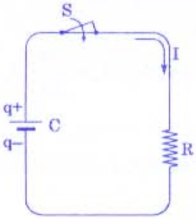
Comúnmente en las gráficas se describen módulos o se omite hacer la distinción entre los sentidos de flujo de carga o de corriente, lo cual puede generar dificultades o mal interpretaciones al alumno.

Por ejemplo:

En el proceso de descarga del capacitor la cantidad de carga q(t) y la intensidad de corriente I(t)) decaen exponencialmente con una rapidez caracterizada por la constante de tiempo τ =RC y también, hay que indicar que el flujo de electrones y de I convencional deben cambiar de sentido con respecto al proceso de carga, por lo tanto:

En la gráfica $I_{(t)}$–t se pretende expresar ese aspecto, por ello la I(t) adopta valores negativos.

- Finalmente, deduciremos la ecuación del voltaje V(t) entre las armaduras del capacitor, durante su descarga:
  Podemos plantear que
  $I_C(t)+I_R(t)=0$ (1ra ley Kirchoff)



$$\frac{d}{dt}q(t)+\frac{V_R(t)}{R}=0$$

$$\frac{CdV_C}{dt}+\frac{V_C}{R}=0 \text{ (ecuación diferencial)}$$

$$\frac{dV_C}{V_C}=-\frac{dt}{RC} \text{ (variables separables)}$$

Integrando respecto del tiempo, se obtiene:

$$\boxed{V_C(t)=V_C(o)e^{-t/RC}} \text{ .... } (\phi)$$

$V_C(0)$: voltaje inicial (en t=0) en el capacitor. Si este valor es cero, evidentemente que no tiene sentido hablar del inicio de una descarga del capacitor.

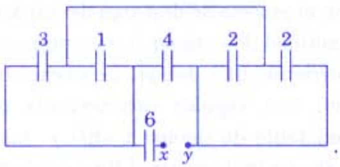
Advertencia

En el proceso de carga y descarga de un capacitor a través del tiempo, se han deducido ecuaciones de circuito R–C que a nivel preuniversitario no se exige conocer cabalmente; sin embargo, creemos que constituye una buena información acerca de los capacitores alimentados con fuente de voltaje continuo. Nótese, por ejemplo que, la cantidad de carga, el voltaje, la intensidad de corriente en torno al capacitor varía; sin embargo, la capacitancia no cambia.

Para resolver problemas con capacitores basta analizar los valores extremos de los diversos parámetros: al inicio o al final del flujo de electrones.

PROBLEMAS

1. En el circuito mostrado calcule la capacidad equivalente entre los bornes *x–y*. Toda las capacidades están en μF.

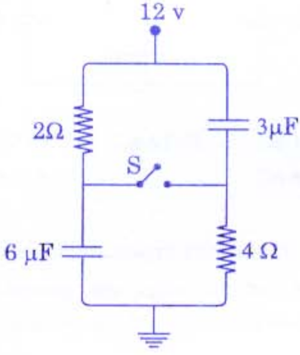


A) 1,8 μF B) 3 μF C) 2 μF
D) 1,5 μF E) 4 μF

2. Dos capacitores en paralelo e igual capacitancia C están conectados a una fuente de voltaje V. Si retiramos la fuente e introducimos un dieléctrico con ε=3 en uno de los capacitores (llenando completamente el espacio entre placas), determine la cantidad de carga eléctrica que logra pasar de un capacitor al otro.

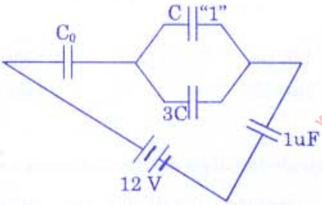
A) CV B) 3 CV C) 2 CV
D) 0,2 CV E) 0,5 CV

3. ¿En cuánto cambiará la cantidad de carga del capacitor de 6μF después de cerrar S?



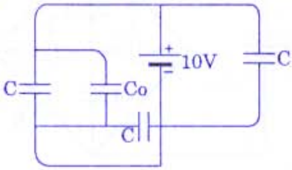
A) 45 μC B) 36 μC C) 27 μC
D) 9 μC E) 24 μC

4. Si el capacitor "1" almacena una cantidad de carga de 3μC, determine la capacitancia equivalente del circuito.



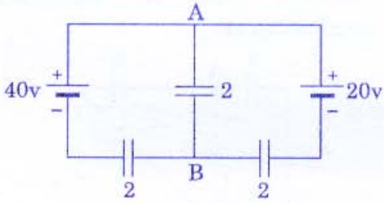
A) 1μF B) 2μF C) 1,8μF
D) 3μf E) 1,6μF

5. ¿Cuánta energía eléctrica almacena el capacitor de capacitancia C_0=10μF?



A) 500 μJ B) 600 μJ C) 300 μJ
D) 200 μJ E) 400 μJ

6. Determine la cantidad de carga eléctrica que almacena el capacitor entre A y B. (Todas las capacidades están en microfaradios).

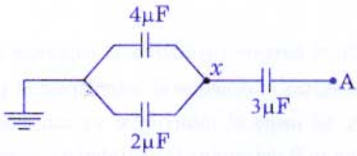


A) 20 μC B) 60 μC C) 40 μC
D) 0 E) 10 μC

7. Un capacitor de 60pF se conecta a una fuente de 50 V y luego se retira. A continuación, a dicho capacitor se le conecta en paralelo a un capacitor descargado. Si la diferencia de potencial en el primero disminuye hasta 30 V ¿qué capacitancia eléctrica presentará el segundo capacitor?

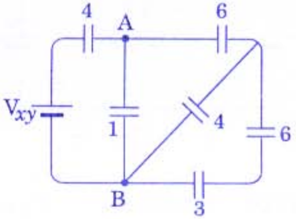
A) 40 pF B) 100 pF C) 60 pF
D) 20 pF E) 80 pF

8. En el presente circuito, el potencial eléctrico en el punto A es igual a 1200 V. Determine el potencial eléctrico en el punto X.



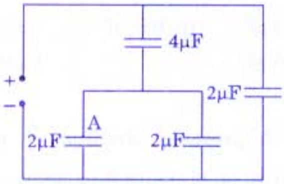
A) 500 V B) 300 V C) 200 V
D) 100 V E) 400 V

9. Determine la diferencia de potencial eléctrico entre A y B y el voltaje de la fuente, si el capacitor de 3μF presenta 20μC.
Considere todas las capacitancias eléctricas en μF.



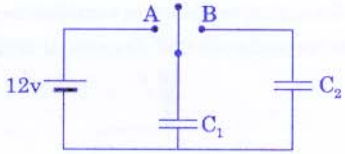
A) 30 V ; 40 V
B) 10 V ; 20 V
C) 30 V ; 60 V
D) 20 V ; 40 V
E) 20 V ; 20 V

10. Determine la cantidad de carga que almacena el capacitor "A", si se sabe que la diferencia de potencial en los extremos de los terminales es 24 voltios.



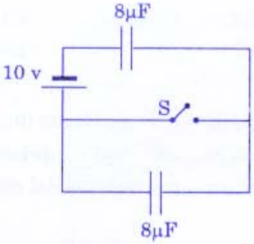
A) 25 μC B) 15 μC C) 24 μC
D) 16 μC E) 20 μC

11. En el circuito capacitivo, el capacitor C_1 se electriza al conectar el interruptor al punto A. Si luego el interruptor es conectado al punto B determine la cantidad de carga (q) en el capacitor C_2, inicialmente descargado. (C_1=1μF ; C_2=2μF)



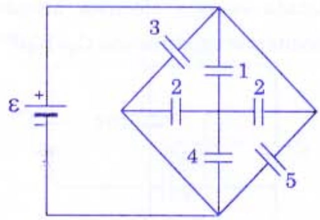
A) 4 μC B) 12 μC C) 3 μC
D) 8 μC E) 18 μC

12. En el circuito mostrado, determine la cantidad de carga que pasará por el interruptor S después de cerrarlo.



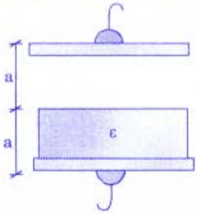
A) 120 μC B) 10 μC C) 40 μC
D) 160 Mc E) 80 μC

13. Calcule la carga eléctrica almacenada por el circuito mostrado, si todas las capacidades están expresadas en microfaradios y ε= 62 V.



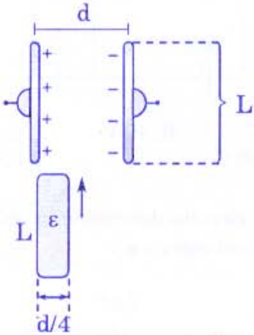
A) 50 μC B) 20 μC C) 60 μC
D) 30 μC E) 40 μC

14. Si la capacitancia eléctrica del capacitor mostrado, es de 6μF con aire, ¿cuál será la capacitancia equivalente del sistema al colocar el dieléctrico con constante de permitividad eléctrica $\varepsilon = 2$?



A) 8 μF B) 16 μF C) 4 μF
D) 30 μF E) 2 μF

15. En un capacitor plano aislado donde la diferencia de potencial entre sus armaduras, es 4 V, se introduce un dieléctrico (ε=2); entonces ¿cuál será la nueva diferencia de potencial entre las placas?



A) 1 V B) 4 V C) 5 V
D) 2 V E) 3,5 V

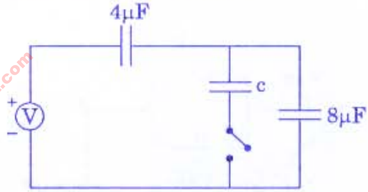
16. Considerando un capacitor de 5μF y 2 fuentes con ε_1=20 V; ε_2=50 V, se siguen los siguientes pasos:

I. Se conecta el capacitor a la fuente 1.
II. Se desconecta de la fuente 1 y se conecta a la fuente 2.

¿Qué sucede con la cantidad de carga eléctrica en el capacitor en el proceso de I a II?

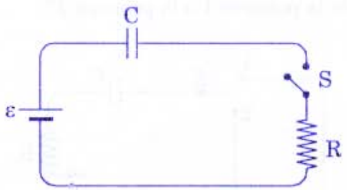
A) Disminuye en 50μC
B) Se mantiene inalterable
C) Aumenta en 50μC
D) Aumenta en 150μC
E) Disminuye en 150μC

17. Para el gráfico mostrado cuando el interruptor está abierto la cantidad de carga del sistema es 32μC y cuando está cerrado, la cantidad de carga es 36μC. Calcule la capacidad "C".



A) 5 μF B) 2 μF C) 4 μF
D) 3,6 μF E) 3 μF

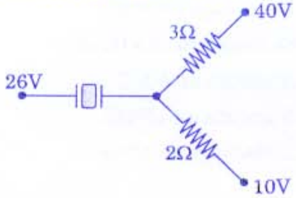
18. ¿Qué cantidad de calor se disipará en el resistor luego de cerrar el interruptor S? Considere fuente ideal.



A) $C\,\varepsilon^2/6$ B) $3\,C\varepsilon^2$ C) $\dfrac{C\varepsilon^2}{2}$

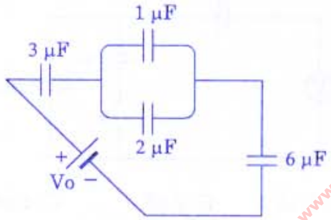
D) $2\,C\varepsilon^2$ E) $3\,C\,\varepsilon^2/2$

19. Se muestra parte de un circuito eléctrico, determine la cantidad de energía almacenada en el capacitor de 2μF (sin dieléctrico). Entre las placas del capacitor se tiene un dieléctrico ($\varepsilon = 2$).



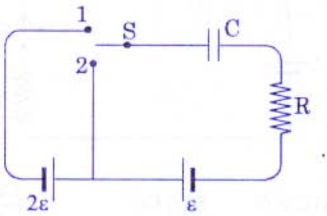
A) 40 μJ B) 80 μJ C) 60 μJ
D) 16 μJ E) 32 μJ

20. Si el capacitor de 1μF presenta una cantidad de carga eléctrica 2μC, determine V_0.



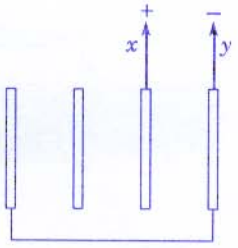
A) 12 V B) 7,5 V C) 9 V
D) 5 V E) 6 V

21. ¿Qué cantidad de calor se desprenderá en el circuito cuando el conmutador S se pasa de la posición 1 a la posición 2?



A) 0 B) $C\varepsilon^2/2$ C) $4C\varepsilon^2$
D) $3C\varepsilon^2$ E) $2C\varepsilon^2$

22. Se muestran 4 placas metálicas iguales en el aire y separadas mutuamente una distancia d. El área de cada placa es S. Determine la capacitancia equivalente entre x e y.



A) $\dfrac{\varepsilon_0 S}{4}$

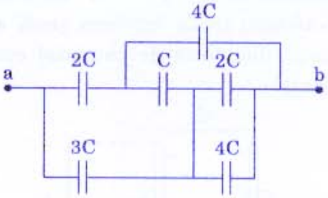
B) $\dfrac{2\varepsilon_0 S}{d}$

C) $\dfrac{3\varepsilon_0 S}{2d}$

D) $\varepsilon_0 S/d$

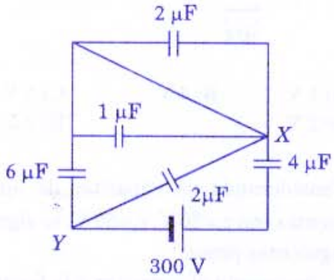
E) $\dfrac{2\varepsilon_0 S}{3d}$

23. Determine la capacidad equivalente entre a y b.



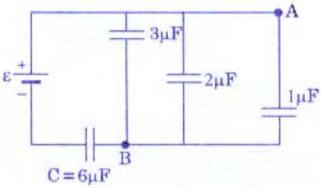
A) 7 C B) 10 V C) 0
D) 10/3 C E) 4/3 C

24. En el circuito determine la diferencia de potencial entre x e y.



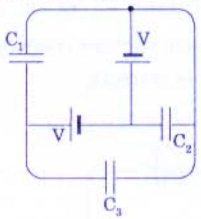
A) 175 V B) 300 V C) 50 V
D) 125 V E) 100 V

25. Si el capacitor de 2μF almacena una cantidad de carga de 60μC, determine la cantidad de carga que acumula C=6μF y la fuerza electromotriz (ε) de la fuente.



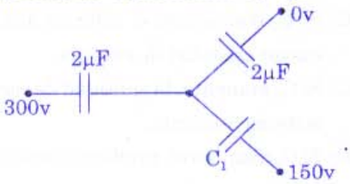
A) 75 μC ; ε=50 V
B) 100 μC ; ε=60 V
C) 120 μC ; ε=50 V
D) 90 μC ; ε=60 V
E) 180 μC ; ε=60 V

26. En el sistema capacitivo se tiene $C_1=C_2=C_3=C$ determine la cantidad de carga almacenada en todo el circuito.



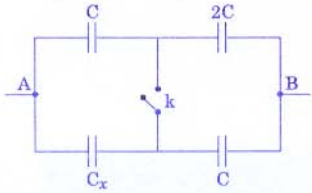
A) 5 CV B) CV C) 6 CV
D) 3 CV E) 4 CV

27. Determine la cantidad de carga en el capacitor de capacitancia C_1=1μF.



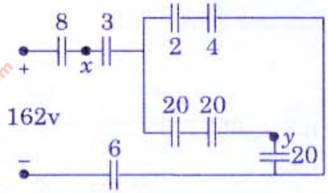
A) 3μC B) 4μC C) 0μc
D) 6μC E) 2μC

28. Cuando se cierra el interruptor "K", la capacitancia equivalente (A–B) del sistema, no se altera; determine C_x.



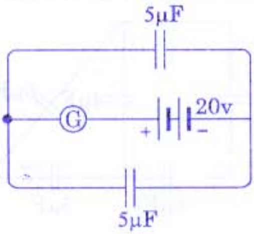
A) C/2 B) C/3 C) 3C
D) 2C E) C

29. En el circuito mostrado determine $V_x - V_y$ (capacidades en μF)



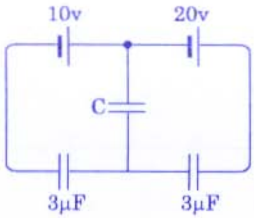
A) 40 V B) 42 V C) 60 V
D) 90 V E) 30 V

30. Si en el sistema capacitivo mostrado un capacitor se llena completamente con un dieléctrico de ε=4. ¿Qué cantidad de carga eléctrica pasará por el galvanómetro?



A) 400 μC B) 500 μC C) 200 μC
D) 100 μC E) 300 μC

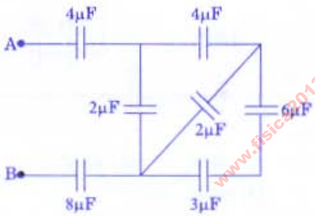
31. En el sistema mostrado determine la cantidad de carga que almacena C=3μF.



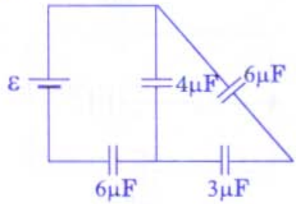
A) 10 μC B) 20 μC C) 15 μC
D) 28 Mc E) 18 μC

32. En el acoplamiento de capacitores mostrado, determine la capacitancia equivalente entre A y B.

A) 1μF
B) 1,8μF
C) 1,2μF
D) 2μF
E) 1,6μF

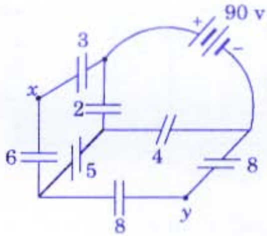


33. Si en el sistema de capacitores mostrados la cantidad de carga del capacitor de 3μF es 30μC determine el voltaje de la fuente ideal.



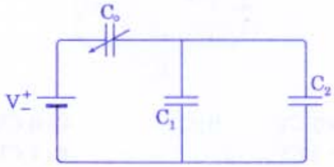
A) 45 V B) 90 V C) 15 V
D) 30 V E) 60 V

34. Si todas las capacitancias están en μF determine la cantidad de carga que almacena el capacitor de 2μF y también determine V_{xy}



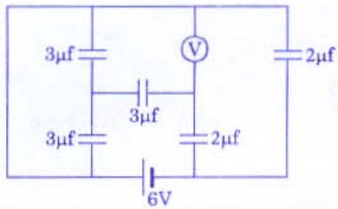
A) 120 μC ; 70 V
B) 30 μC ; 35 V
C) 30 μC ; 70 V
D) 120 μC ; 90 V
E) 120 μC ; 35 V

35. En el circuito, C_0 es un capacitor de capacitancia variable (varicap), indique la alternativa correcta.



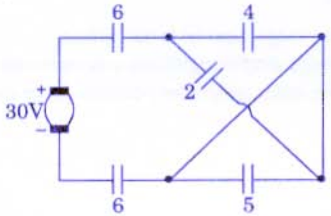
A) Si C_0 aumenta, los voltajes en C_1 y C_2 aumentan.
B) Si C_0 disminuye, el sistema almacena mayor cantidad de energía.
C) Si C_0 aumenta, la cantidad de carga del sistema aumenta.
D) Si C_0 disminuye, también disminuye su voltaje.
E) Si C_0 aumenta, la capacitancia eléctrica del sistema disminuye.

36. En el circuito capacitivo, halle la lectura del voltímetro ideal.



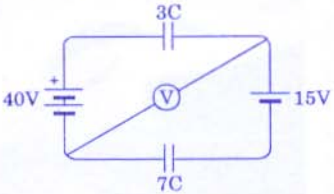
A) 3 V B) 4 V C) 1 V
D) 5 V E) 2 V

37. ¿Cuánta energía almacena el capacitor de 4μF? Todos los condensadores tienen capacidad expresada en μF.



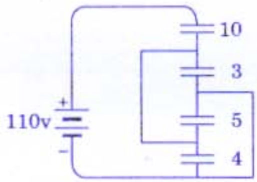
A) 200 μJ B) 400 μJ C) 50 μJ
D) 100 μJ E) 150 μJ

38. En el sistema capacitivo ¿cuánto indica el voltímetro ideal?



A) 35,5 V B) 40 V C) 12,5 V
D) 22,5 V E) 30 V

39. De la asociación de capacitores, se desea conocer la cantidad de carga eléctrica en el capacitor de 4μF. (Todas las capacitancias están en μF).



A) 0,4 mC B) 0,5 mC C) 0,2 mC
D) 0,1 mC E) 0,3 mC

40. Se carga un conjunto de cuatro condensadores de igual capacidad a un voltaje "V", luego se desconecta de la batería. En estas condiciones se une el punto 1 con el punto 2 mediante un hilo conductor. Respecto del condensador de la izquierda.

A) La carga se mantiene constante.
B) Su voltaje se duplica.
C) La carga se duplica.
D) Su voltaje se reduce a la mitad.
E) Su carga se reduce a la mitad.